CIDEG 文库 青木昌彦 吴敬琏 主编

THE NEW SCIENCE OF CITIES

新城市科学



[英] 迈克尔·巴蒂（Michael Batty）◎著
刘朝晖 吕 荟◎译

中信出版集团

版权信息

书名:新城市科学

作者:[英]迈克尔·巴蒂

译者:刘朝晖 吕荟

ISBN:9787521709858

中信出版集团制作发行

科学可以被描述为有系统的极简化艺术——辨别我们可以预先忽略什么的艺术。

——卡尔·波普尔，《开放的宇宙》

总序

作为CIDEG文库的主编，我们首先要说明编纂这套丛书的来龙去脉。CIDEG是清华大学产业发展与环境治理研究中心（Center for Industrial Development and Environmental Governance）的英文简称，成立于2005年9月的CIDEG，得到了日本丰田汽车公司提供的资金支持。

在清华大学公共管理学院发起设立这样一个公共政策研究中心，是基于一种思考：由于全球化和技术进步，世界变得越来越复杂，很多问题，比如能源、环境、公共卫生等，不光局限在科学领域，还需要其他学科的研究者参与进来，比如经济学、政治学、法学以及工程研究等，进行跨学科的研究。我们需要不同学科学者相互对话的论坛。而且，参加者不应仅仅来自学术圈和学校，也应有政府和企业家。我们希望把CIDEG办成类似斯坦福大学非常著名的公共经济政策研究中心（Stanford Institute of Economic Policy Research，SIEPR）那样，对能源、环境问题进行经济和政策上的分析。我们认为，大学应该关注基础研究，大学的使命是创造知识，在深层知识的产生上发挥作用。而产业部门的任务是把技术成果商业化，大学和产业之间的连接非常重要。但与此同时，我们不应忘记政府的角色，特别是对于一个发展中的转轨国家，政府职能的定位和边界至关重要。CIDEG的目标是致力于"制度变革与协调发展"、"资源与能源约束下的可持续发展"和"产业组织、监管及政策"为重点的研究活动，为的是提高中国公共政策与治理研究及教育水平，促进学术界、产业界、非政府组织及政府部门之间的沟通、学习和协调。

2005年9月28日CIDEG召开了"中国的可持续发展：产业与环境"的首届国际学术研讨会，会议的主题正是中国当今的产业和环境状况。

中国的改革开放已经有几十年历程，它所取得的成就令世人瞩目，它为全世界的经济增长贡献了力量，特别是当其他一些欠发达国家经济发展停滞不前的时候。不过，中国今后是否可持续增长，却是世界上许多人所关注的问题，因为在中国取得巨大成绩的同时，还面临着诸多挑战：资源约束和环境制约，腐败对经济发展造成的危害，糟糕的金融服务体系，远远不足的自主创新能力，以及为构建一个和谐社会所必须面对的来自教育、环境、社会保障和医疗卫生等方面的冲突。这些挑战和冲突正是CIDEG将开展的重点研究课题。

中国发布的“经济和社会发展‘十一五’规划纲要”提出了对发展模式的调整，号召用科学发展观统领全局，坚持以人为本转变发展观念、创新增长模式、提高增长质量，把经济社会发展切实转入全面协调可持续发展的轨道。这也为CIDEG的研究工作的开展提供了一个更有利的前景。

而中国对环境治理方面的研究显然刚刚开始，中国近年能源消耗的速度远高于实际经济增长速度，这种增长是不可能长时间持续的。最近《京都议定书》开始生效，哪些公共政策措施可以控制二氧化碳和其他污染气体的排放？建立一个排放权的市场是否对控制尾气排放有效？如何资助新环境技术的进步？这些问题不仅需要技术知识，也需要经济学素养。而建立一个环境监管体系，就不仅涉及法律问题和技术问题，更需要对广泛社会问题的考量。环境污染背后的实质是社会成本和价值的重新分配问题，因而要从社会系统的角度考虑环境监管。并且从发展的角度来看，中国环境污染的源头在发生改变，监管体系也就应该随之改变。

还有公共卫生问题，比如SARS、疟疾、艾滋病等，这是全球化的另一面。人口流动性的增加加快了疾病传播，如何控制这些病的流行，不仅需要医生的合作，而且涉及许多移民的工作、生活和环境等问题。我们会面对许多类似的公共政策问题，解决方法要看历史因素和经济发展水平，因此，就要进行国际比较研究。

中国是独特的。但是，由于中国也曾经是一个中央计划经济国家，有些研究需要与过去同是计划经济的中欧和独联体国家相比较。与此同时，日本、韩国、中国和中国台湾地区有一些共同的特征，在开始阶段农村人口都占很大比重，传统社会规则是农业社群中的人际关系生发出来的。这些社会关系不可能一夜之间改变，这种发展形式和西方经济的发展很不一样，也与俄罗斯等国不太一样。所以，在面对这些既有共同点又有独特性的问题时，比较研究会很有意思。虽然受制于不同的制度框架，但问题是共同的，比如社会保障、养老金问题、环境问题等。关于社会保障制度的设计，我们可以从新加坡、瑞典和其他国家学到许多经验。在经济高速增长带来的与环境的社会冲突方面，我们可以从日本20世纪60年代后期的环境立法、产业发展协调中学到许多教训和经验。所以，对产业发展和环境治理的研究应该是全球化的。

比较经济制度分析是一种概念工具，有助于理解不同经济制度如何演化。不同制度可能会融合，可能会继续保持差异。产业发展和环境治理政策不一定是普遍适用的，在某些国家可能容易实施，其他国家也许不行，但不同国家之间的交流非常重要。充分利用国际上已有的研究成果，收集和整理这些成果以做进一步的交流，是十分可取的途径。

正是在这一意义上，比较、借鉴和学习也成为CIDEG学术活动中的一项重要内容。根据CIDEG理事长陈清泰的倡议，我们决定翻译并出版这套“CIDEG文库”，介绍不同国家是怎样从农业国家发展为现代国家的；在经济高速发展阶段，是如何处理与环境的矛盾的。这套丛书的内容选择非常宽泛，从学术的到非学术的都在其内，目的就是给中国的读者——学生、学者、官员和企业家以及所有对此有兴趣的人提供更多的信息与知识。CIDEG理事和学术委员为文库提供了第一批书目，并成立了编委会，今后我们还会陆续选择适当的图书编入文库。为此，我们感谢提供出版书目的CIDEG理事和学术委员，以及入选书籍的作者、译者和编辑们。

青木昌彦
吴敬琏
2006年4月10日

《新城市科学》译序

作为现代西方文明的来源之一，古希腊人是数学、逻辑和哲学的重要奠基者，并且他们还试图用数学来解释整个世界。在全球化和城市化的今天，城市成为人类文明最主要的聚集地，数学模型又可以如何帮助我们理解当代城市呢？迈克尔·巴蒂教授这本《新城市科学》就在延续这个讨论，他想告诉读者的是，如何在数学基础上跨学科建立一门新的“城市科学”，来阐释如今的城市文明。更进一步地，如何用这门学科中的工具，更好地规划和设计让生活更加美好的城市？

我与迈克尔·巴蒂相识多年，本书可以说是他多年以来研究的延续和集大成之作。他对城市从系统复杂性的视角进行了深刻的剖析，认为城市是各种网络和流构成的系统，并将城市诠释为行动、相互作用和转变的集合。这与我对超越空间概念的城市的抽象理解不谋而合。不仅如此，巴蒂教授还在书中对城市的规划设计和决策过程进行了探讨，提出了数学模型和模拟工具在其中的用武之地。这也是本书的最大亮点之一：将数学理论模型与城市实践结合起来。

城市研究的相关学科涉及甚广，各自亦有不同的角度和出发点。在本书中，巴蒂以地理学讨论为出发点，在复杂系统理论和网络理论的基础上，提出建模、可视化表达和模拟是城市科学的基本概念，并且可以对城市的设计提供技术支撑。这些理论和工具已经在城市相关学科中有所探讨，在本书中进行了充分的综述和总结，指出它们将在这些领域中有更为广泛的应用空间。比如，近年来在城市研究和城市规划领域兴起的智慧城市讨论，其来源之一就是本书中涉及的建模和数据分析概念。

虽然对于城市科学是否真正能称之为一门新的科学，在学界尚有争议，但迈克尔·巴蒂无疑是在这一讨论中最具分量的发言人之一。本书中不仅有详细的理论阐述，更通过从简到难的众多案例分析来帮助理解，极大提升了这本略显艰涩的著作的可读性。此外，本书的两位译者也是我的学生和同事，他们在城市规划和城市研究领域具有丰富经历，相信也对本书所需的专业而准确的翻译有所裨益。

联合国人居三大会近期刚在基多闭幕，城市的科学化发展和可持续发展已经成为全球层面可持续发展的共识。正如我在同济大学刚刚结束的城市规划学科发展论坛上所说的，世界进入城市时代促使我们重新思考城市发展和城市规划。迈克尔·巴蒂的这本书正是他从业多年来思考的结晶，我相信，要应对城市发展面临的挑战，不仅仅需要对新的城市科学的探索，还需要更多青年后辈贡献更多的研究和实践力量，推动和传播城市研究和城市规划。不仅在中国，而且在全世界，城市研究和城市规划的春天才刚刚开始。

吴志强

2016年11月5日

前言

我们生活在一个城市时代。到21世纪末，世界上绝大多数人口都将生活在各种各样的城市中，城市化和全球化成为常态，而我们曾经怀有的田园梦终将逝去。当全世界最终成为一个城市，“城市”这个词的意义可能与过去5 000年有很大不同。我们的注意力将集中在世界绝大多数人口实际运行其中的城市体系，而不是单个城市。要想理解正在发生什么，我们需要严肃地将城市视为人们聚集与互动之所。科技使当代的人类可以通过新的方式更加便利地联系在一起，我们也必须对网络、互动、联结、交易，以及使我们能够彼此交流的所有一切可能的方式开展研究，以增进我们对城市的认知。

这本书将城市视为使我们能够相互联系的载体。在此基础上，我们就可以认为城市提供了协同工作、协同创新、分享劳动成果的环境，从而促进繁荣。直到最近，大多数分享活动都是发生在单个城市之中，但很快科技将使我们能够跨越很远的距离。在一定层面上，这是一种交易。虽然不管对古代社会还是现代社会，交易都具有基础性的重要地位，但是全球化正在消除我们对物质运动和物品交易的依赖，而更关注非物质和社会性的交易。信息正在成为替代性和补充性能源。因此，要理解当代城市，建立一门能够解释城市增长、蔓延、衰退等的科学，我们必须把理论建立在如何彼此关联的思想基础之上。

这些思想并不是什么新鲜事物。50年以前，简·雅各布斯在她的重要著作《美国大城市的死与生[注]》中就提出，像过去那样简单地研究城市中各种事物的区位是远远不够的，我们需要以城市中的人们凝聚

在一起所形成的关系网络为中心重新思考区位问题。理查德·迈耶在《城市增长的联系理论》㊟一书的前言中认为，城市环境持续受到信息的冲击，并提出了城市作为信息万花筒的理论。彼得·哈格特和理查德·乔利在《地理学中的网络分析》㊟一书中就将网络用于地理学研究，提出了既精彩又具挑战性的观点，更加强调城市人类社会系统和地貌物质系统两者之间的并行。同一时期，沃尔多·托布勒（Waldo Tobler）在几何与流（flows）方面写作了一系列具有重要影响的文章，使形态信息至今仍在地理学中保持着鲜活的动力，本书所介绍的新城市科学也与之有着重要联系。

然而，除了偶尔出现一些具有远见的著作，我们仍然将城市视为空间和场所，虽然理解交通的连接意义，但我们从来没有试图将城市理解为一套网络，而区位会自然地从网络中产生。我们一直试图通过互动关系来解开各种行动和活动的区位之谜，而不是将区位视为互动活动的结果。在本书中，我将焦点从传统上的区位转向互动关系，这需要借助于很多网络和流的思想。

有一种传统维度关注的是城市的物质和空间形态，我们并不轻视这一点。当然，仅仅从网络和互动的角度研究城市而不谈及其形态也是可能的。实际上，很多城市研究文献倾向于将城市现象和城市视为空间议题或非空间议题，作为过程而不是物质或空间形态。然而，作为最明显或许也是最不具侵入性地干预城市演进的方式——城市规划与设计建立在物质形态基础之上，而不是控制和管理的社会经济工具。在这里我将保持这一视角，虽然我也理解我们可以将本书所使用的材料完全呈现为另一种方式。尽管如此，我们的讨论焦点可能是一致的，因此，我的视角主要是基于界定城市的物质和空间环境。我所介绍的构成新科学基础的工具要应对的近期挑战是对城镇体系和城市内部各系统的物质和空间进行诊断。

本书并不试图讨论未来的城市将会是什么样子，抑或如何创造更加美好的城市，而是从科学视角或者说提供科学工具来探索城市的未

来。然而如同科学惯常的那样，这一科学世界必然是不完整的。正如卡尔·波普尔对科学的洞见——“一门辨别我们可以预先忽略什么的艺术”。我用这句话作为本书的开篇，也是这项工作的基本旋律之一。读者应当认识到，对于这门科学，本书只涉及了一小部分，不同的研究方向也难免存在不一致之处，在最后章节，我努力强调这一点。然而，这门科学并非早期研究的浴火重生，而是建立在社会物理学、城市经济学、交通理论、区域科学、城市地理学以及物质规划的系统方法等传统之上，现在逐渐走向了复杂科学。我对这些传统怀有深深的敬意，后面的文字随处可见呼应。特别是，这里呈现的很多想法都建立在我此前在这条道路上的思考，这些在我与保罗·朗利所撰写的《分形城市：形态和功能的几何学》[注]以及我所撰写的《城市与复杂性：元胞自动机、代理人模型和分形》[注]中都有所体现。对这些想法的总结可以参见http://www.complexcity.info。我很难对这些著作进行导读，但这些材料确实构成了本书所讨论的方法和途径的基础。

当前，对城市的这一新理解正在不断进展。虽然我在这里只是简单提及，但它们已经暗含在这门科学的发展和应用当中。数字革命已经渗透了我们的文化，新的通信方式改变了我们的城市，大规模数据库为我们提供了前所未有的机遇对城市开展分析和建模，这在以往都是不可想象的。城市正在变得越来越智慧。尤为重要的是这门科学通过新的可视化途径为我们设计未来的城市提供了新的思考方法。在这里我并不试图过多谈论规划支持系统，或是通过新的在线技术开展公众参与设计之类的内容，但是我理解这一运动的深刻意义是应当把这些思想包含到更加广泛的政策环境中。实际上，这也是伦敦大学学院高等空间分析中心的研究团队的聚焦所在，很多研究项目为我提供了城市中的网络和流的大数据图解。我在此对他们的特殊贡献深表感谢。

其他还有很多人对我帮助甚多。Paul Longley与我是近30年的同事，从20世纪80年代开始我们就在一起研究分形理论，他的冷笑话一

直提醒我：科学充满偶然性和短暂性，但我们永当追求完美。Peter Hall自从我在雷丁大学获得第一份终身教职开始就成为我的良师益友，他在支持其他人按照他的多元化方法的同时也一直支持我以自己的方式研究城市，这两者其实是共鸣的。在伦敦大学学院有一支非常出色的城市形态研究团队，他们的工作与这些思想形成了互补。Stephen Marshall在城市和演化方面的观点，Bill Hillier关于物质形态和空间句法如何塑造城市功能的观点，Phil Steadman在结构形态领域的工作等都在这本书的工作中得到了体现。对他们的见解与影响我深表谢意。我还要感谢我的启蒙老师George Chadwick和Brian McLoughlin，他们在20世纪60年代后期引导我进入规划中的系统分析领域，这一研究方向在今天看来是如此重要。令人悲伤的是他们早已辞世，但我希望他们能够看到他们对此书所做出的贡献。我担心他们可能无法理解，因为理解城市的基础已经发生了巨大变化并且仍在快速变化之中。但是，我们今天所使用的方法和模型都仍是在他们早期基础之上的发展和补充。

我还要感谢麻省理工学院出版社的编辑团队，特别是Susan Buckley、Virginia Crossman和Kristie Reilly，正是他们卓有成效的工作使此书得以出版。

感谢我的妻子Sue为本书部分图表和全书校对所提供的帮助，本书是我们共同的心血，没有她这本书不可能出版。感谢我的儿子Daniel，他对城市中的各种事物抱有冷静的怀疑态度，持续激发我深入地思考其中的合理性并导入更广泛的思想。谨将此书献给他们。

迈克尔·巴蒂
威尔士圣多纳茨
考布里奇，格拉摩根谷
2012年10月

---

1. Jane Jacobs，*The Death and Life of Great American Cities*，1961.

2. Richard Meier，*A Communications Theory of Urban Growth*，1962.

3. Peter Haggett and Richard Chorley，*Network Analysis in Geography*，1969.

4. Paul Longley，*Fractal Cities*:*A Geometry of Form and Function*，Academic Press，1994；可通过http://www.fractalcities.org下载。

5. Michael Batty，*Cities and Complexity*:*Understanding Cities Through Cellular Automata*，*Agent-Based Models*，*and Fractals*，MIT Press，2005。

致谢

感谢James Cheshire和Oliver O'Brien提供了图2.7a，感谢Bahaa Al Haddad提供了图1.3c，感谢Erez Hatna提供了图5.15a，感谢Robin Morphet提供了图3.7a和b，感谢Jon Reades提供了图2.7c，感谢Joan Serras提供了图1.3d、图1.4、图3.8和图3.10a、b、c、d。本书的部分内容曾经发表过。第1章的部分资料选自*Cities*（29，S9-S16，2012）刊载过的文章。在第二篇的第4、5、8章中，部分内容曾经刊载于*Complexity*（16，51-63，2010），*Hierarchy in the Natural and Social Sciences*（D.Pumain主编，Springer，143-168，2006），以及*Embracing Complexityin Design*（K.Alexiou、J.Johnson和T.Zamenopoulos主编，Routledge，1-18，2007）。第9章的部分内容曾经作为伦敦大学学院高等空间分析中心的第164号工作论文在线发表。在第三篇的第10、11和14章中，部分内容曾经刊载于*Architectural Design*（41，436-439和498-501）、*Environment and Planning B*（1，125-146，1974;2，151-176，1975;11，279-295，1984），第13章部分内容曾经刊载于*Regional and Industrial Development Theories*，*Models and Empirical Evidence*（A.Andersson、W.Isard和T.Puu主编，North Holland，309-329，1984）。

本书的一些图表原本是彩色，但印刷为灰度模式。在可能的情况下，我们通过图表的题注说明了所使用的颜色范围并转换为灰色调。希望看到彩色图表的读者可以通过网址http://www.complexcity.info/newscience获取原始文件。

绪论

城市不仅是空间场中的场所，也是时间场中的戏剧。

——帕特里克格迪斯（Patrick Geddes），
《公民：作为应用社会学》（1905，第6页）

如果不是更早的话，在过去一百年中，已经有很多尝试致力于建立城市科学。每种都强调了城市的不同方面，但没有人成功地提出如同物理学等其他学科一样被普遍接受的理解。没有，也不会有一种范式能够主导我们对城市的理解，我们将要详细阐述的也不例外。新科学的原理是什么？我们相信用于理解城市的公理必须简单明了和抽象。我们需要挖掘表面现象之下的深层因素，揭示城市运行的基础。大多严肃讨论城市科学的人都不会反对这一点。我们确实需要超出人造环境来思考城市，不是建造我们长期认同的“美丽城市”，虽然这是十分动人的话题，是像有机体一样而不是像机器一样去建造一个系统。在过去20年中，我们理解城市运行的方式已经发生了巨大变化，提出新科学恰当其时。正如我们上面所引用的帕特里克格迪斯（1905）的名言，仅仅将城市视作“空间场中的场所”完全忽略了城市随时间而变化这一基本事实。这些变化包括空间中的运动，也就是说时间是由场所之间的流所刻绘的。实际上，曼纽尔卡斯特尔（Manuel Castells，1989）已经将当代城市定义为“流的空间”，这很好地充实了格迪斯的观察和我们将场所和空间联系在一起的想法，场所与空间与构成它们的活动彼此关联。

简而言之，我们对新科学的讨论建立在对场所的概念理解之上，我们必须理解流，而要理解流又必须理解网络。网络意味着人与场所之间的联系，因而我们的新科学的核心原理是如何定义系统构成的对象。所有科学都依赖于此类关系基础。道理虽然显而易见，但这一抽象过程对于城市研究来说却很难，因为这要求我们放弃原有的信念，即我们可以通过感官观察到城市的运行并巩固既有的认知。对于城市来说，所见未必即所得。是场所与空间之间的关系或者说网络，而不是其内在属性构成了我们理解城市的条件。这是我们建构城市新科学的第一原理，也是本书所介绍的全部理论、方法、模型、工具的基础。

我们的第二原理是关于流和网络的属性。我们看到，不同属性的网络以及与之相依的空间和场所，在数值、尺度和形状等方面都具有一种内在的秩序，这使得我们有可能对其进行分类和排序以更好地诠释其意义。大体上，构成城市的各种要素所形成的网络枢纽或节点布局呈现高度的不对称特征，这是经济过程的外在反映，其竞争性本质驱动了城市功能并决定了它的形态和结构。这些格局往往体现出小者众多、大者甚少的状况，所谓标度律（scaling laws）往往表现为幂律（power laws）。幂律反映了缩放过程在某种意义上是自相似的，系统功能的这一特征意味着系统的子系统、组件、要素等是分级排序的。这些过程导致了城市增长，奠定了城市的演化结构，将我们的理论和模型带到复杂性理论的范畴，带到诸如分形等高度有序的形式（Batty and Longley，1994），也使我们能够基于细胞、代理人、行为人等构成城市的最基本单位来建构模型（Batty，2005）。

我们将焦点放在流和网络，这并不代表城市如何增长与演化并产生不同形态与功能的全部。网络有两种类型：第一类是所有同组要素之间的相互作用或相互关系网络，例如，所有的位置之间的网络代表了从居住地到就业地、从一个地方迁徙到另一个地方等出行活动所产生的相互作用；第二类是不同组别对象，如人与场所之间所具有的关系网络。如果我们有这样的双边关系，我们就能够建构其他组的关系

或相互作用，例如，通过共同场所属性建立人之间的关系网络，或通过共同的人属性建立场所之间的关系网络。简而言之，虽然有一定假设，但我们有办法从更多要素关系中对多组交互作用进行预测。这也带出了我们的第三原理，对城市的理解必须扩展到流和网络，而不能仅仅建立在观察基础之上。

这门科学的基础远远超出以上三个原则所传递的基本概念。但是在本书的第一篇，我们首先将详细阐述这些概念以提供基础和先决条件。我们将流及其网络定义为彼此的协同效应，并引入使我们能够理解它们并将其应用于第二篇和第三篇中所涉及的各种城市结构分析的工具。还有许多其他理论，与我们的方法是相辅相成的或一致的。复杂性理论及其核心应用模型是这门科学的基础，读者将在本书的很多地方发现这一点（Batty，2005）。城市经济学理论对于理解竞争如何赋予空间秩序十分重要，藤田昌久、克鲁格曼和维纳布尔斯（Fujita、Krugman and Venables，1999）在贸易理论方面的工作值得一提。在城市内部经济学方面，单中心城市模型是关键（O'Sullivan，2011），而交通运输理论和模型也需要考虑（Ortuzar and Willumsen，2011）。总的来说，我们认为读者能够掌握本书的基本原理而无须理解完整的结构，一般来说也不需要具有城市经济学、区域科学、城市地理学和交通科学等方面的知识基础。此外，除了第2章和第3章关于流和网络的部分构成了后续章节的基础，以及第6章和第7章需要按顺序阅读以外，读者对大多数章节均可以按需阅读而无须考虑先后。需要按顺序阅读的章节可能还包括第三篇的各章，但所涉及的相关讨论均在各章被重提。

第二篇和第三篇是对基本工具的应用，分别从不同角度探讨城市如何运行以及如何设计城市。正如流和网络是硬币的正反面，理解城市的科学构成了第二篇，设计城市的科学构成了第三篇。一些读者可能意想不到，城市中有趣的事物往往对规划来说并不有趣，具有讽刺意味的是反过来也同样适用。在第二篇中，我们将考察城市的规模、内在的层级秩序、定义它们的交通线路、影响网络的地理位置，以及

这些网络的形态与结构。我用六个章节介绍了各种模拟方法，从简单的随机模型到自下而上的细胞进化模型和代理人模型，最后再到更加集合的交通与土地使用模型。我们始终强调先前所定义的三条原理：网络、标度和对交互作用或是流的预测。本书的这一部分并不涉及城市如何演进、结构化、功能化的综合性理论，却与这些更大知识体有着明确的联系。在阅读这些章节时或多或少可以彼此独立，这本身也表明这门科学仍不成熟。在未来某一时候，这门科学终将形成完善的知识体系，届时相关论点将会更加详尽并建立起更加全面的联系。

第三篇我们将焦点从城市本身转向设计，或者说用于塑造未来城市的设计和决策模型，这么说虽然略有唐突，但总体来说与我们到今天为止所采用的方法是一致的。我们用于建造设计和决策网络的工具在很大程度上与先前章节是相同的。但此时网络是行为人或代理人之间的通信媒介，行为人或代理人是利益相关者的代表，试图设计政策以创造更具效率、更加合理的城市。当然，我们仍然聚焦于物质方面，虽然从某种意义上来看面有些窄。在一定程度上，模型相比于第二篇现实性稍弱，但它们仍然体现了城市规划与设计是一项集体行动的思想——只有汇聚观点才能达成未来共识。在这个意义上，这些模型既是动态的又是均衡的。我们在这些模型中也充分利用了双边关系的概念，提出如何扩展我们的解释和模型，以探索城市系统的深层结构并尽可能将其应用于设计。虽然我们的设计模型还有假设的成分，但在最后两章我们仍然尝试完成不可能的任务，将这些思想推进到使我们的模型能够反映行为者提出未来城市决策的方法，并聚焦于行为的位置。这也为未来发展提供了方向。

在呈现全文之前，我们需要解释一下这本书的可能阅读方法。虽然可以从本书的不同位置开始阅读并从中获取所需，但全书仍然在思想、工具、方法等方面有着松散的先后联系，因此最好的阅读方式是按顺序先后。用这种方式，我们在此处所强调的信息能够被更好地理解。我们对数学的使用是正式的，所需的水平范围从初级到中级不等，对简单的微积分和矩阵代数有基本的了解就足够了。在表达法方

面，我们不能在所有章节使用一套完全一致的符号，在不同的方程中有时候会出现相同符号的重复使用，在这种情况发生时，我们将做出提示。实际上我们定义了一些标准变量，如人口为P、就业为E、土地为A或者L、出行或流为T和S。可能性表示为p和q，频率一般用f和F表示，矩阵以适当的条件给出，但为粗体。阵列一般是用向量或矩阵加变量括号的形式给出，如{…}或[…]。个体、位置、问题、政策等定义在适当范围内，这些范围用i，j，k，$\pounds$等下标变量表示，偶尔也会用k、m、n和z等表示。参数和其他常数用希腊字母表示。我们的表达法尽可能与相关文献保持一致，尤其是在空间交互模型和人口分析方面。由于相关运用总体来说并不正式，读者将会发现这些思想发展的逻辑是直截了当的。最后说明一点：很多图表原本是彩色的但被用于黑白模式印刷。希望看到彩色图表的读者可以通过以下网址获取原始彩色版本文件（http://www.complexcity.info/newscience）。

第一篇

基础与前提

简·雅各布斯（1961，第238页）说过：“当且仅当每个人都在创造城市时，城市才有能力为每个人提供一些东西。”她的这一观点我们感同身受，因为我们每一个人对城市都有各自不同的理解，这意味着城市是个多元的万花筒，具有多样性的思想、观点、理论、模型乃至我们所能想到的一切抽象事物。这也是为什么我们很难相信存在一种理解城市的方式，会优于所有其他方式。这也使得我们无法在牛顿开创的传统科学基础上建立城市科学。当我们退一步来思考城市如何运行、如何通过城市规划让城市变得更加宜居时，不可避免地需要一层

一层剥开城市的复杂性，直至发现构成我们所理解的城市的基本思想和技术。在这个过程中，我们揭示了构成新科学的基石。这门科学具有自下而上的稳健结构，并与我们所认为城市的运行、变化和进化的方式相一致。

为了构建这门科学，我们采纳了复杂性理论（complexity theory）的当代研究方法。复杂性理论将系统理解为自下而上的、由基本成分组成的层级结构，基本成分构成了网络，个体和组团在网络中通过社会和经济活动相互作用，系统的功能则是这些相互作用的表现（Batty，2009a）。像城市这样的系统会不断进化，为了实现规模经济，现代社会对集聚的推动力通常会促使城市生长。但城市同时也是自上而下的产物，这些自上而下的进程存在于每一个层级，从而让系统的相互作用更加复杂。复杂性理论是解读的关键，因为城市不仅在变大，更在变得愈加复杂，而到21世纪末绝大多数人口都将居住在城市中。随着城市社会从能源流动到信息流动的转变，城市居民间的交互正在具有越来越多的层面，这让我们不得不将城市看作一个不断变化和进化的临时性现象，正如我们一直试图理解的城市系统。当然，这并不是什么新观点。波普尔（1959）早就表达过类似的概念，他认为由于未来在本质上是不可预测的，所以我们并不能确定自己未来的行为，因此现在的所有理论都只能在某种条件下成立，并且都会在某些情况下失灵。

为了构建这门关于城市的新科学，我们首先需要建立一些基础和引入一些前提。第1章中，我们将介绍城市如何被模块化构建，通过层级结构表达子系统的相互作用，发生改变并进化。在这样的概念下，认为区位、场所和空间将在这些系统中占据支配地位的想法多少有些过时。区位的确重要，但是仅在场所中有交互发生时才是重要的。在这一章中，我们揭开城市的面纱，将区位理解为不同相互作用的模式，这些交互行为则是通过物质流、人流和信息流将城市居民集聚起来的黏合剂。因此，人们集聚工作和娱乐的网络（包括经济和社会网络）将是这门新科学的决定性基础。在第1章中，我们确立了上述观

点。从我们介绍的观点中可以得出这样的概念，组成城市的模块会贯穿于不同层级的临时空间层面，反映这个概念的最好例子是经济活动的集聚方式：在更大空间尺度层面上，市场中心变得更大，而分布变得不那么密集，相互之间的间隔也更大。这些集聚与分形图案的形态在本质上具有相似性（Batty and Longley，1994）。此类尺度变化是复杂性的一个基本特性，可以用来解释上述例子中交易和交互等简单过程如何成为各层级的本质活动，以及如何随着空间层面变化发生相应变化。我们将介绍作为幂次法则的尺度变化概念，当我们描绘贯穿于空间和时间、区位和网络中的相互作用关系时，这个概念具有核心作用。第1章展示的很多这类尺度变化的关系，表现为人们竞争城市中土地和区位的特征性秩序。例如，当城市变得更大时，它们往往也趋向于变得更富有、更绿色以及更高密度，尺度上的变化也带来了城市新陈代谢上的质变。这就是城市的异速生长，本书中多处会涉及这个概念。

理解城市的关键是拆解城市的物理形态，揭示使其在各个层面运行的网络。从这个意义上来说，城市是一个因特定目的而相互作用的个体的集合。因此，我们这门新科学的中心思想之一就是：区位是定义交互进程开始和结束的节点。从这个观点出发，不同于传统理论将城市看作空间、场所和区位的集合，我们将城市视为活动、相互作用和交易行为的集合，这些行为是城市的基本构成，也与社会和经济财富创造过程中的规模经济有直接的联系。由此，我们将城市看作物质或非物质的流和关系网络（networks of relations）。我们在第1章中提出这个观点，并在第2章和第3章中分别介绍作为“流系统”的城市和作为“网络系统”的城市。在一定程度上，这是理解城市的两个略有不同但又相互补充的视角，或者可以说是同一枚硬币的两面。

第2章中我们介绍了流的思想。不同区位之间的流并不是严格嵌入城市空间的物理结构，而是以某种自由度在空间中穿行。这些流的模型通常并不严格与流所发生的物理网络相关。即使是那些严格相关的模型（比如交通规划），它们所关注的物理问题相关网络（比如其中

的运输能力问题），也可以从模拟流的模型中完全剥离出来。我们从一些典型案例开始讨论流，如上班路程等。然而，即使对于自由浮动的流，要将流系统在欧几里得几何空间中表达出来也是困难的，更不用说后面在处理网络系统时会出现更棘手的问题。实际上，将城市作为流系统已有数年历史。我们介绍的一些例子说明了如何将流转换为几何关系，将它们视为网络连接，并转变为矢量空间或矢量场。第2章的主要目的实际上是引介一系列流模型，然后在此基础上简要介绍空间相互作用理论（spatial interaction theory）。我们展示了不同类型的流模型是如何构建的，并重点关注如何用流来表达区位功能中的可达性和势能。本章的一个要点是，构建了将流对称处理的基本模型。当然，真实系统与这个模型相去甚远，这说明我们研究城市中的流，必须思考真实情况与假想的各向同性平面有多大差别。在过去50年中甚至更久，各向同性平面经常被作为城市经济理论的初始假设，而在如今的模型构建中仍然具有重要作用。

在第3章中，我们翻转到硬币的另一面——网络系统，并介绍了本书中涉及的网络科学的原理。其中的关键概念是，网络是流运行的组织结构的表达。与流相比，网络与城市的二维（或许是三维）空间结合得更加紧密。这些组织结构则进一步反映了城市社会和经济得以运行的作用进程。我们用图表来阐释网络，尽管图表通常用于模拟网络中一组物体中的相互作用，例如在社会网络中一个群体中的成员与其他人的相互作用，本书中我们引入了二部图（bipartite graph）这一重要方法。二部图用于描绘一组物体与另一组物体之间的关系，比如个体与他们的行为，或是行为与它们发生的地点之间的关系等。这是一个非常强大的工具，我们可以通过二部图描述的关系，来构建描述一组物体间的关系的一分图（unipartite graph）。例如，可以通过个体间行为的媒介或是他们居住的地点等，来构建个体之间的网络。这种图示方法将贯穿全书并反复出现。实际上，在探索一组物体与其特性之间关系的一切多变量分析中都会用到这种方法，在本书中我们将其应用于对网络的研究。

我们将采用上述概念和方法来定义网络的作用过程。这些过程都可以理解为从节点通过连接产生的扩散，网络构成了沟通中介，这些正是城市中所发生的。典型常规扩散过程包括创新、疾病传染、城市扩张等（Batty，2005）。现在有大量研究工作开始关注对这类网络的破坏，以及对特定节点介入干扰所引发的层叠效应。本书不会对此展开讨论，因为这是一个新兴领域，但假以时日这些必将成为我们所构建的新科学的一部分。不过，我们定义了这类网络中的沟通过程，以及过程中沟通信息的变化。特别是在第3章，介绍了节点的初始差异扩散到某种平稳、均衡或一致状态的一般过程，并在本书第三篇中对此做进一步的具体讨论，研究城市规划和设计中不同利益方冲突问题的协调模型。在第3章中我们仅视其为一个一般性过程，并结合二部图方法，描绘一些将在后面章节继续讨论的网络过程。我们采用的另一个思路是空间网络。城市中具有基础性的交通网络，它们嵌入在二维的欧几里得平面中，但又不总是处于平面中，因为在路径交汇时有时会需要扩展到三维空间。我们阐释了道路和铁路网络的几个关键概念，并展示这些网络形态与空间规模变化的关系。

这些就是本书的基础。我们介绍的这些工具，由其他关于城市组织的理论和模型所支撑，在这里直接采用了。对于城市中的复杂性理论来说，时间维度确实重要，但在本书中没有过多讨论动态性问题，因为在别处我已进行过相关讨论（Batty，2005），并有充分的内容可供读者进一步探索。空间经济学和区域科学也提供了很多重要的理论和工具，尤其是在城市经济学领域，以及新出现的建模方法，特别如元胞自动模型和代理人模型等，但在本书中没有深入探讨。还有其他理论和方法，比如土地利用交通理论和模型（Heppenstall、Crooks、See and Batty，2012）。我们将在第二篇讨论模拟时对这些略有涉及，但就本书中的大多数内容来说，这三章中所引介的理论、方法和工具完全足够。

第1章

建立城市科学

> 如何建造城市如果还不是科学的话，也将很快成为一门真正的科学，它将需要人类知识每个领域中的重要和深刻的研究，特别是社会科学领域。
>
> ——伊尔德方索·塞尔达（Ildefonso Cerda），《城市化原理的五个基础》（1859，第66页）

城市科学已经让我们等待太久了。早在150多年以前，伊尔德方索·塞尔达就预测了城市的世界将建立在几何学之上，并成为社会行为的基础。而在那差不多50年之后，帕特里克·格迪斯则认为各种流而非机制，将主导这门科学。在《进化中的城市》一书中，格迪斯写道："因此，实际上出现了城市科学的方法，即我们的城市应该进行独立研究，并科学地进行比较，正如我们长久以来对待城市中的建筑那样——分类型分风格研究。"（1915/1949，第269页）从某种意义来说，这些预言为这门新科学的发展引来了一道虚幻的曙光。因为直至今日，在21世纪的开端我们才拥有可以开创这门科学的要素。现在是时候来正式思考关于城市组织和结构的概念和想法了，这些是正在快速成长的复杂性理论科学的一部分（Batty，2005，2009a）。总之，一个新的范式正在形成。

在本章中，我将大致介绍这门科学的概况，并在随后章节逐步展开。为了奠定基础，我首先引入一个关键概念，即需要将城市视为相互作用、沟通、关系、流和网络的集合，而不是区位的集合，区位实际上是相互作用的综合体。这是这门新科学的基础概念。接下来，我

们会探讨城市的规模和规模变化，介绍关于集聚、全球化和疏散化等一般性概念；然后介绍我们将城市视为一个以几何和地理性为基础的物理系统的概念，并以此为工具来描述、探讨和分析我们的关注点。随后，我们将介绍这一观点如何从系统的角度形成，这也涉及复杂性理论。除了我们所关心的相互关系，还有三个主题概念将在本书中不断被提及，它们是：时间动力学，即事物的变化方式；流，即区位之间的相互作用的强烈程度；规模和尺度，亦即事物的大小变化。我们首先从动力、产生、模式、过程、流和相互作用的角度来详细描述复杂性，然后介绍数个规模变化定律，这些定律可用于解释城市在规模变化时发生怎样的质变。本章中，我希望读者关注这些已有的关于城市和复杂性的相关文献，而不是我们在本书中如何运用这些理论。在这之后，第2章和第3章分别构建关于流和网络的概念，并在第二篇中应用这些概念。

1.1 新范式

半个世纪或更早之前，城市就开始被认为是“系统”，被定义为相互作用主体的确定集合，系统一般处于均衡状态，具有清晰可控的功能，通常可以通过类似规划或管理这样的过程进行调控。这个定义概念将城市视为自上而下的组织形式，并与假定为良性温和的周边环境相隔离，城市通过各种消极反馈调整到平衡状态，并在此基础上运行各种功能。然而，这样的城市模型自从提出就被发现有诸多不足之处。城市既处于一个温和的良性环境中，也无法简单地与周边世界割裂开来。此外，城市也不能自动恢复平衡状态，而是在不断变化中，甚至总是处于远离平衡的状态。城市并不能被视为集中管理的结果，而主要是依靠数量巨大的个体和群体决策“自下而上”地进化，只有偶发的“自上而下”的决策行为。总而言之，城市更像是一个生物性系统而非机械性系统。复杂性科学的兴起为系统理论带来了从“自上而

下”向“自下而上”的转变，复杂性理论认为系统是开放的，其基础更多是演化过程的产品而非宏观设计（Portugali，2000）。逐渐地，将城市作为“机器”的观点被“有机体”所取代，而之前的那些观点则已深嵌在过往的城市发展建设中（Barry，1964）。

这门发展中的科学并没有放弃采用更正式的途径来理解城市，因为新科学仍然建立在已有的庞大基础之上，只是改变了所强调的关键点，实质上是要构建一个更加全面的结构性框架，让我们更好地理解那些反映了城市多元性和多样性的观点。城市研究方法中有一个论题一直占据着主导地位。自有历史记载以来，在研究、规划和想象中，城市都被视为一个场所，可以用区位模型和图纸来表达其形式和结构。这种陈述显然突出了城市的物质性，将空间理解为公平和效率的体现，促使我们去设计更好的城市。我们通过干预城市物质或地理格局的方式来控制城市活动，我们对城市的理解也一直被限制在这个框架中。因为如此，城市规划的理论基础就是如何对动态活动和土地使用进行理想化配置，或是约束哪些活动可以在哪些区位进行。这并没有抓住城市的全部本质，也无法抓住城市的演变。区位可以概括城市活动的状况，但不能反映人群之间的关系和相互作用，而这些关系和相互作用才是城市生活的基本原理。如今，这是一个被通信主导的世界，到21世纪末时绝大多数人将会居住在城市中，在这个关键时期，我们需要将关注点从区位转向相互作用，从简单地将城市理解为理想化的形态，转向将城市视为通信、相互作用、交易和交换等各种模式的集合。或者简而言之，将城市理解为网络。

区位理论覆盖了经济学乃至美学，也构成了时至今日在城市研究和设计中仍占主导地位的工作方法。本书描述的这门科学不再仅基于区位理论，而是初步认为：如果我们仍然用区位格局的方法来看待城市，当我们讨论城市公平和效率问题并试图设计出解决方案时，可能首先就全然忘记了城市为什么会存在。我们需要这样一门科学，其基础概念应该是讨论人们为什么集聚在一起交易和交换他们的商品和想法、进行社交联系并繁育后代——或者说相互关联。我们认为在理解

并规划城市时，相互作用关系以及因此形成的网络比区位更加重要。但是，强调网络并不意味着本书将全盘否定区位的意义。区位建立在相互作用的基础之上，区位是关于在网络中发生了什么以及各种活动之间如何相互作用的综合结果。为了建立一门将区位视为相互作用模式的城市科学，我们将介绍一系列基本但有效的工具，以呈现、分析、模拟、预测和设计城市结构。这些工具将围绕人们如何相互作用来构建，并主要通过物理现实以及建立在网络、流和其他很多类型关系类比基础上的隐喻，来展现这些相互作用。

还有另外一个原因，使我们必须从基于区位的方法转向基于网络的方法。在中世纪城市中，相互作用大多是本地化和某种意义上的瞬时化的，并且高度集聚。当时的物理相互作用非常有限，直至工业革命的发生和内燃机的发明，城市才得以扩张，并由此带来了城市居民之间更多的相互作用。显然，技术对于我们能够在何种程度上进行联系有着极大的影响。正如尼葛洛庞帝（Negroponte，1995）描绘的那些他所坚信的转变，随着我们从物理相互作用走向数字作用，从能源走向信息，从“原子”走向“字节”，以及从工业化走向后工业化时代，相互作用的技术限制已经越来越小了。近年来，随着网络和无线发展带来的计算机和通信的融合，交易交换的成本已大大降低，使得过去过于昂贵、不太可能甚至不敢想象的各种相互作用都成为可能。这个需要关注相互作用成本的世界正在被新信息技术极大地改变着，从城市区位角度而言，21世纪末的城市物质形态将很可能与我们如今看到的大相径庭。实际上，城市的变化可能会非常之大，以至于我们连城市在中期将会发展成什么样也无法预测。因为我们直到现在才刚刚开始掌握新的工具，从相互作用和网络而非区位的角度来理解和分析城市。本书的中心目标就是展现这些工具并阐述如何更有效地利用它们。

为了论证到底什么是新范式——我们将城市理解为相互作用的集合而不是区位的集合，我们不得不为推陈出新付出代价。实际上我们将证明：区位与交互作用和网络密不可分，城市增长和形态的格局特

征与各类交互作用、能源流和信息流有着密切的联系。过去用于描述密度和可达性的那些概念，如城市形态、城市蔓延、私人和公共交通、社区完整性等，也都在本书提出的研究方法框架之内。本书不打算重复介绍对城市形态的传统表述，也不会深入讨论城市空间运行的社会链接方式，而是提供工具以探索这些理解方式。如果这种方式是有效的，那么读者应该从本书出发进行扩展学习探索，通过对设计更好的理解，将自己的经验和知识融入当代城市的很多方面。本书并不寻求替代已经发生的，而是认为如果我们想要为城市和城市规划构建一门有效科学的话，首先需要厘清一些更深刻和更基础的模式。

1.2 集聚、全球化和疏散化

城市出现的主要目的是将人们聚到一起来交易他们的劳动成果。从历史上看，人们选择聚集地点时，总是选择一些能够持续发展的区位，既能够方便地开采自然资源，又能够在更大的地域范围内获取产品和交易盈余。我们的世界充满了这样的城市：位于具有良好区域可达性的交通节点、河流交汇处、具有自然屏障的港口、邻近化石能源产区等。由此，建立起了中心城市及其腹地这一概念。随着城市的诞生，产生的空间系统都可以通过地方产品的经济优势并通过交易扩展到更大区域来解释。因此，城市的本质是规模经济，传统观点认为经济规模的增长比城市规模的增长比例更高（Glaeser，2008）。我们将在本章对这些概念进行扩展性探索，并在本书其他章节正式介绍规模变化概念时继续进行探讨。

这就是马歇尔（Marshall，1890）在一百多年前对集聚（agglomeration）的定义，集聚意味着网络效应。传统上，当人们聚到罗马集市或中世纪市场等地进行交易时，实际上他们在空间上的接近会提升达成交易的潜在可能性。将人口数量设为P时，邻近的人们之间的最大相互作用数量会增长至P^2，这一正反馈效应是经济增长的

基础。但是也不难知道，实际可以面对面沟通的人数T远小于最大值，因此即使人们在空间上聚集，仍然有$T \ll P^2$。所以要实现集聚经济效应，还需要新的沟通交流方式。本质上来说，城市规模越大，就越可能形成良好的机制，让更多人之间进行有效的沟通。此外，随着城市增长达到的集聚经济意味着城市的规模收益递增效应，并进一步带来交易成本的下降。这样的经济方式会产生一些重要的空间和物理影响，在稍后章节中我们将更详细和深入地介绍这些影响。

一个重要的推论是有反作用力对集聚趋势进行平衡。资源总是有限的，因此城市与其他任何类型的团体一样，都在与其他团体进行竞争。城市不可能无限制地扩张，因为技术条件限制了交易成本的降低程度。而城市也不都是一般大小的，因为这意味着无法获得规模收益递增。实际上我们可以观察到，城市规模等级分布存在着从少数大城市到众多中小城市的有规律变化。这说明城市在竞争过程中形成了一定的规模层级体系。很多区位研究都是在探讨空间经济根据规模进行组织的理论，表现为城市的空间群落及其腹地。在美国等一些地方也能看到一些不太一样甚至有些反直觉的现象，即城市按照纯粹的等级规模定律（rank-size rule）分布。也就是说，如果我们将所有城市从最大到最小按照规模进行层级排序，某个城市所在层级的规模大小，就是用层级数与最大城市规模相除的数值。这是一个决定了不同规模的城市有着怎样的不同相互作用模式和不同网络结构的关键因素，我们将在本章和随后几章更加详细地讨论这个问题。

本书的第二个主题是全球化，其核心概念是交易成本以及跨越长距离沟通的能力。在全球范围内的相互作用使得城市越来越专业化，生产和消费活动通过扩展到传统腹地之外增加其附加值。从某种意义上来说，历史上的那些大城市也是这么运行的，也许从罗马或者南京就开始这样了，它们作为帝国的首都所影响的疆域空间大大超越了城市的空间领域。19世纪的大多数工业城市和20世纪的很多城市都不是真正的全球性城市，而是随着新一代信息技术的发展，改变了我们传

统认识上的空间和距离，全球化才在当代得以实现。实际上，全球化是与交易费用的下降以及新信息通信技术的发明携手出现的。尽管让人印象深刻的“距离的消亡”提法只抓住了全球化转变中的一个要素（Cairncross，1997），在过去四分之一世纪里互联网的发展将网络、通信和相互作用等概念推到了我们对当代和未来城市思考的前沿。因此，任何想要对城市中的活动进行管理或控制的行为都应当建立在对相互作用和网络的改进、管理或控制基础之上，任何类型的干预行为如果不考虑已经扩展到全球层面的网络的话，也必然失败。

疏散化（decentralization）是我们的第三个主题词，这其实跟集聚和全球化是同时发生的。随着各种沟通媒介的费用的降低，城市活动能更加容易地传播和影响到更广阔的区域。首个证据在一个世纪或更久之前就已经出现，当时的传统工业城市中，工业在城市中心周边布局，并逐步向周边搬迁。其主要原因是更低的交通运输成本和汽车使用，以及对空间的需求增长。这样的疏散化一直在发生，到20世纪末期几乎所有的商业区都成了“边缘城市”，预示着多中心模式的出现，一种具有众多组团及核心的城市发展模式。实际上，城市发展的主要模式早已不再是一个高度集中化的系统。集中在一个特定地区的集聚经济已经需要面对更加广泛的区域经济，通过更大区域的交通将这些经济活动集聚起来能够有效地提升效率，甚至比传统上面对面沟通的高密度核心区更加有效率。

有人认为疏散化和集中化这一对反作用力是决定城市发展的关键因素。物理上的疏散化因交通成本的降低才成为可能，但同时也是城市增长带来更多空间需求的结果。为了在配置城市功能时能保持合理的密度，提供更多的空间是不可或缺的。但我们也不能忽视，人们从本质上就对享用更多空间并满足不同的空间偏好有内在需求。对于居民来说尤其如此。所以我们可以将城市理解为一种必要张力，一侧是与其他人尽可能接近的需求，这也是城市的本质，另一侧则是对尽可能大的空间的可及性的需求。而一个简单的约束扩散模型就可以很好地描述这个概念，我们将在第8章介绍这个模型。随着交易成本特别是

交通成本的变化，这种张力以不同方式发挥着作用。当不同城市间的交换行为可以获得经济和社会优势时，城市模式就开始变得具有全球性，而疏散化也融入全球化进程当中。在本章后面部分我尝试通过复杂性理论来构建的一些概念就是基于上面对疏散化的理解。当然，在此之前我们还需要搞清楚如何从物质性角度来清晰地阐述这些概念。实际上本书的预设前提是，我们对城市的理解仍然停留在几何形态的物质性层面上，而通过配置城市功能的区位来实现目标的传统规划方式已经过时。强调相互作用的新范式依然需要我们从物质形态角度来理解和设计城市，但通常体现为网络，而网络依存于强大和重要的社会经济联系。

1.3 物理主义㊟：几何学、形态学与城市形态

在工业革命之前，公众对城市问题的关注很少涉及社会方面的关切。从史前开始，一些宏大规划就将城市的一部分设计为几何纪念式布局，并以行政命令予以实施。但直到现代技术发明的出现和应用，大量移民从乡村涌入城市推动了工业化城市的增长之后，公众才开始对城市过度拥挤带来的后果进行批判，关注度也不断提升。这是对高密度以及随之产生的健康和拥堵等问题的回应。在西方国家，这种变化推动了制度化的物理空间规划的出现来支持上述类型的公共干预行为，并一直持续至今。最初，物理空间规划主要关注密度和功能分离（segregation）等问题：通过规划在更大的空间范围内进行城市布局来降低密度，如“花园城市”“新城”等形式的城乡之间更加平衡的混合模式。制定规划将城市中的不同功能区进行分离，如居住区和工业区，在这个过程中产生了被称为“区划”（zoning）的规划工具。其实如今的情况已经大不一样，当代的高密度城市绝不是污染和过度拥堵的代名词，实际上它们比20世纪晚期占据主导的城市蔓延更加绿色也更加可持续。19世纪和20世纪早期，可达性作为集聚的关键因素很少

被考虑到，城镇基本上被限制在一个较小人口规模的尺度上。在当时的情况下，集聚的优势没有被很好地理解，而规划设计方案经常是增加而非减少人与人之间的距离。直至20世纪中早期小汽车的兴起，可达性才成为我们对城市系统的理解的一个重要因素。

密度、分区和可达性，这些要素同样也是我们在这里称之为“物理主义”的关键要素。从严格定义上来说，物理主义认为物理属性是唯一有意义的，很明显这是一个极端的观点，但我们在这里使用这个概念是因为物理形态可以很好地描绘一个城市，如城市的地理、几何及其相关属性。物理主义与集聚、疏散化和全球化等根植于人类行为和社会结构中的城市驱动力并不矛盾，但它更关注那些可以直接观察到的且能够通过城市规划进行干预的内容。物理主义也不与其他类型的规划相斥，尽管我们认为对城市物理形态的控制是最简单适用同时也最有争议的一种方式。

定义密度和可达性的两个关键要素是范围和距离。从几何意义上来说，这种表达是由点、线、面、数量以及它们的各种组合构成。关于物理性的表达有很多理论，它们说明了人类的功能和行为的成本和收益，这些构成了城市运行的方式。其中很多属于区位理论、城市经济学和区域科学，建立在微观经济学的基础上，并由此与一些更具一般性的概念如公共设施等相关。对于这些庞大的理论知识，我将仅在建立探索城市物理形态及其网络的工具时略做提及，但我将假设这些概念对于实践是相关且有用的。本书主要涉及的理论有城市和区域的交换理论（Fujita、Krugman and Venables，1999）和城市经济学的增长理论（Glaeser，2008）。

关于相互作用，我们认为它们的基础是物质性网络，其中包括了不同类型的交通系统。流在这些网络中运行，代表了活动的量和类型，并影响了区位。这些都存在于二维或三维空间中，并具有一定的物理形式，使得其中的流可以被度量。信息则与之形成了对照，信息在物理网络中流动，但是它们的体量和网络基础通常都是隐藏且不可

度量的。考虑到社会网络与城市之间的重叠多种多样，相关研究大多并不涉及空间特性，我们将主要聚焦在它们的拓扑学和关系结构上。在接下来的两章中，我们从网络与地理或关系空间的联系角度来讨论所有这些网络，使用流理论以及图形理论将它们表达为节点（nodes）和弧线（arcs）、枢纽（hubs）和连接（links），以及顶点（vertices）和边缘（edges）。我们将解释节点是如何与区位相关联的，以及连接或弧线是如何与区位之间的流相关联的，而流就是各种活动间的相互作用的集合。

集聚意味着区位的形成，但在此背景下，我们将这种集聚视为节点或枢纽的高密度链接，而物理上的疏散化可以用网络链接在地理空间的扩展来表示。全球化也可以用同样的方式但在更大尺度上来解读。从这种相互作用角度对城市的理解是认识当代城市必不可少的基础，因为当代城市具有从最本地化乃至最全球化的各种尺度上的联系。实际上，只有“网络相互作用”范式可以很好地解读中世纪城市向工业城市再向后工业城市发展转变的过程，传统上将城市看作一大片乡村上的节点已经不可行了。密度和网络的持续增长意味着城镇化和财富的增加，也意味着复杂性的提升。我们将用这一主题将各种概念联系起来并引导本书后面的章节。

1.4 系统方法

有多少个试图了解城市复杂性的评论家，就有多少种理解城市的方式。这并不奇怪，因为虽然我们对某些特征有共同认识，但每个个体对生活在城市中意味着什么都有着不同的理解。有鉴于此，为了加深理解，我们的明确思路是更多地采用不依赖问题领域的一般性理论来建立框架。有人可能认为不依赖具体领域的理论容易抓不住系统的本质，但我认为，一般性方法在保持所研究系统的结构和表现的中立度上具有初始优势。50年前出现的一般性系统理论源于生物学和工程

学，并被社会学、管理学和城市规划等社会和专业科学所采纳。这种方法在那些尚未建立强大理论架构的知识和实践领域中很受青睐。城市规划学科在20世纪的前期基础是建筑决定论（architectural determinism）和社会管理理论（social administration）的奇怪组合，当对城市和城市规划的理解开始转向更加系统性的社会科学方法时，系统方法被广泛采用（Chadwick，1971）。从此，系统方法就一直影响着我们对城市功能的认知。

系统一般被定义为由相互作用的元素或客体构成的有机整体。网络是这种方式架构的系统中一个密不可分的概念，系统的组织形式是实体在不同层面的集聚，通常形成不同的结构、组团或子系统，具有层级体系的特征。在自然界和人类社会中，很多系统都是按照层级体系来组织的。在某些情况下，严格意义上的层级体系被认为是应该去追求和努力达到的最优秩序。这种秩序通常是系统结构区别于系统行为的特征，系统行为是重点研究通过定义系统的元素间相互作用的常规行为来维持系统结构。正如将城市定义为工作地和居住地等区位点的集合。将这些区位联系起来的相互作用是上下班路径上的交通流，通过日复一日的重复维持着常规系统结构。在模式中的变化趋向于在短期内保持结构的稳定，这些模型会通过消除和创造工作岗位和住宅的布局来逐渐进化和调整。这类行为的特性是通过反馈重新达到平衡状态，并抑制那些试图改变系统长期稳定状态的不稳定行为，它们通常被称为“负反馈”（negative feedback）。

层级结构在当代研究方法中依然发挥着重要作用，例如在复杂性理论中。西蒙（1962）通过他的例子，很好地阐述了层级结构为何是系统必不可少的一部分，将系统稳定地整合在一起，并且弹性应对外在的影响力。他的案例值得我们再次关注。西蒙想象有两个瑞士的钟表匠——霍拉和丹普斯，他们在制造同一款式的复杂手表，每只手表都包括1 000个部件。他们俩唯一的不同之处在于组装这些部件的方式。丹普斯采用将每个部件一个个安装起来形成成品的方法；而霍拉会先制作每只包括10个部件的装配件，然后再将每10个装配件组装成

一只包括100个部件的组合件，最后，他再将10个组合件组装成手表。开始，这两种方式都运行得很顺利。但是当这两位钟表匠开始因其产品愈加出名时，越来越多的订单蜂拥而至。由于订单都是通过电话而来，每当电话响起，丹普斯就得放下手头的装配半成品并散落开来。同样情况下，霍拉仅需要重新开始一个装配件的工作。最终，丹普斯发现情况越来越严重，甚至难以完成装配哪怕一只手表，而霍拉则可以有效地应对增长的订单数量。长此以往，结果显而易见：霍拉的生意大获成功，而丹普斯被迫出局。当然，这个故事的寓意是，自下而上的层级组织是系统进化的基础，层级结构是自然界和人类社会健康和弹性发展的方式。连续层级结构中的密度组团或子系统构成的网络是复杂系统的特征之一，而复杂系统这一概念将不断出现在本书的每一章中。

正如霍拉对手表制作方法的设计，早期理论所描绘的系统是一个基于底层相互作用的子系统，或是一个“严格”的层级体系或树状结构的网络，我们在这里称之为“树突”结构。图1.1a是一个子系统中的相互作用，图1.1b为层级体系。实际上，在层级体系刚刚被用来理解城市和城市间的关系时，就被认为这种严格细分必然是一种简单化的理解，子系统间必然有一定的相互重叠。亚历山大（Alexander，1965）在他那篇著名的论文《城市不是一棵树》中赞同了雅各布斯（1961）的观点，认为多样性和多元化是城市的基础，但正在被诸如区划规划等具有生硬层级结构的城市规划所摧毁。他使用“准网格”（semi-lattice）的概念来说明，尽管用层级体系来研究系统如何自组织在一定程度上有其可行性，但现实世界的复杂程度远远超过了任何严格层级体系所能表达的内容。图1.1c用系统结构的简单图示描述了这个构想。

但在这些构想中并没有考虑到系统在怎样的条件下可能发生变化。正如西蒙（1962）指出的，层级体系和树状结构是一种演变而成的平衡状态。因此当系统理论首次运用到城市研究中时，城市系统被广泛地认为应该以长期的平衡状态为目标。实际上，我们现在已经知

道，基于某个时间断面来判断城市是否处于平衡状态是完全错误的。城市可能看似处于一种平衡状态，这是因为物理建成环境的变化速度和人类行为的改变速度之间有巨大差距。但我们认为城市正是处于不断变化的非均衡态中。焦点应当是过程，其中发生的增长或衰退意味着正反馈（positive feedback）或是累积因果（cumulative causation），继而将系统持续推向新的均衡态，这其实表示系统始终处于连续变化的非平衡状态中。实际上，城市是一个高度有序的实体，与物理科学所研究的随机系统模型相去甚远，“远离平衡”是城市的特性，并通过城市的增长或变化对这种远离均衡态不断进行调整（Batty，2005）。城市的系统论的问题在于，它试图将其视为可以良好运行的系统，可以很好地应对外界的冲击，并趋向于修复系统至原先的均衡态或至少与原先比较接近的状态。然而，我们在过去50年中看到的是，系统无法自如应对外界变化条件不断自我调节，其实这种想法从未正确过。城市是创新的温床，城市创造奇迹，城市也上演灾难。

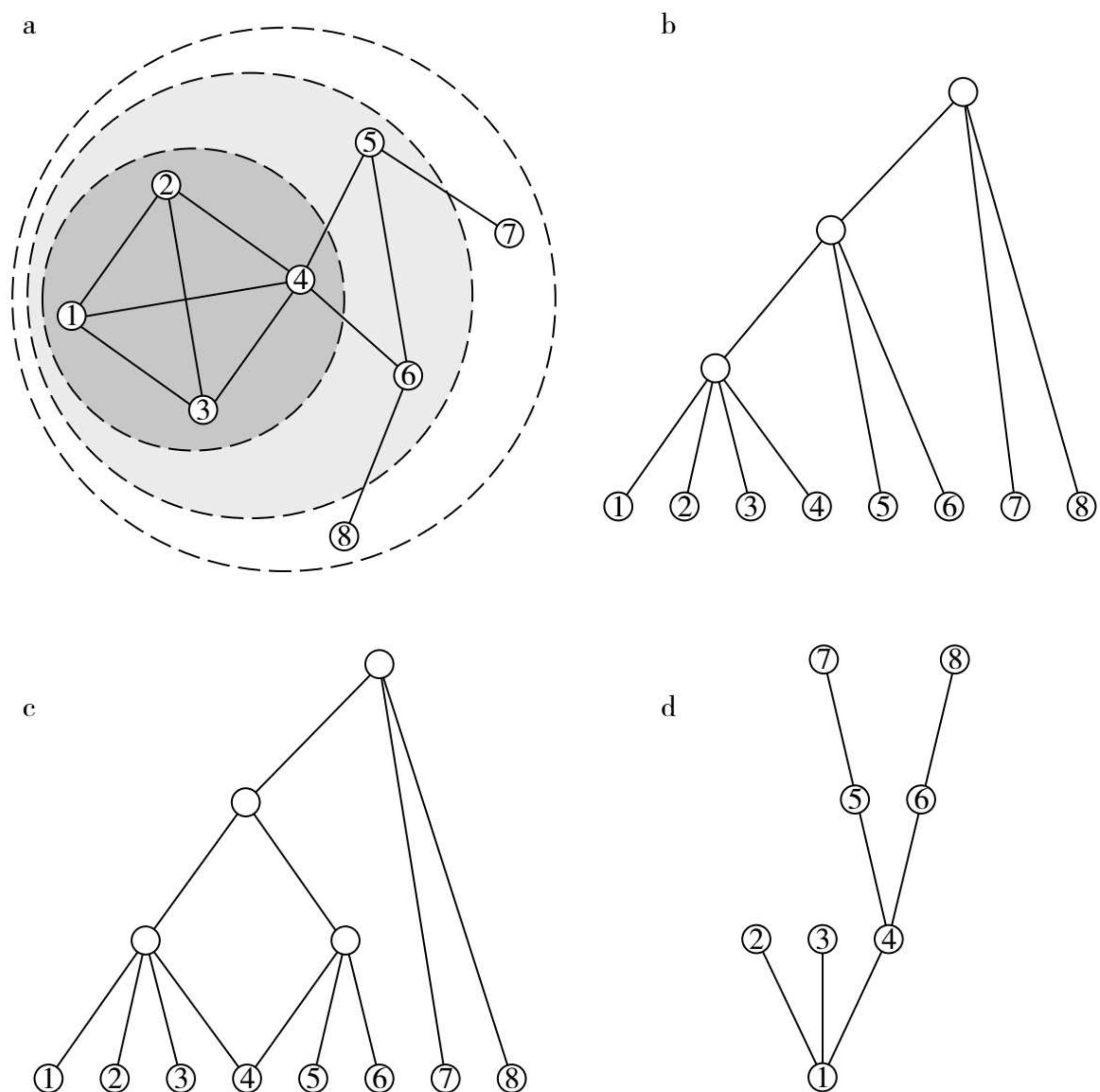


图1.1 系统结构和层级体系

早期的系统理论对于系统开放性的问题关注较少。一些观点认为可以将城市看作一个在时间上封闭的平衡系统，并在此基础上提升其运行效率。与之相随的另一种观点则认为，虽然系统与其所处的环境不可避免是相关的，但系统仍然可以被定义为封闭的，或者系统与其环境之间的相互作用可以忽略不计。在很多人类相关系统特别是城市系统的研究中，这一假设与“平衡系统”观点一样广受质疑。如今，随着去中心化和全球化的扩散，我们越来越难以找到接近封闭的系统，

与外部相互作用可以通过一定方式内部化的假设也越来越难以成立。现代科学的最致命问题之一就是无法发现封闭系统，因为这会导致一个自启蒙运动以来就一直被广泛接受的观点被质疑，即科学的目的是提供可以“解决问题”的技术。从早期直至20世纪中期，这一观点在社会科学中具有强势地位，但随着科学的发展，对于我们提供封闭性的能力以及因此对于范围和程度的一致性产生了疑虑，本质上是对系统的定义产生了疑问。这种不确定性，以及由无数独特和有目的的元素及其相互关系构成的开放系统带来的其他不确定性，推动了系统理论本身的重大变革。从这些思考中诞生了复杂性科学，将系统概念的关注点从高度组织化的“自上而下”转向了更加有机的“自下而上”的组织。复杂性科学也为本书对城市系统待研究提供了更为恰当也更为有力的分析框架。

1.5 复杂性理论和城市

有观点认为，由于外在环境对系统形态的影响有限，我们可以通过建立结构和行为理论来实现对封闭系统的有效理解。这类观点还认为，系统的结构是自上而下组织的。这与系统的层级体系观相一致，认为系统是包括从子系统到基本元素的秩序化的层级体系，它们之间的相互作用就是系统在不同层面总体或部分的功能体现。然而，如果系统是无法封闭的，也就是说系统处于一个波动的环境中，那么自上而下的体系秩序就不再适用。实际上，自上而下的秩序意味着系统可以通过分解的方式来理解，这也与主导了科学研究三个多世纪的简化模型相一致。

然而，一般性系统理论从一开始就质疑将系统理解为自上而下秩序的观点。源自20世纪20年代格式塔运动（Gestalt movement）中被滥用的那句名言“整体大于各部分之和”，就是对上述秩序的怀疑，尽管在系统理论的发展早期，如何认识这种新兴秩序并没有太多的意义。

随着开放性这一概念的重要意义逐渐凸显，以及认识到系统的均衡态更像是一种例外情况而非常态，越来越多的观点认为系统是自下而上生长的。实际上，大多数系统并不是“制造”出来的，而是“生长”而成的。正如西蒙（1962）指出的，系统通过影响各个层面的无数决策逐步演化。生物性系统从细胞生长而来并在一定程度上自我约束，尽管在它们所处的环境中，很难去评估它们的进化发展带来的各种影响。在人类社会系统中，从地方乃至全球战略的各个层面都需要对组织和行为进行决策，但是这些决策大多是个人做出的，也就是高度去中心化的。实际上从形态上来看，城市已经比过去任何时候都要去中心化，这不是因为决策行为的去中心化，而是因为得益于交易成本下降，个人决策在层级上得到了扩展。作为城市形态的去中心化，以及作为系统自下而上发展特性的去中心化，这是两个不同的概念，有所关联但不应混为一谈。

将系统理解为自下而上形成的结构，也就涉及了动力学的概念，通过本地层面的个人化行为，更高层面的模式和结构从这些行为中浮现出来。浮现这个概念往往是与新奇、惊讶、创新这样的词汇联系在一起的，代表了我们对系统发展的全部期盼，这个词在这里成为对系统的新描述的标志，并将在随后的很多章节中重复出现。这个概念也很好地体现了对城市系统的理解，即城市并非自上而下规划而成的，而是自然发展形成的。本书中所探讨的网络和区位模式，不是任何高高在上的机构或个人所规划的。在我们目前所能理解和描述的范围内，是在一定物质性约束条件下产生的无数决策，共同选择某些网络和区位模式而非其他模式，由此产生了特定的网络和区位结构。从某种意义上来说，经济理论总是认为经济结构便是以这种方式发展和形成的。推动市场运行的资本的活力，亦即亚当·斯密所谓的“看不见的手”，是将世界联系在一起的力量。我们发现无法从一般意义上来定义，但其结果是最基本层的众多个体行为之间相互协调，从而产生了一些有秩序的模式集合。

复杂性可以被视为有机生长的系统。20世纪后期以来，这个概念已经在城市研究中有了众多积极的应用，同时也是对城市规划忽略内容的评判，以更好地理解城市。本质上，自下而上生长的系统是通过子系统和组团的形式，在不同尺度上以各种形态扩展和蔓延。实际上，正如图1.1中所示，很多这样的系统在不同尺度上重复着它们的基本结构，往往也可以被视为不同尺度上的某种规律性或是模式化。这就是分形结构的自相似性特性（Mandelbrot，1982），这一特性可以在城市的土地使用的组织和经济活动中观察到，特别是在城市的中心区更是如此，在越来越大的空间尺度中汇集了越来越多的专业功能。中心地理论和基于此的城市规模分布是这种分形结构的关键特性（Batty and Longley，1994）。从某种意义上来说，城市增长过程中体现的层级体系的格局，可以以自下而上也可以以自上而下的方式解读。层级体系自上而下的结构意味着一个相当集中的状况，但是自下而上的增长过程中所产生的层级体系，则可能是从层级基础中每一个要素的视角构建出来的。正如图1.1b和图1.1d所显示的那样，我们能够通过层级树来描绘基本要素间的联系。这表明系统是发散而非收敛的，但一切都说明决定了交互作用结构模式的层级体系总是与处于中心的组织原则相关。在后面的章节中我们会看到，自上而下和自下而上的层级体系都会出现层叠，并且这些约束条件总是与现存问题息息相关。

复杂系统中通过自下而上的方式自组织为簇团的现象确实存在，在最底层依据一定规则建立的模式会在更大更高层面上重复出现。然而，这类最简单的系统不能显示出多样性和异质性这些真实城市系统中所具备的特性，而且可能会有观点认为，随着规模的变化这些模式会发生一些细微改变。从某种意义上来说，尽管在不同层面的不变性的评判标准可以不那么严格，并认可某种程度的弱相似性，但分形结构并不太会有万花筒式的变化。我们从相似性和诸如分形几何这类规则的角度来理解系统，但是复杂系统特性之一是它们本质上不可能在它们的定义范围内被简化。为了进一步阐述这个观点，我们将对复杂

性理论的细节要素进行更详细的解读，快速简洁的总结符合主流理论并将支撑本书中将要讨论的众多概念的一些案例。在后面的章节中，我们还将进一步讨论网络、流和形态学，但动力的类型并不是我们的关注重点，虽然这也是当代复杂性理论中的重要一环。

1.6 作为复杂系统的城市：基本原理

1.6.1 均衡态和动力学

认为城市处于均衡态的想法可以被原谅，因为相对于其中的功能变化来说，建成环境本身对我们的实时反馈的变化是缓慢的。城市被描绘为一种均衡态，最初关注的焦点是表达和模拟静态的城市结构，比如人口密度分布、交通的断面模式以及不同土地使用类型的配置和区位，这些通常是作为早期居住地亦即城市中心商务区的周边同心环（Alonso，1964）。这些结构的变化都是人为干预的平稳的变化，但随着研究者逐渐发现现实的变化往往是不连续和起伏变化的，这一框架就迫切需要扩展以纳入各种非连续的动力。20世纪70年代，随着住房价格泡沫的产生和破灭带来的城市发展灾难，人们越来越认识到空间行为的无序性，这与近似一致的初始条件有了本质区别，关于城市如何不连续地跳跃发展的概念开始出现，并主导了对于变迁动力的思考（Wilson，1981）。

城市模拟模型最初是与城市动力打交道的，其初衷是对某一时间断面上的发展进行预测，但在那个时期城市的发展是缓慢的，所以关于城市变迁是如何发生的理论在那个时期并未充分发展起来。福雷斯特（Forrester，1969）在著作《城市动力学》（*Urban Dynamics*）中关于城市变迁的早期阐述认为，变迁往往具有反直觉的特性，他认为城市变迁围绕着引起指数增长和衰退、有限的逻辑斯蒂增长以及系统相对于假定均衡态的上下振荡等正反馈概念（Batty，1971）。当时被广

泛接受的一个观点是，城市科学需要包括动力学，可以针对不同增长情景进行模拟。数学领域中基于灾难、分歧和决定性混沌的动力学内容的新发展，被迅速运用到初始的复杂性理论中，并自此成为所有对复杂系统的定义中不可或缺的一部分（May，1976）。我们通过图1.2来描述人口变迁的动力，来简单表现动力的幅度以及它们各自之间是如何关联的。

1.6.2 模式和过程

城市在空间和时间中的功能运行是基于框架选择的多重过程，个人和团体在这些过程中确立相互间的位置并通过土地使用发生广泛的活动。这些活动被集聚经济和非经济的交易交换主导，通常以不同地点间的相对可达性形式展现。这些交易交换行为形成了反映不同层面组团行为的模式，并反过来意味着不同地点的不同密度。在很长一段时间里，对区位模式的描述都是非常粗糙和抽象的，如关键枢纽周边的密度分布，再如中心地的嵌套分层结构，又或是表达更加多中心形式的可达性模式。但是，这些描述很少关注其背后的形态结构。这表明，城市研究者没有抓住城市模式所显示的某些重要信号，比如它们跨越不同层级的自相似性或空间不变性，这些信号反过来也意味着不同层级上发生着相似的进程。此外，像中心地理论（Christaller，1933/1966）中的特性那样以类似模块化反复出现的模式，其生成的层级可以通过新类型的几何学来处理。20世纪80年代，在这个领域开始出现一些新的概念，包括城市中模块化模式如何构成、发展的自相似过程概念的提出以及用分形结构来阐释城市（Batty and Longley，1994）。图1.3是各种城市集聚的模式，展现了分形结构的独特层级体系，这个体系由下面我们将要介绍的规4模等级尺度所决定。

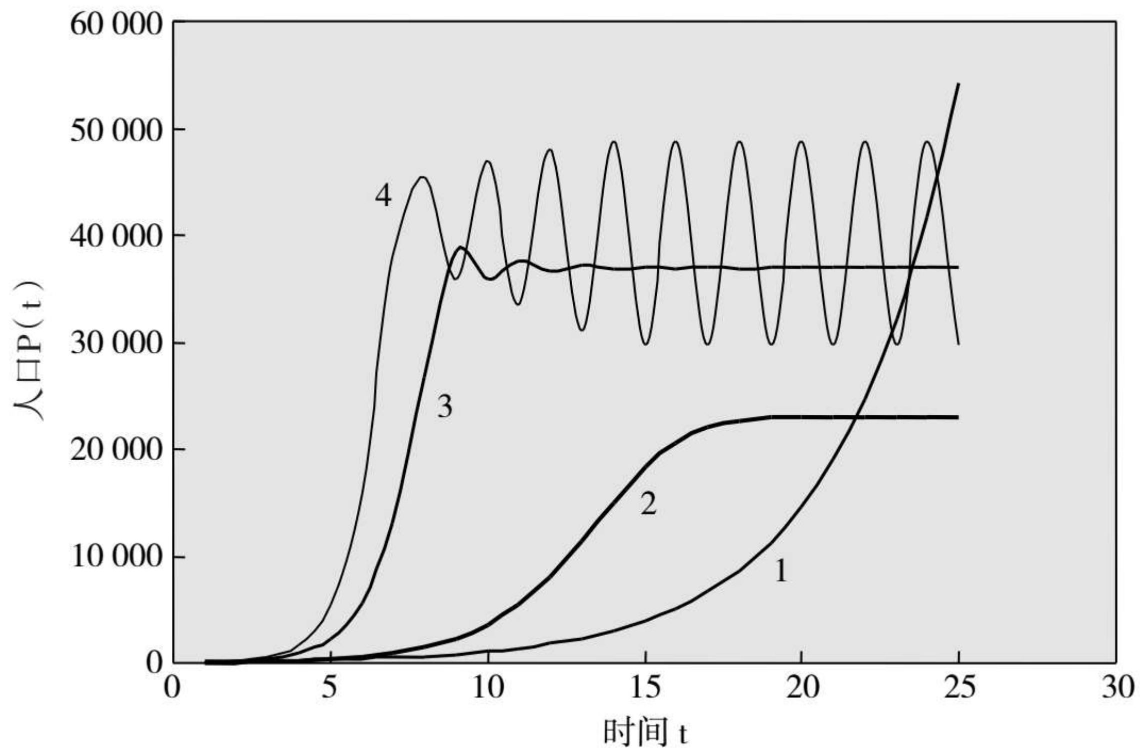


图1.2 显示了各种人口变迁动力

注：采用人口增长通用模型$P(t+1)=\varphi P(t)z(\bar{P}-P(t))^{\gamma}$进行模拟，其中$P$是人口，$t$和$t+1$为时间。参数$\varphi$、$z$和$\gamma$是用于控制产生阻尼指数增长的正反馈和负反馈。$\bar{P}$表示人口容量。曲线1是$\gamma=0$时的典型人口指数增长模型，而曲线2—4是逻辑斯蒂曲线（logistic），根据不同的参数值的组合，呈现不同的阻尼指数增长的振荡。

通过形态来侦测城市中正在进行的不同过程的概念，与另外一些前面提到的概念有很强的关联性，包括众多个体空间的决策决定了城市如何自下而上生长以及各种模式如何在不同空间尺度上反复出现。城市的发展很少会扩展到整个定居点或城市的腹地区域，从这点来说，城市发展被认为是一种空间填充，并且与分形形式在欧几里得维度上填充空间的方式相同。因此，整个分形几何学被引入城市模式和城市过程中。分形维度决定了城市对其所辖区域的填充程度，是一种通过城市相对密度和可达性对城市进行分类的方法。在这类概念中，很多都是关于城市如何发展——紧缩还是蔓延，人们发现网络结构值得尝试，它们将土地使用联系起来并帮助城市达到集聚经济和规模效益——这是城市存在的根本原因。



图1.3 基于人口、遥感以及街道网络的城市形态自相似

注：左上图a和右上图b是通过网格化人口调研数据生成的英国和英格兰南部的城市形态（来自Batty and Longley，1994）。左下图c是2000年的遥感数据，而右下图d是大伦敦区域的街道网络数据。请注意，在所有空间层面上都有集聚，这与我们在本章及后面章节所讨论的差异性增长和规模等级体系相一致。

1.7 相互作用、流和网络

城市的本质是不同个体在时间和空间维度的相互作用。格莱泽（Glaeser，2011）以及之前的雅各布斯（1961）都曾用极为生动的语言将城市描绘为人的连接载体。从各个方面来说，这也是城市科学的主旨。城市中发生的各种进程将人们集聚在一起，生产并交换物品和想法，并形成了众多网络，人们通过这些网络传递物质和信息来支持各种进程的发生。物质网络和社会网络趋向于在发展过程中相互促进和补充。从原始定居点这类最初的中心开始，个体通常会按比例被已经存在的点所吸引。这是我们之前描述过的聚集的功能：对于点i已有的人口P_i，人口增长与规模φP_i成比例，其中φ是增长率。可以将点看作网络中的一个中心或节点，假设中心点增长率大于1，与该中心点链接的腹地的人口产生新的链接，而新链接的数量与中心点规模成比例。每一个节点都以相同的方式对链接产生吸引力，在更广区域中有新的节点随机出现。这是一个“富者更富”的模型，它生成了一个积累因果，是很多领域中网络发展的基础。巴拉巴希（Barabasi，2002）称之为“偏好依附”（preferential attachment）模型，它的一个显著特性是节点的规模分布遵从一定的规模变化定律，由于模型的通用性，节点可以是区位（城市）、城市的部分、一群个体或机构等。简而言之，以链接来判定规模扩张的节点的频率根据幂次定律不断缩小，即有很多的小节点和为数不多的大节点。这是这门新科学的一个基本特征，因为这反映了竞争决定规模的方式以及资源寻求具有竞争力环境的方式。这点不仅适用于网络，也适用于城市规模以及城市中不同区位的规划分布，其呈现符合齐普夫定律（Zipf，1949）。在继续讨论这点之前，我们将讨论空间复杂性的几个关键特性，空间复杂性通过所谓的比例定律定义了这门新科学。在接下来两章中我们将讨论流和网络，而在第4章和第5章我们将探讨位序规模和层级体系。

城市中的网络如何存在与我们之前提到的分形模型相关，包括那些特征性的物理印迹形成的通道，人和物通过这些通道移动。这些网络中的流，同样取决于区位的规模，但这些流往往会受到距离的遏制效果影响——这被称为距离阻力，通常用d_{ij}表示任意两点i和j之间的

距离阻力。对这种流的关系有一个相当早期的形式——万有引力，早在17世纪末期在牛顿《原理》一书中提出运动定律之后不久，万有引力便被提出以用于对空间中运动的建模：

$$T_{ij} \propto P_i P_j d_{ij}^{-2}, \qquad (1.1)$$

其中P_i和P_j是人口数，T_{ij}代表了地点或区域i和j之间的相互作用。这个定义被拉芬施泰因（Ravenstein）称为平方反比定律（inverse square law），用于描述英国19世纪末期城市和区域间的人口流动（Tobler，1995）。这同样也符合比例定律，自20世纪50年代以来，已经以不同形式被用于对各种空间层面的不同交通流的建模。的确，这个关系是很多土地使用与交通建模工作的操作性基础（Batty，1976），也构成了这门新科学的很多应用的基础，我们将在第9章中继续讨论。之后的两章中，我们会广泛探讨流和网络的相互作用概念，这也是构成这门新科学的关键要素。

空间在社会网络中是隐性存在的，空间塑造了城市以及城市中的人和团队相互进行交易、交换、交友、实施决策以及管理等。如今有很多对这类网络的建模，随之产生的新形式的网络科学，主要关注网络中的模式——簇团、短链接、弱联系、桥接和层级体系，这些也是我们这门新科学的核心内容，我们将在第3章中继续描述它们。图1.4展示了上述其中一些网络以让读者对网络有初步的认识。耦合网络中有很多难点，包括物质（能源）和非物质（信息）网络相互耦合的发展方式，这些网络相互交织的方式，以及通过链接延展和扩散的过程方式（Newman，2010）。研究的前沿是探究这些网络是如何相互链接，以及其形态模式作为决定城市运行的社会和经济过程的物理表现，是如何依靠这些网络表示的。要想理解网络是如何断裂和分离的、规模经济和创新是如何通过不同网络的相干来实现的，乃至繁荣和财富创造与网络效应的关联方式，其关键点都是这门科学需要去解决的核心问题。规模变化将所有这些概念联系在一起。

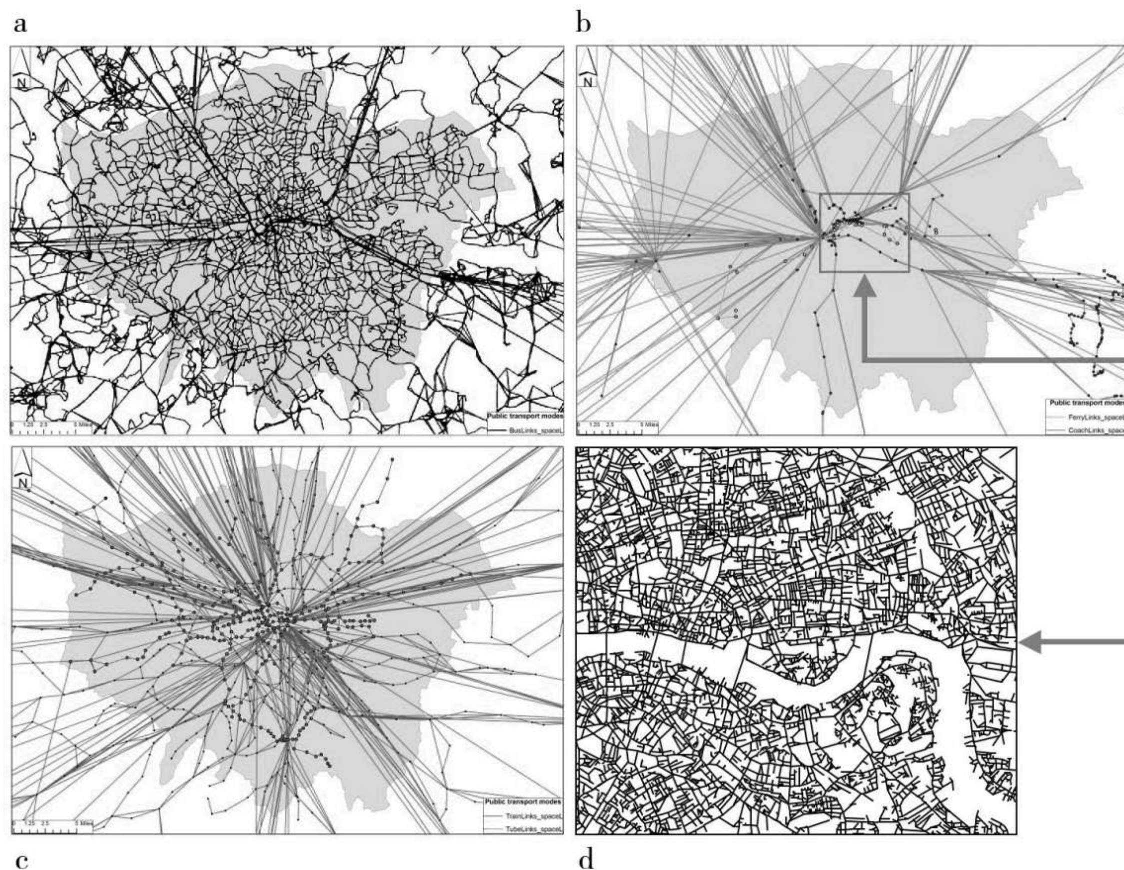


图1.4 连接一起的交通网络生成复杂交通动态

注：左上图a是伦敦的巴士路线图，长直线为长距离巴士；右上图b是城际巴士和渡船；左下图c展示了长距离的地上铁路（浅色）和地下铁路（深色）线；右下图d是伦敦中心城区所有道路交通的局部样本。

1.8 进化和突现

除了在讨论既有格局之上的动态过程对集聚经济的产生和增长的影响时提及反馈的关键作用，到目前为止，我们对城市的描述尚未正式涉及城市如何随时间发展。之前提到的模式大多是由相对较小尺度上自下而上的个体行为（或者至少是代表团体和机构的个体行为）运作而来，任意截面快照都显示为无数个体决策形成的自然秩序，并随

时间演进而逐步生成。这些决策的影响通过各种形式的隔离与扩散在空间上发散，各种模式也在过程中涌现。

想象在普通社区邻里的规范布局模式中，城市通过一些可能促进增长的种子进一步发展。如果我们将城市景观定义为一个网格，即每一个单元周边都有八个相邻的单元，中间的已发展单元就是种子，作为某种不变的地方模式，其周边的单元将随之开始发展。如果某个单元已经完成发展了，我们可以制定一条规则，在该单元周边下一个发展的单元必须尽可能远离原单元。这一规则将使种子单元向四周发散，在空间中呈现四条放射发展线。我们可以放宽规则，并规定在一段时间范围内，如果一个单元已经完成发展，它就可以向八个方向中的任意一个方向发展。这将会在种子单元的周边带来扩散发展，所有的单元都会逐渐完成发展，但在时间序列上是随机的。图1.5是扩散发展的一些典型模式，这些以模块方式生成的模式并没有覆盖所有空间，并且呈现清晰的分形结构。这些模式通常被称为元胞自动机（CA），它们体现了层级体系结构的核心概念，即层级体系结构是在不断生成自相似体的过程中产生的，并在跨尺度上呈现分形。在近20年中，它们是很多城市物理增长模型的构成要素或“代理”（Heppenstall、Crooks、See and Batty，2012）。

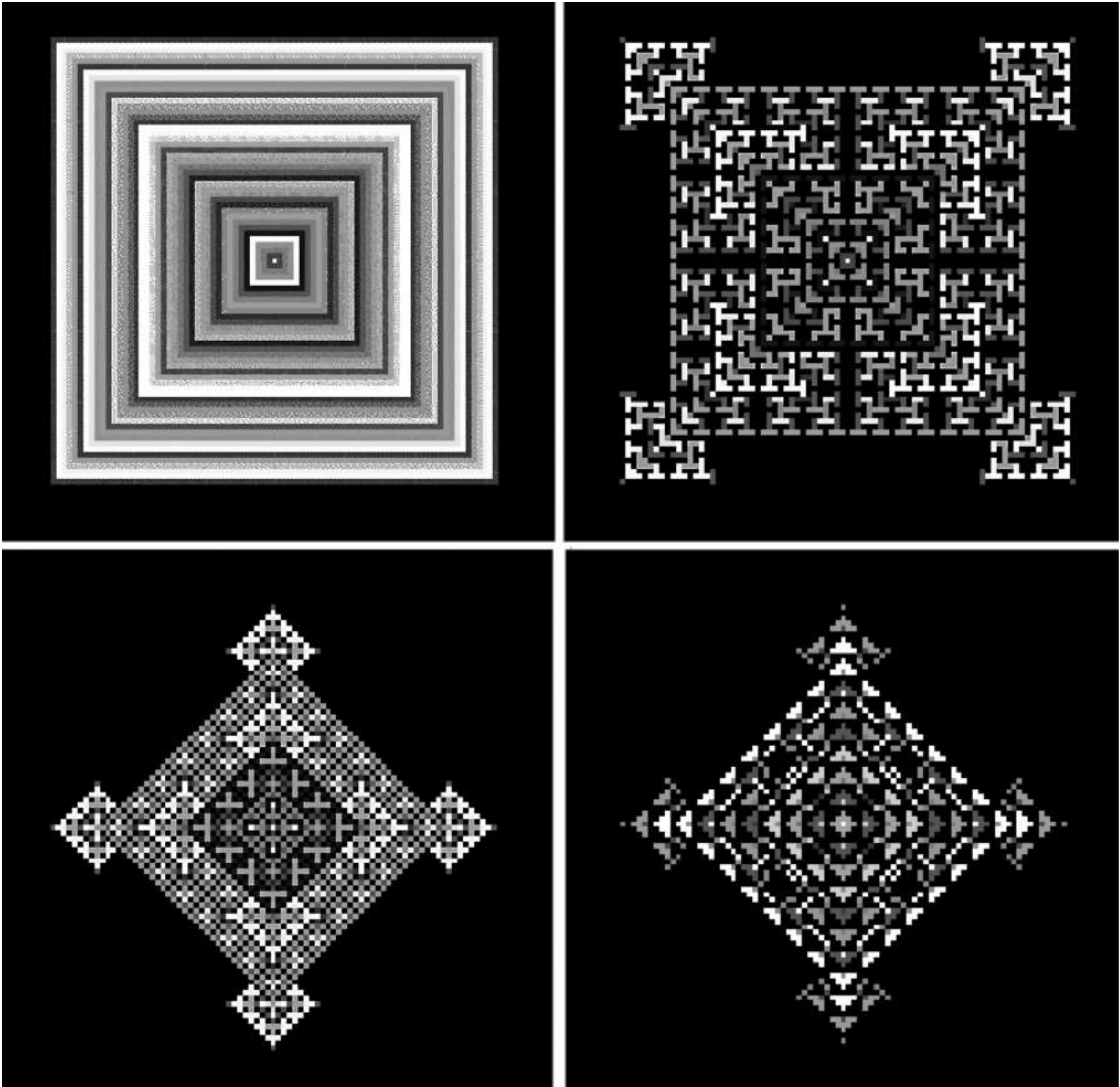


图1.5 采用最近邻里带动发展的模块化规则，自下而上生成的理想化城市模式

资料来源：Batty（2005）。

反过来，我们也可以考虑在已发展的系统中存在两种不同的个体——譬如共和党人和民主党人，他们在空间中随机分布。如果规则是仅当属于另一党派的邻居不占多数时，个体才能够与邻居和睦相处，那么我们可以将邻里空间作为共和党和民主党的检测板。然而，如果某一个体随意改变了自己所属的派别，一个邻里变成了五个共和党人和三个民主党人的构成，且改变自己派别的共和党人处于三个民主党

人中间，那这个邻里中将会产生隔离。实际上，整个空间都在不断更加破碎，产生高度隔离的共和党人区域和民主党人区域。这个模型最早是由谢林（Schelling，1996）提出的，它描述的是一个典型的突现场景，个体很愿意在某种平等状态下相互成为邻居——比如共和党人与民主党人数量上的平衡，但是一旦某个个体产生变化，模式就会开始分化，而那些看起来支持利益或观念平衡的中立状态会逐步走向极端。图1.6描绘了从一开始共和党人和民主党人随机分布的初始状态下，隔离是如何发生的。

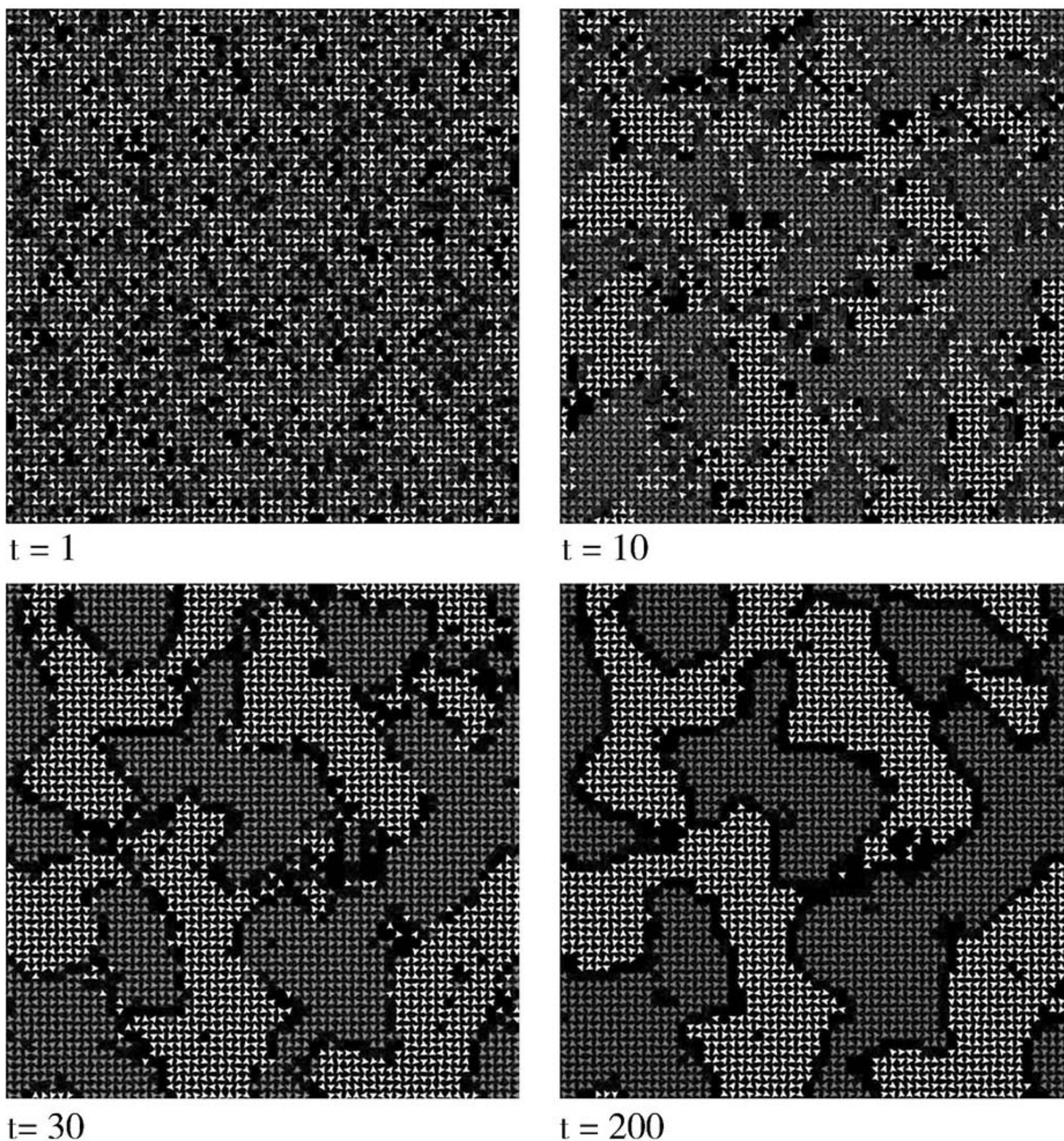


图1.6 从时间t=1时的随机空间分布发展到t=200时的高度极化而稳定的隔离状态

1.9 规模、形状和尺度：规模变化定律

1.9.1 基于空间、距离、规模和频率的关系

规模变化是一个将所有这些形态和过程联系在一起的概念（Batty，2008）。当我们认为一个对象的规模发生变化时，我们是指这个对象变成了更小或更大但形式相同的形式，即便形式上可能有一定区别。例如，如果一个对象在空间上发生缩放，意味着其空间形态相同或等比例变大或变小（Bonner，2006）。从严格意义上来说这意味着自相似性，这也是分形结构的重要基础（Mandelbrot，1982）。实际上，由于对象在规模上的变化，通常会在比例上发生一些特定改变，对象比例的调整必须保留其主要的核心功能。这表明规模变化可以带来质的改变，虽然变化的程度仍然属于自相似性，但是已经发生了一些转换。这种情况有时被称为自仿射性（self-affinity）。城市在规模尺度变化并在形状上发生改变时有很多特性，我们将结合之前的讨论分析这些特性。之后我们将提出一系列规模变化定律，这些定律将在本书中不断出现。实际上，这些规模变化定律将成为这门新科学的一个经典特征。

显然，城市在发生规模变化的同时也会在形态上发生变化，通常称之为异速生长（allometry）。它反映的是聚集经济，当衡量所有城市时我们称其为“市际”（interurban）聚集经济，而考虑城市内部时则称为“市内”（intraurban）。小城市的数量远远多于大城市的数量，这也体现了聚集经济的竞争性，其中包含的不对称性是，所有大城市实际上都是由小城市发展而来的。在通常根据城市规模等级来衡量的城市规模分布中也体现了这一点。城市在空间中的布局也遵循它们的规模体系，小城市总是分布在大城市的腹地。相比小城市，大城市总是占据了更大的空间范围，其构成的层级体系在中心地理论中已有阐述。在城市内部，较大城市中居民之间的相互交往一般会比较小城市更为频繁，尽管这并非城市规模本身所带来的。这或许可以解释为对空间的竞争结果，这种竞争在大城市中往往比小城市更为激烈，从而带来更为接近的物理位置以及更加频繁的相互作用。正如我们之前提到的，如果将城市视为更大区域中的一个点，那么可能的相互作用发生量为与人口数成正比的P^2。然而，邓巴（Dunbar，1992）和其他一

些学者认为，对每个个体来说，可能的潜在朋友和同事数——亦即相互作用量的平均值约为150。这一限制在150人口规模的小城镇中达到顶点，镇上的每个人都认识其他所有人，相互作用的总数即为150*P*。而所有大于此规模的城市，其相互作用总量应符合150*P*的线性关系。实际上，由于大城市中发生相互作用的压力更大，其相互作用的总量很可能大于这个线性关系，并且这还与收入及其他经济指标有关，我们将在后面章节中讨论这些。

有一点很显然，居民间的相互作用会随着相互间距离的增加而变弱，这就是引力定律。可由物理学中的反向平方定律直接类推而来，并成为自杜能（Thunen，1826/1966）以来的城市经济模型中对空间和距离（或交通成本）间交易进行分析的基本定律。我们或许还可以提出，当城市发展变大占据更多空间时，尽管密度增加，居民间的距离增加也对市内的相互作用形成了抑制，或许可以抵消高密度和竞争所加大的相互作用力。城市系统中很多其他类型的空间扩散活动都会随着距离增加而减弱，其中的一些例子，当城市在相对无干扰环境中发展时，可以观察到距离和时间对从中心市场或枢纽中扩散的活动的相同影响。

1.9.2 七条比例定律

目前为止，我们还没有对城市系统的比例变化进行汇总，在进入讨论之前我们需要对这些关系进行汇集。为此，我们将这些关系以比例定律罗列出来，总共有七条定律，还有一些内容不太能够成为定律。也许有人会认为定律远远不止七条，或者认为本质上只有一条定律，因为这些定律都是从其他定律推导出来的，或许只有一条关于规模和形态的基本定律。我们可以认同上述观点，但在实际应用上必须小心。这些可能并不是在物理科学中被接受的定律，但它们揭示出了时间和空间的强大规律。因此，在其他因素都不变的情况下，我们可以提出以下几条定律：

·当城市增长时，“潜在链接”的数量随着人口的平方而增长。在计算科学中这被称为梅特卡夫定律（Metcalfe's Law），在网络科学中则被称为摩尔定律（Moore's Law），随着局域网的发明被提出，如今已适用于所有网络现象。马克·扎克伯格最近提出了一个更为广泛的猜想，他认为信息分享量每年都会翻倍，有人将之称为扎克伯格定律（Hansell，2008）。

·当城市变大时，城市中居民的平均真实收入（以及财富）会增长更快，呈现积极的超线性增长。这就是贝当古和韦斯特在关于异速规模变化的近期研究中提出的贝当古-韦斯特定律（Bettencourt-West Law），或者也可以根据19世纪末期对于城市聚集经济最初的相关研究，称其为马歇尔定律（Marshall's Law）。

·越大的城市的数量越少。城市的频率分布呈正偏态，往往近似于逆幂律，可以被转化为等级规模关系。最基本的形式是齐普夫（1949）提出的齐普夫定律，他首先研究并推广了城市规模与频次的关系。

·当城市最初的市场或行政中心开始增长时，土地价格（租金）和人口密度随着与中心点或中心商业区（CBD）距离的增加呈现非线性降低。克拉克（Clark，1951）发现了人口密度与距离的关系，土地租金与距离的关系则首先由阿隆索（Alonso，1964）提出，但他们的研究都源自杜能（1826/1966），1826年在农业背景下，杜能首先从以他的庄园为中心的土地使用情况中发现了这一规律，故我们称之为杜能定律。这也可以理解为质量半径关系，即人口的聚集随着与CBD的距离增加呈现超线性增长的分形规律，增长指数（分形维度）在1~2之间（Batty and Longley，1994）。

·当城市增长时，根据马歇尔定律，两个城市间的相互作用随它们规模的乘积而增长，但相互作用数量随着距离的增加或是交通成本的上升而减少。某种意义上来说，这是一个二维版本的杜能定律。而根据提出引力模型的空间相互作用的早期研究（Alonso，1976，1978;Wilson，1970），这可以被称为阿隆索威尔逊定律。不过，更通用的名称是托布勒定律，具体表述为“任何事物都与其

他事物相关，但距离较近的事物之间的关联性高于距离较远的”（Tobler，1970）。

·当城市增长时，其中心区域人口密度趋于降低而整体密度分布趋于平缓。这一现象在很多城市中得以验证，并且往往是由于中心区的土地使用置换以及城市用地从边缘区向腹地蔓延。这首先由博希埃（Bussiere，1970）在对巴黎的研究中提出，故我们称其为博希埃定律。这条定律可以推广到所有的城市活动中。实际上，随着时间推移，由于技术进步和财富的积累，城市中心的密度会上升而边缘区的密度会下降。

·城市越大，它们越具有可持续性，即更加“绿色”。这是近期的研究发现，虽然发展中世界中当前仍然有不少城市处于快速增长阶段，但与历史上西方城市在工业革命时期快速增长阶段的情况恰恰相反。我们将此称为布兰德定律，因为布兰德（Brand，2010）在对城市规模和可持续性进行研究后提出，在保持城市生活品质的前提下，更高的密度能够带来良好的社会相互作用，也有利于实现可持续的交通解决方案，远比低密度蔓延更有效率。

除了以上几点，还有更多其他对城市中行为变化的观察和研究都与以距离和交通成本来衡量的城市规模和空间有关。例如，当城市增长时，其平均密度通常会增加。尽管迄今为止并没有系统性的证据来证明这点，但这反映了当城市中平均交通时间增加时，人们会更多选择公共交通工具。还有很多类似的观点，等有了更多的系统性证据，就可以纳入我们这个宽松的定律体系。

1.9.3 增长、规模、密度和相互作用的比例缩放

我们将检验这些定律中的其中四条，以阐述它们之间的相似性和不同点。但是，首先我们需要对比例缩放有一个明确的定义。假设有一个函数$y(x_i)$，对于不同的空间位置或地区i，某一属性与另一属性

x_i相关。如果我们将x_i变化λ倍，当函数的值成比例变化，即y（λx_i）$\propto y$（x_i），则可以说这个函数发生了“比例缩放”。唯一符合的函数是幂律，可以写成y（x_i）$=x_i^a$，其中的指数α可以是任何值。然后对这个函数增加一个比例λ，可以得到：

$$y(\lambda x_i) = (\lambda x_i)^\alpha = \lambda^\alpha x_i^\alpha = \lambda^\alpha y(x_i), \tag{1.2}$$

从这个方程中可以很清楚地看到，“新”函数y（λx_i）是与旧函数y（x_i）成比例的。

城市属性随规模与彼此关系变化的方式是最重要的比例定律之一。这就是马歇尔定律，从聚集中产生规模经济。这也是异速生长，意味着质的变化，通常伴随着生物种群的形态变化，某种动物或植物不得不对总量进行自我调节以符合线性发展。最简单的方式是考察城市的用地规模A_i是如何随着城市人口P_i的变化而变化的。比如，如果城市在二维平面上扩张的同时也在向第三维度扩展，我们可以认为城市的增长与人口的关系是$P_i \propto d_i^3$，其中d_i是线性维度的。当然，用地的增长是与这个维度的平方相关的，即$A_i \propto d_i^2$，故人口与用地的关系是：$P_i \propto A_i^{3/2}$。这条幂律是一个正异速生长的例子，因为幂大于1。假如人口是与用地等比例变化增长的，我们则认为这是等速生长，而且有足够的证据表明异速生长系数，即上述关系中的幂指数更接近1而非3/2。如果幂指数小于1，则是负异速生长。因此，异速生长可用于研究规模和形态变化关系（Bonner，2006）。无疑，相对于平面来说，人口向第三维度的增长给形态度量带来了变化，但在这个幂次定律中，更为普遍的是考虑如何反映规模经济和非经济活动。例如，有很多证据表明收入y_i的增长比例高于人口增长比例，即：

$$Y_i \propto P_i^\alpha, \tag{1.3}$$

其中$\alpha>1$。而道路空间等物质基础设施的增长比例低于人口，即$\alpha<1$。这分别反映了正的和负的异速生长（Bettencourt、Lobo、

Helbing、Kuchnert and West，2007）。

另一个与规模相关的定律涉及多种对象，比如城市、公司、收入等的规模分布，并且与有限资源下竞争带来的分布现象有关。例如，在中心地理论的层级体系中的城市分布，就是在等级为s人口数为P_S的城市的分布频率fs的幂次定律，一般可以表示为：

$$f_s \propto P_s^{-\zeta}, \tag{1.4}$$

其中的幂指数ζ总是大于1。其更严格的形式是fs~P_S^{-2}。实际上，用累积分布的等级r_S来表达这种频率更为方便，将典型的等级规模分布表示为：

$$P_s(r) \sim r_s^{-\zeta+1}。 \tag{1.5}$$

如果ζ=2，则P_S（r）~r_S^{-1}，就变成了纯粹的齐普夫定律，最初在齐普夫的《人类行为与最小努力原则》（1949）中提出。这就是所谓的等级规模规则，不仅应用在城市规模和相关事物如收入和公司规模中，也可以应用于巴拉巴希（2002）称为“无比例”网络的节点规模变化。曼德博（Mandelbrot，1982）认为它是构成分形现象的一个基本规模关系，通过齐普夫定律可以很容易看到为何这个幂次定律是无尺度的。如果我们将等级r直接翻倍至2r，规则就变成了$P_{S'}$（2r_S）~（2r_S）$^{-1}$=2^{-1} r_S^{-1}~$2^{-1}P_S$（r）。简单来说，人口规模按比例变化。第2等级的人口是第1等级人口的一半，以此类推。有很多模型可以生成规模等级关系：如比例效应和偏好依附，以及通过模块化和常规方式将腹地分隔为相互排斥的细分地块，或是针对人口密度进行多种假设，从而将齐普夫、杜能以及托布勒定律联系在一起。这也将市际的中心地理论以及市内的城市经济都与规模变化联系起来（Simon，1955;Gabaix，1999;Rozenfeld、Rybski、Andrade、Batty、Stanley and Makse，2008）。贝里和奥可丽兹可扎因（Berry and Okulicz-Kozaryn，2012）对这些概念进行了非常好的综述和扩展，说明了此类比例定律的重要性，并持续地发展我们这门新科学。

涉及城市中和城市间活动的分布时，规模变化跟密度和相互作用相关，这点我们在前面章节中已经提到。相互作用的影响的最纯粹形式就是梅特卡夫定律，这也是人们为什么追求创新、进行创意乃至收入增长比例超过人口增长的原因之一。对于人口数P，其“潜在相互作用”数量是P^2。这些数量中只有一部分可能真正实现，但是因为人口P中的每个人都会与其自身发生作用，那么实际发生的相互作用数T与人口数的关系是$P \leq T \leq P^2$。如果排除自身相互作用，且双向的相互作用只记一次，那么可能的最大值变为$T=P$（P-1）/2。当然，随着城市人口的增长，城市中发生相互作用的面积也会随之扩大。进行相互作用的最远路程是与距离成正比的，如果区域的半径为d，那么$T=P$（P-1）/2d，相互作用数下降到引力场$T \cong$（P/d）^{2}。正如在前面提到的邓巴（1992）数，我们或许可以认为对任意可以相互作用的人口都具有一个恒定比例ξ，潜在的相互作用数量位于ξ（P^2/d^2）$\leq T \leq \xi$（P^2/d）范围内。如今，对于创意活动来说，更需要相互作用潜力而不是单纯的人口规模，因此也就知道为什么收入及其相关属性相对于人口增长呈现超线性（或正异速生长）的增加。

接下来的问题是如何对相互作用进行建模。我们已经阐述过两个不同地点的相互作用通常采用万有引力模型，其一般形式为：

$$T_{ij} = KP_iP_jd_{ij}^{-\phi}, \quad (1.6)$$

其中K为常数，包括了影响相互作用发生的多个方面。ϕ通常是一个大于1的参数，反映了距离对相互作用的阻力（Wilson，1970）。这个模型是典型的规模变化模型，如果我们将阻力加倍为（$2d_{ij}$）$^{-\phi}$，相互作用就变为$2^{-\phi}T_{ij}$。这个相互关系模型具有很高的通用性，已经在土地使用交通模型中应用了多年，并且还会继续使用下去。很容易可以看出，从这个模型中可以根据密度推导出杜能定律。如果假设在初始中心为P_0，例如CBD区，与这个中心距离为d_{0j}的其他地点为P_j，那么可以通过P_0P_j的关系方程1.6将人口密度表示为：

$$\rho_j = \frac{T_{oj}}{P_0 P_j} = K d_{0j}^{-\phi}。\quad (1.7)$$

我们可以将这些定律联系起来，或者至少提供将它们联系起来的方式。如果我们假设人口密度成比例变化$\rho_j = K d_{0j}^{-0.5}$，而这个人口数出现的频次是由具有初始中心0的环形城市周长$f_j = 2\pi d_{0j}$所给出的，可以很清楚地看到，人口ρ_j的频次$f_j \propto \rho_j^{-2}$，这就是齐普夫定律在市际层面的应用。将其进一步扩展到中心地系统中，我们需要相应的规则来生成从最小到最大地点的层级体系，而多组的人口ρ_j可以被设计用于生成连续的规模等级尺度。距离和道路空间是两个变量，经过一些处理我们可以看到，在人口规模增长时出现多种超线性关系，这与我们在现实城市中的观察也是一致的（Bettencourt、Lobo、Helbing、Kuchnert and West，2007）。这是一个尚未成熟的综合方法，还需要其他人提出更加详细的论证。我们在此更加关注应用。而像这门新科学中很多其他内容那样，还需要未来的很多研究来完善这部分理论。

在第2章中，我们将对这些关系进行更加详细的阐述，并探索如何对城市中的流系统进行建模。但在这里，我们强调上面提到的这些比例关系是相互联系的。然而，将它们以明确的方式联系起来仍然有不少挑战，因为它们是从不同角度反映的城市系统。我们并不试图为城市系统建立一个完整的或是统一的比例缩放理论，因为这样会偏离我们的中心任务而去解释城市理论。需要知道的是，比例定律贯穿了这门科学的方方面面，对探索城市系统结构的诸多特性来说有重要帮助。

1.10 建立城市科学的演算方法

简·雅各布斯（1961）在她极具影响的著作《美国大城市的死与生》中认为，城市“……问题是处于有组织的复杂性状况中……它们往

往具有数个甚至数十个变量，都在同时变化*且以微妙的方式相互关联*’（雅各布斯的原文斜体）。前面章节中我们总结的比例定律以及我们描述的多种理解复杂性的方法，都反映了她所说的关联和微妙之处，这在我们这门科学中随处可见。雅各布斯继续写道：“城市……的组织复杂性中并不存在某个问题，一旦解决它就可以解决所有问题。它们可以被分为很多类似的问题或片段。”这很能体现本书提出的一些观点，即不存在能被任何人用于任何地方的单一方法，但为了帮助我们设计更好的城市，仍然存在一些不变的、规律性的问题值得我们去探索。此外，复杂性概念本身就否认存在一种支配性方法，复杂性科学有足够的开放性以包容不同的方法（Miller and Page，2007）。因此，我们坚决主张我们在这里建立的是“一种”城市科学，而不是唯一的城市科学。

我们用很有说服力的方式，科学地阐述了我们对城市的理解和构想。当然，还有必要进一步证明定义的正确，因为很多研究视角将城市视为一种艺术形式，并将城市所处的更广阔环境视为某种人文主义背景。正如读者已有所了解的，我们对科学的定义是相对宽泛的，在这里我们认为所有系统性的知识都是科学。科学是结构化的知识，这些知识用公认的工具和方法得出，其产生过程可以被其他人重复。获得的知识可能是采用不同方式推导的，不同推导方式与重复推导可能有一些区别，但核心标准是明确清楚的。这与我们对待艺术概念和知识的方式大不相同，因为艺术的产出是非常个体化的，依赖于个人的直觉。当然，这并不是说在科学中直觉就不重要，显然在所有方面都需要直觉。直觉可以帮助获取知识，但直觉的作用是隐形的。城市经常被视为艺术作品，城市规划历史更曾经为“城市美化”所支配。这使得我们这门科学更加复杂，因为这对什么是好城市做出了包括美学、经济效率和社会平等混合原则的预设，从而不可避免地成为艺术和科学的混合体。实际上，这些内容中没有哪条会与一门关于城市的科学相矛盾，这门科学必然会容纳所有这些观点，并且提供一系列包含所有观点的应用工具。

在下面的章节中我们将会使用和描述的工具和方法，都是基于将庞大的城市各类要素之间的关系的定义为相互作用。我们信奉：相互作用存在于区位，区位也是相互作用的一项功能。的确，在半个多世纪之前，城市规划的一个关键概念就是交通是土地使用的一项功能（Mitchell and Rapkin，1954）。为此，我们将引入工具来探索和理解基于流和网络二元相互作用的城市，所谓的二元实际上是同一枚硬币的两面。下一章将首先阐释流的概念，网络为流提供了物质结构，但流又相对独立于网络。我们的流理论将以空间相互作用为基础，并首先对用于各种交通建模的结构进行分析。我们还将描述如何对流进行可视化，叙述从地方动力学的角度，将流作为理解城市功能如何运行的基础的历史。这些将为第3章做好铺垫，第3章更加侧重于从物质的角度来理解决定城市结构的各种关系。但在此之前，我们将重点关注网络，将其与人口、区位以及各类相关属性等关系系统联系起来，从而展示理解世界的多样视角如何自然而然地带来网络的概念。对这些概念的详细阐述将为本书的第二篇做好准备。该部分中，我们将开始在各种城市特征场景中进行应用，展示那些用于理解城市结构和动力的模型和方法为何可以被视为流和网络的自然结果。

---

1. 物理主义（physicalism）是一种具有基础主义性质的科学范式理论，试图以现代物理学理论为中心对客观世界的所有现象做出彻底的和完备的解释。——译者注

第2章

潮起潮落：交互、引力与势能

> 城市中的移动要素，特别是人和他们的活动与固定的物质部分同样重要。
>
> ——凯文林奇（Kevin Lynch），《城市意象》（1960，第66页）

将城市类比为机器或生物体能够帮助我们更好地理解城市整体结构和形态变化。运动零件相互配合所构成的复杂钟表装置表明，机器可以实现形式与过程的同步和谐，概念稳定而层级秩序俨然，一如我们在前一章所阐述。与之相反，生物体依存于网络连接，传递能量流并维系自身的运动部件运转，生物体并不能跨越其所依存的整个空间，但其结构被严格地自组织为高效的层级式运输系统。如果将城市和人体进行类比，城市中心相当于心脏，在分层组织的系统中担当能量输送（用交通的形式）的引擎作用，成百上千年以来，货物和人不断在生产基地之间往返，从达·芬奇年代乃至希腊时期便是如此。维克多·格鲁恩（Victor Gruen）的《我们城市的中心》（1964）一书是众多隐喻图像中的一幅，它建立在并没有超出偶然条件发展的有机体概念基础上。他说：“我可以看到一个大都市生物体，由细胞核和细胞质构成的细胞组合成集群，形成如城镇之类的专业器官。”将城市视为由一些支撑性的连接构成的系统，强调基本结构也是我们在本章和下一章所表达的主要观点，我们将先讨论流，然后讨论其物质化和拓扑化所形成的具体网络。

流与网络是一对双重概念，互为一枚硬币的正反两面（Lambiotte et al.，2011）。实际上，流和网络在科学上有一定区分，可以在不提及另者的情况下单独讨论。虽然我们从一开始就将遵循这一区分，以从思想上理解城市如何从叠加的网络中产生各种可见和不可见的流的汇聚，但并不止步于此。本书的第二篇和第三篇将通过网络从不同角度对流进行合成，反之亦然。我们认为，流更多是关于过程的，其运行跨越空间和时间标度，能够显现出驱动城市短期运行和长期转型的变化动态。网络首先是一种物理容器，其容量对能量流、信息流有限定作用，网络虽然以物资、人、思想等形式物质性地存在于实体的欧几里得空间，但往往隐藏于我们所能直接感知的互联网或信息空间背后。网络可能为线、面、体的几何形状所制约，但对于社会网络来说并没有这些边界。在城市领域，我们更多地关注于物质，这也将使网络的角色进一步复杂化。

更重要的是，流的叠加形成了位置所发生的一切：流是位置所发生的一切的总和与结合，或者说合成，简而言之可以是相加，但深入而言"整体可能并不等于部分的总和"。流意味着力量，其累加或结合产生了势能，并与发生位置推移的具体对象有关。这构成了空间交互模型的基础，也是我们在这里所使用的范式。按照网络的逻辑，枢纽或节点的强度至少在物理或者拓扑层面等同于一个简单的连接功能。在本章，我们首先将建立描述一般性流动的术语和表达规则。虽然我们的关注点是空间位置，但实际上这一框架可以被用于表达任何一套特定的、明确界定的、能够代表某一系统的对象。我们将介绍后续模拟所需的代数知识，帮助我们对流系统所蕴含的复杂性进行可视化。这些实际上揭示了我们在前一章所提及的城市系统的复杂性特征。

在有了固定的表达法之后，我们首先将回顾一下历史上曾经有过的各种可视化呈现方式，这将有助于我们对最简单的流模型——重力模型展开讨论。重力模型堪称空间交互理论的基础。在过去的半个世纪，这些模型构成了对交通、人口迁徙，以及其他各种反映人和思想在城市、区域乃至全球等更大范围进行移动的物质流进行模拟的基

础。我们将介绍用于生成各种连贯模型的标准框架，这可以从信息理论导出并使我们能够对这些模型进行推广和修正以用于不同类型的空间系统。城市实际上反映了流的格局所蕴含的压力，拉动人、物质、信息进入核心（中心化），以对称方式将同样的活动向外推至边缘（去中心化）。我们可以通过建立其自身的非对称性来检测流，非对称格局显然具有本质性。接着我们将从其自身角度考察这些非对称性，对这些模型进行调整以显示对称性与非对称性之间的现实距离。我们将得出结论，这些本质上稳定的流的概念意味着长期的变化。这也要求我们聚焦于网络——流的容器，这将构成第3章的主题。

2.1 流的描述

2.1.1 流与位置

我们首先将依据流的出发点、相同或不同的到达点对场所位置进行分类。我们把流出发点的活动量称作起点O_i，其中i=1，2，…，I代表一组活动，其中I代表着出发点的总数，把流到达点的活动量称作终点D_j，其中j=1，2，…，J代表一组活动，J代表着到达点的总数。需要注意，I并不一定等于J，但在很多时候I=J。在这种情况下，我们将起点和终点数量定义为N，表示两组位置是相同的，尽管活动总量通常并不一致。如果没有特别提及的话，在后续讨论中我们都假设N=I=J，因此，在考虑位置的情况下对流进行加总时，求和范围将超过N。

我们将一组起点和终点之间的流定义为T_{ij}。这一表达借用了交通模型中的出行（trips）一词，但其内涵更为一般化，并不局限于某种交通线路。最基本的计算关系可以表达为：

$$O_i = \sum_i T_{ij}, \tag{2.1}$$

和

$$D_j = \sum_i T_{ij}, \qquad (2.2)$$

流T的总和可以由连接起点与终点的流一般加总得出，如式：

$$T = \sum_i \sum_j T_{ij} = \sum_i O_i = \sum_j D_j, \qquad (2.3)$$

在第1章我们已经指出，对于任何一种给定的区位关系，对应着许多种可能的出行模式。简而言之，在流的模式数据掌握很少的情况下，依据一种流的模式解释城市中的区位关系将面临巨大的问题。实际上，正如我们所看到的，我们所提出的流系统模型很可能将某种我们观察到的流模式的可能性推到最大而忽视了其他模式。我们从位置转换到流的原因正是对于一种流模式而言存在着多样化的位置模式，我们需要知道哪一种是最恰当的。

方程2.1到2.3经常被称为“交通问题”，由此我们可以得到一些定量的认识。这一问题通常表现为，当我们将从起点到终点的交通成本定义为c_{ij}，我们需要找到一种出行模式$\{T_{ij}\}$实现总成本C（方程2.4）的最小化。

$$C = \sum_i \sum_j T_{ij} c_{ij}, \qquad (2.4)$$

如果所有的流均具有正整数值，我们将能够求解。可能的解决方案至少存在N种！也就是将T分配到联系ij上，其数值由方程2.1和2.2给出的起点和终点数目所限定（Doig，1963）。以对从居住地到就业地之间的流进行求解这样一个小问题为例，大伦敦地区有N=33个市，如果包含自身到自身的流的话，那么存在N^2=1 089种可能的流，存在10^{37}种可能的出行模式，大大超出我们所能观察到的跨地区居住与就业人口分布模式。这也为我们的科学应当聚焦于流而不是区位，聚焦于运送人员、物资、信息的网络而不是区位关系提供了极好的论据。此外，虽然其中大多数模式完全不具可能性，但仍然有许多能够导致相同结果的区位关系。我们的目的是理解城市并考虑到此类等价后

果，也就是说，相同的格局可能来源于不同的原因，当我们只看到位置，将无法解释为什么会出现这些使用合理却连接模式各异的问题。

2.1.2 流的系统：需求线、网络流和势场

依据位置解释流的难题很快延伸到我们如何才能理解其中的复杂性。一种对流进行可视化的常用方法是绘制由起点到终点或反过来的向量，而流量以线条的宽度表示。这在交通模型中被称作需求线。但随着起终点数目增多，连线将会按照位置数的平方增长，我们从流向地图（flow map）中识别出模式也将变得越来越难，注意力将聚焦于表现本身。为了解决这一问题，我们使用2001年大伦敦地区33个市之间的就业居住出行矩阵，设定绘图的不同层级阈值，成功地简化了图形以便于读取主导性模式。实际上，我们建构了聚集矩阵$T_{ij}+T_{ji}$，忽视了自我流动T_{ii}，并按照矩阵的显著细胞数为N（N-1）/2绘制出得到的聚集模式。矩阵的最大值为39 411而最小值为7。图2.1展示了从$T_{ij} \geq T_{k\ell}$（最小）到T_{ij}（最大）进行选择性绘图的结果。我们可以清晰标出平均位置$T_{ij} \geqslant \bar{T} = 5\ 505$，如下式：

$$\bar{T} = 2 \sum_{i} \sum_{j>i} (T_{ij} + T_{ji}) / (N(N-1))。 \tag{2.5}$$

这种图的问题是很难简单有效地突出模式特征。虽然动画（我们无法在这里展示，可参见图2.1）确实有助于揭示隐含的结构，但最终是混乱的。

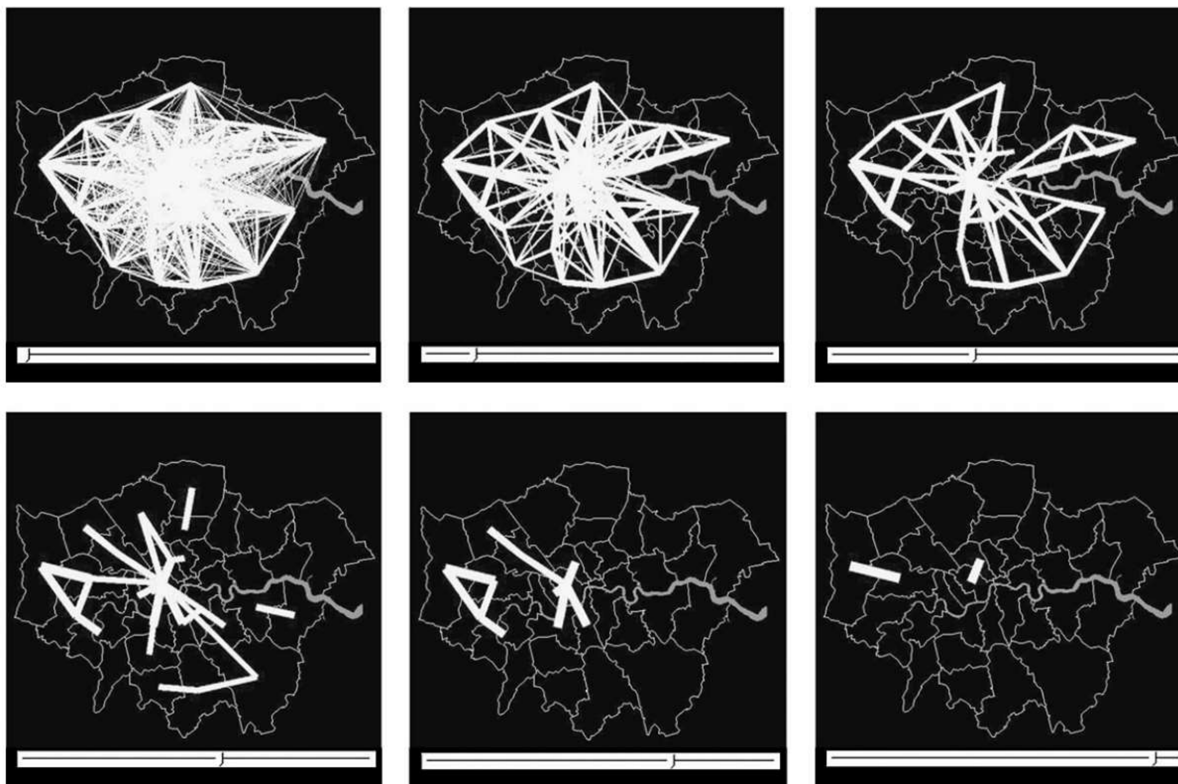


图2.1 流量聚集的可视化，从完整33×33矩阵到最大流，中上幅为流平均值

为了避免线条更加纷乱，这里我们并没有通过提高分辨率展示大伦敦地区更加复杂的结构（在后续章节将会涉及）。如果我们想要尝试呈现双向流——从*i*到*j*或反过来，视觉表达问题将更加棘手。虽然在这方面我们也取得了一定的进展，并将在后续章节展示一部分成果（Wood、Dykes and Slingsby，2010; Wood、Slingsby and Dykes，2011)，但是从历史角度看，这也是为什么这种流向地图在计算机时代到来以前很难出现的原因。第一幅已知的计算机图形绘制于1959年，在芝加哥地区交通研究中使用了数字显示器（称作Cartographatron）来展示这一图形（Creighton、Carroll and Finney，1959）。

图2.2用与图2.1相同的方式展示了大约990万条个人出行。这种可视化方式显然只能产生简单的印象主义效果，非但不能揭示芝加哥更加复杂的多中心本质，反而强调了城市的单中心特征。托布勒

（1987）指出，由于设备的散焦能力，此类呈现方式相对模糊和不精确，已经为更加现代化的显示技术所淘汰。



图2.2 1959年使用Cartographatron显示器实现对个体出行的最早数字呈现

诸如此类流的系统可以通过其他很多方式来可视化，一个明显而简单的扩展方式是求得起点和终点的流的平均值。这需要将流用势能的方式进行加权平均，可视化为一个矢量，其方向由求解区所有流向的平均值决定，其大小则由流的规模决定。这个矢量场与势能的概念有很强的联系，如果将流视为一种力，平均矢量就可以被比作环绕求解区的势能场梯度。要建立起点区i和终点区j的矢量，我们首先将流T_{ij}标度化并将其表示为占流总和T的比重p_{ij}：

$$p_{ij} = \frac{T_{ij}}{T}, \sum_i \sum_j p_{ij} = 1。 \tag{2.6}$$

i区和j区的坐标x_i，y_i和x_j，y_j定义了流的方向，我们可以依照坐标变化求出每一个起点的流加权平均值

$$\Delta x_i = \sum_i p_{ij}(x_j - x_i), \Delta y_i = \sum_i p_{ij}(y_j - y_i); \tag{2.7}$$

以及每个终点的流加权平均值

$$\Delta x_j = \sum_i p_{ij}(x_i - x_j), \Delta y_i = \sum_i p_{ij}(y_i - y_j)。 \tag{2.8}$$

我们的新矢量将每个起点和终点的平均流向分别定义为 $\vec{O}_i = [(x_i, y_i), (x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i)]$ 和 $\vec{D}_j = [(x_j, y_j), (x_j + \Delta x_j, y_j + \Delta y_j)]$。托布勒（1976）对流的此类特征做了大量探索并称之为交互风。基于不同的加权方法还可以产生多种变体，在图2.3中我们用这些形式展示了界定大伦敦的33个位置。将流信息压缩成这种形式有一个巨大的好处，它能够揭示系统中的大量非对称现象。在图2.3a中，作为就业地的起点相较于作为居住地的起点更加密集成簇，从城市边缘向城市中心的运动占了主导地位。如果我们反过来进行可视化，如同图2.3b展示从就业地出发去往居住地的运动，我们发现，平均方向有很大的不同，结构上的变化绝不是简单倒过来。

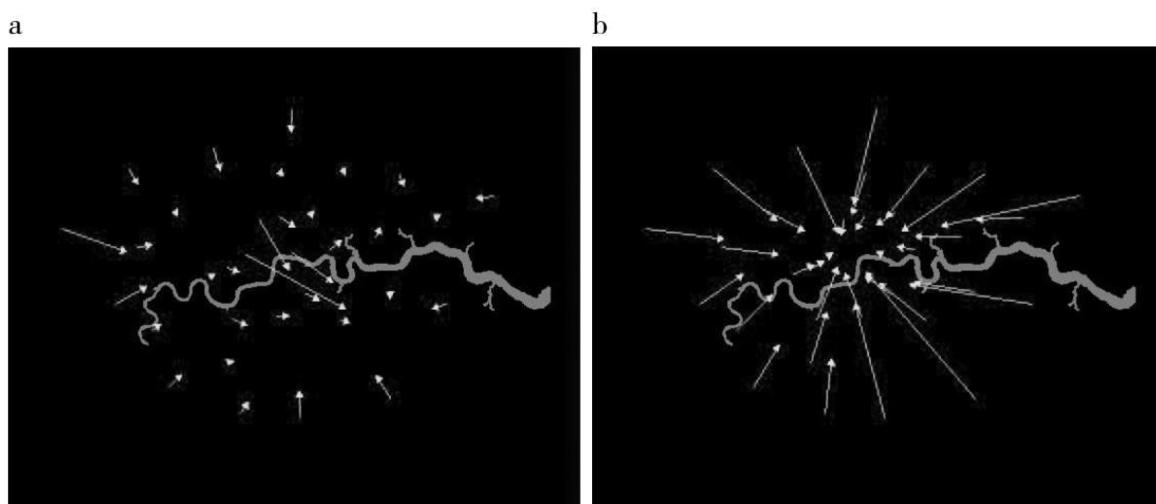


图2.3 （a）从起点到所有终点方向的流；（b）从终点到所有起点方向的流

2.1.3 流的表达史

当前在运用各种数字媒体进行可视化表达方面已经取得了一些引人注目的进展，然而正如我们在图2.3中所看到的那样，在将流简化为位置属性或是将双向流简化为单向流的过程中，我们很难避免信息丢失。在简化流而不损失流和方向信息方面已经有了很多尝试。最早构想通过迁徙活动模拟城市间流动的人之一，厄内斯特拉芬施泰因

（1885，1889）推崇的方法是在跨越单一边界进入邻近区域或连续区域的流当中选出最为重要的，如果假设每个区域平均有四个邻近的附加位置的话，就可以将N（N-1）条流（排除发生于每一区域内部的流动）降低到大约$5N$。我们重新制作了拉芬施泰因的图纸（图2.4），显然，我们可以将主导性流场，也就是拉芬施泰因所说的“迁徙形势”（currents of migration）从全部流向中以可视化的方式显现出来。在存在主导流向的情况下，这种可视化方法确实有用，但如果存在逆流、旋涡、涡旋的情况就很难发挥作用了。遇到这些情况将无法准确地重建拉芬施泰因那张著名图纸所采用的逻辑。

在拉芬施泰因两代以前，德国地理学家约翰科尔（Johann Kohl，1841）在一篇讨论城市功能与结构的著作中提出城市功能是由跨越空间的活动流联系在一起，这不禁让人联想到我们在前一章简要提及的分形结构。活动流动到中心并填充空间的思想主导了他的研究，这在他所绘制的很多关于交通如何连接城市与其腹地之间的功能和活动的图示中都有体现。虽然我们把不同空间尺度、跨城市与区域断面图片、流动态等都放在了一起，但图2.5所展示的科尔的工作仍然是最有表现力的成果之一。力场、迁徙场、互动风和网络等概念对本章乃至本书其余部分的很多思想都具有主导性作用，尽管如此，科尔的思想显然过于神秘了，读者只能去猜测怎样才能将其用于组织城市结构。托马斯普克（Thomas Peucker，1968）第一个使科尔的工作引起我们的注意，他认为科尔的目标如同后来的塞尔达和格迪斯一样是建立一门像地理学一样的城市科学。普克说：“科尔希望这本书能够改变整个地理科学的基础，或者说建立地理学真正的基础并使之成为一门真正的科学”（1968）。虽然他的研究可能更多侧重于下一章将要讨论的网络，他在论文中所描绘的流的系统看起来与我们本章所聚焦的流和运动基本同义。



Dundee.
Newcastle
Man
Hull
Sheff.
Lincoln
Dublin
Norw.
Cork
London

图2.4 拉芬施泰因（1885）所绘制的迁徙形势图

实际上，一直用来表现流的主导性方法是将流聚合为类似于拉芬施泰因提出的定向场（directional field），并融入对流量的表达。此类可视化类似于将流场分配到承载他们的地理空间网络，这与交通工程师和规划师所采用的方法几乎一样，先预测起点与终点之间的出行格局，再将这些出行分配到网络。显然，物质出行拥堵，而网络与代表出行需求的大量流相比却相当不足（通常都是这样），但是，这对社会网络并不适用，因而将流拆解分配到路线在很多情况下并不能作为可视化的一般性方法。尽管如此，我们这里仍将对很多循这一途径对流进行可视化的方法做一个总结。

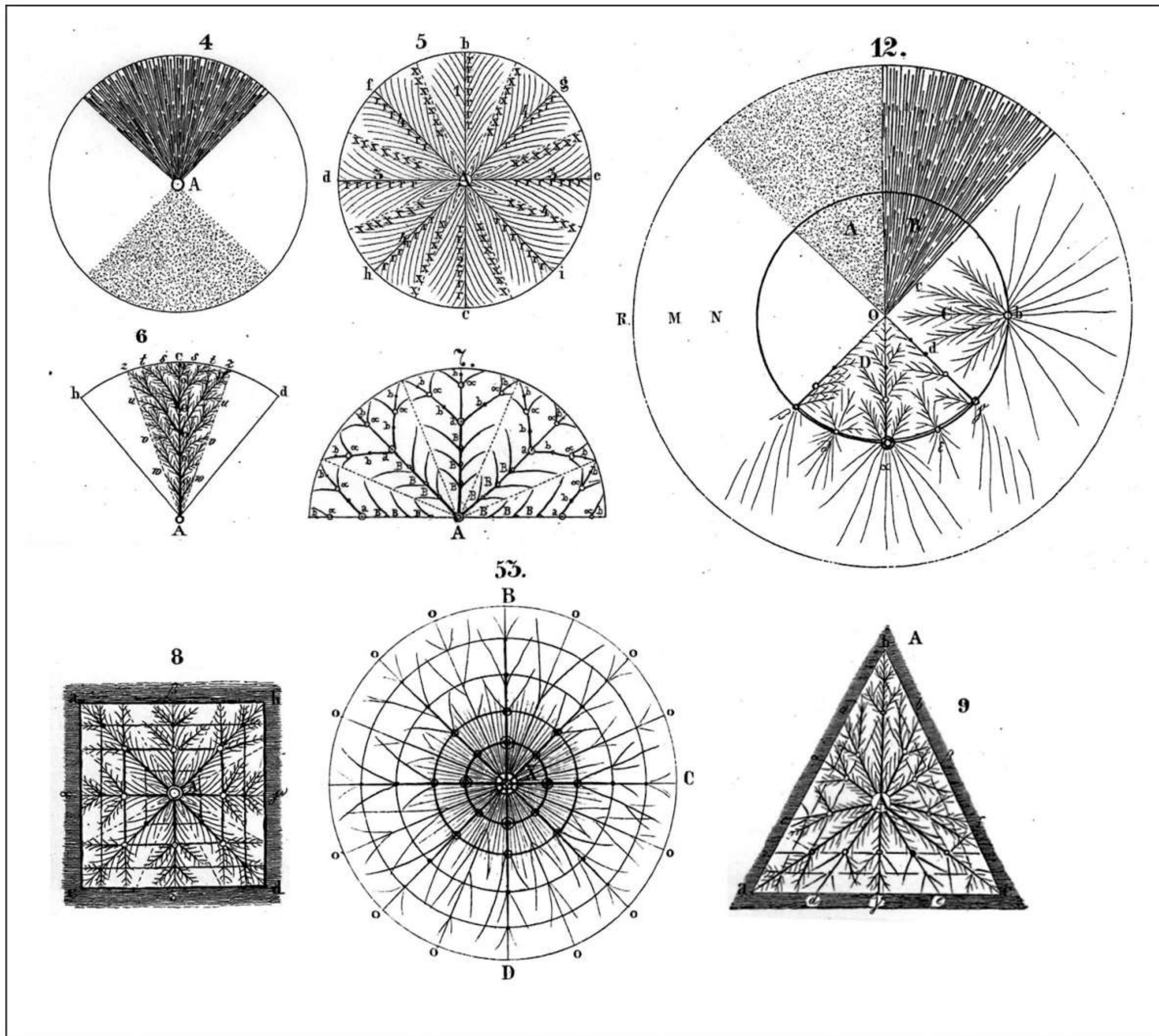


图2.5 科尔的流场

资料来源：Kohl（1841）。

已知最早用于表现此类流的图纸是由亨利哈尼斯（Henry Harness）在1837年为驻爱尔兰英军绘制的都柏林及其附近被称作帕莱（Pale）的地区图纸（Robinson，1955）。图2.6a展示了其中的一幅，描绘了保安机构所统计的主要公路旅客运输量（passenger conveyance volumes）。当时政府正在考虑将铁路兴建到爱尔兰，哈尼斯受委托开展了此项工作，然而值得一提的是这些图纸目前看起来是已知最早描绘交通流如何沿物质性网络运动的成果。在哈尼斯之后，此类流向地图大量产生，如查尔斯约瑟夫米纳德（Charles Joseph Minard）绘制于1869年的“拿破仑东征图”，描绘了拿破仑大军在1812—1813年从巴黎进军莫斯科的减员和溃败过程。“拿破仑东征图”因塔夫特（Tufte，1983）的推崇而闻名于世，但这只是米纳德所绘制的诸多图纸中的一幅。图2.6b展示了他在全球尺度上所描绘的贸易过程，其中所蕴含的网络相较于爱尔兰图纸隐性而不是显性。

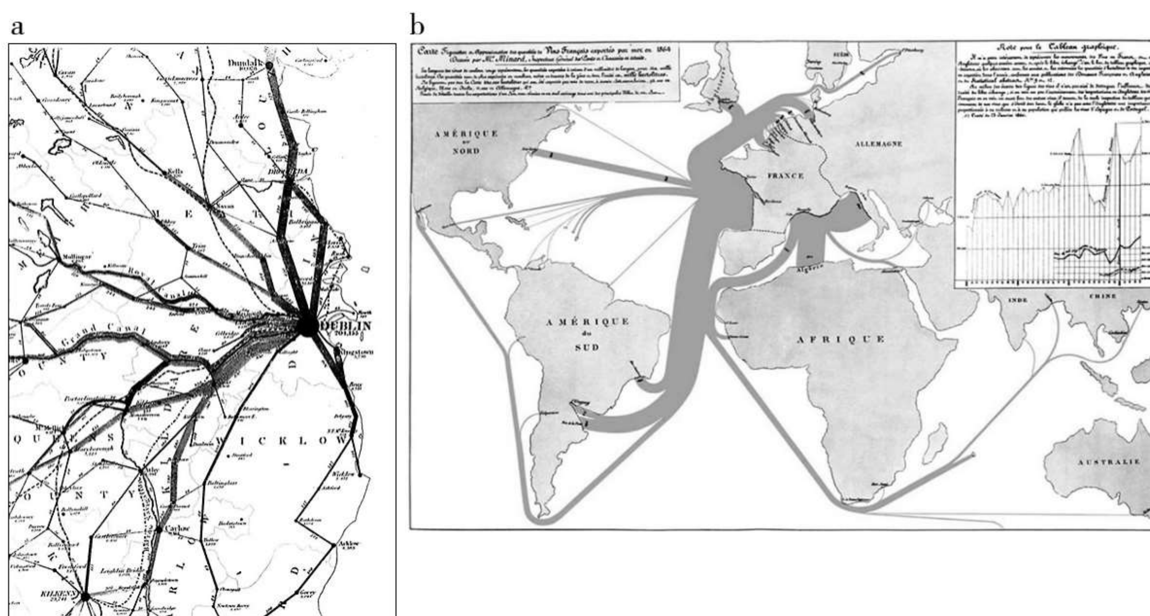


图2.6 将流量分配到隐性或显性的网络

注：a.哈尼斯于1837年为都柏林区域绘制的旅客运输量分布图；b.米纳德于1864年绘制的葡萄酒流向地图——一个起点（法国）和多个终点间的贸易被叠合为单一流。

将流分配到网络是交通建模的关键一步，分布模型T_{ij}中的流量往往被分配给起点i与终点j之间的最短路径，而流量又塑造了城市活动的关键枢纽（如CBD）。这些任务可能非常复杂，因交通系统层级、不同交通方式下的几何结构差异而各不相同，也因当代方法倾向于活化其功能。流量往往在工作日差别巨大，道路容量常常增减不定。正如我们一直所说的，为了实现可视化，对流的发生路线、流量的比例所进行的抽象可以有不同的度。图2.7a展示了伦敦市中心公共自行车计划在高峰时段的典型的流向地图。在相同的视觉呈现方法下，在诸如公交、重轨、地铁等各种交通方式之间进行流量分配的相互比较是更加抽象和困难的工作，然而仍然有很多相关的可视化方法，例如借助伍德、斯林斯比和戴克斯（Wood、Slingsby and Dykes，2011）研制的空间树状图把信息压缩到这些出行的起点。

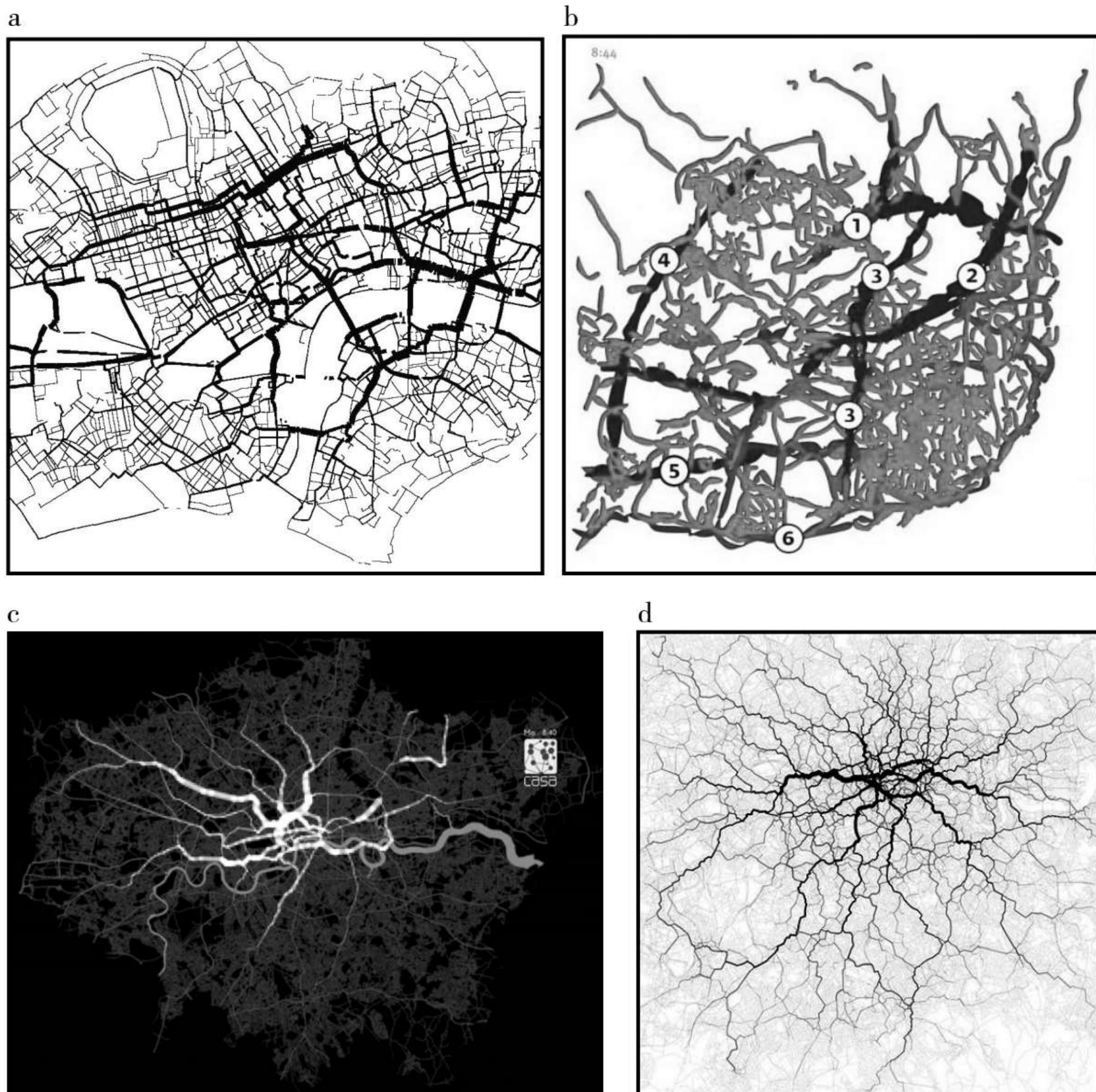


图2.7 将流分配到各种网络系统

注：a.将伦敦中心城区典型24小时的公共自行车分配到街道网络；b.如同血液一般流动的里斯本交通（引自Cruz，2012）;c.伦敦地铁系统的早高峰人流；d.推特位置信息所展示的大伦敦地区道路（引自Fischer，2012）。

当前，基于多种多样的空间数据生产出了大量流向地图。克鲁兹（Cruz，2012）制作了一部动画来表现里斯本多种交通格局的流速和流量，如同血液在身体中的流动，图2.7b显示了其中的一帧。图2.7c展示的是里德斯（Reades，2012）的成果，他用类似的动画方式描绘了伦敦地铁的脉动效果。光靠这些图片并不能公正地反映这些流系统如

何运行，我们建议读者访问d克鲁兹（2012）和里德斯（2012）的网站（链接到YouTube和Vimeo）观看实际动画。当前有很多人正在尝试借助各种数字传感途径对流的运行进行可视化，特别是基于智能手机使用数据和位置数据以及从各类计算设备发送的联系和消息。各类包含位置的图片、与推特馈送等相关的短信息、追踪车辆和用户位置的地理定位信息、交通卡刷卡信息等为研究城市中的流提供了大量新的数据来源。图2.7d展示了费希尔（Fischer，2012）基于大伦敦地区的推特馈送所绘制的路径，这也是他对很多大城市此类媒体进行可视化分析的系列成果的一部分。这些海量信息并不具有很强的使用背景，因为推文包含了一切可以通过短信息发送的信息。所抓取的信息也不因为时间段而特别重要，此类流信息越来越主导我们对人们在城市中如何联系的理解。毫无疑问，我们需要更多地探索如何将它们用于城市规划与设计、管理和服务供给等明确的目的。

将流分配到所流动的路线需要经过系统化地变形或抽象过程，以明辨其间复杂的相互关系，而这一过程往往存在争议。图2.8a反映了我们根据流量变换流系统显示方式的能力。法利斯等人（Feles、Gergely、Bujdosó、Hajdu and Kiss，2012）所绘制的布达佩斯地图证明，在不损失一组相对位置的视觉整体性前提下，街道格局可以根据流量进行系统化变形。变形地图（Cartogram）对地图进行系统化扭曲，将地图从反映真实面积变形为反映点密度，使面积与密度成比例关系。多林（Dorling，2012）用这种方式探索了许多区位现象，并将其推广为互动模式。图2.8b展示了他如何提供地图扭曲来反映英格兰和威尔士的日常通勤流。流的表达并不需要服从网络系统，从而呈现有诗意的效果。图2.8c显示的是奥斯特维克等人（Austwick、O'Brien、Strano and Viana，2013）采用与伍德等人（Wood、Slingsby and Dykes，2011）相似的方法，对早高峰网络相关联的出行流量进行了色彩和平滑处理，这里与图2.7a是基于同样的公共自行车数据。

还有很多通过新技术对空间流进行可视化的范例，但是我们现在需要改变一下方向并思考如何将这些空间系统作为流场来建模。在后

续章节，随着我们的焦点转到使城市功能得以运行的社会性和组织性网络，我们将介绍其他一些不涉及地图空间几何属性的可视化方法。在本章，在探索了如何对流进行建模之后，我们将回到这些表达类型，因为通过对这些系统进行建模，我们能够提出更加强有力的概念来呈现其因时空而发生的变化。

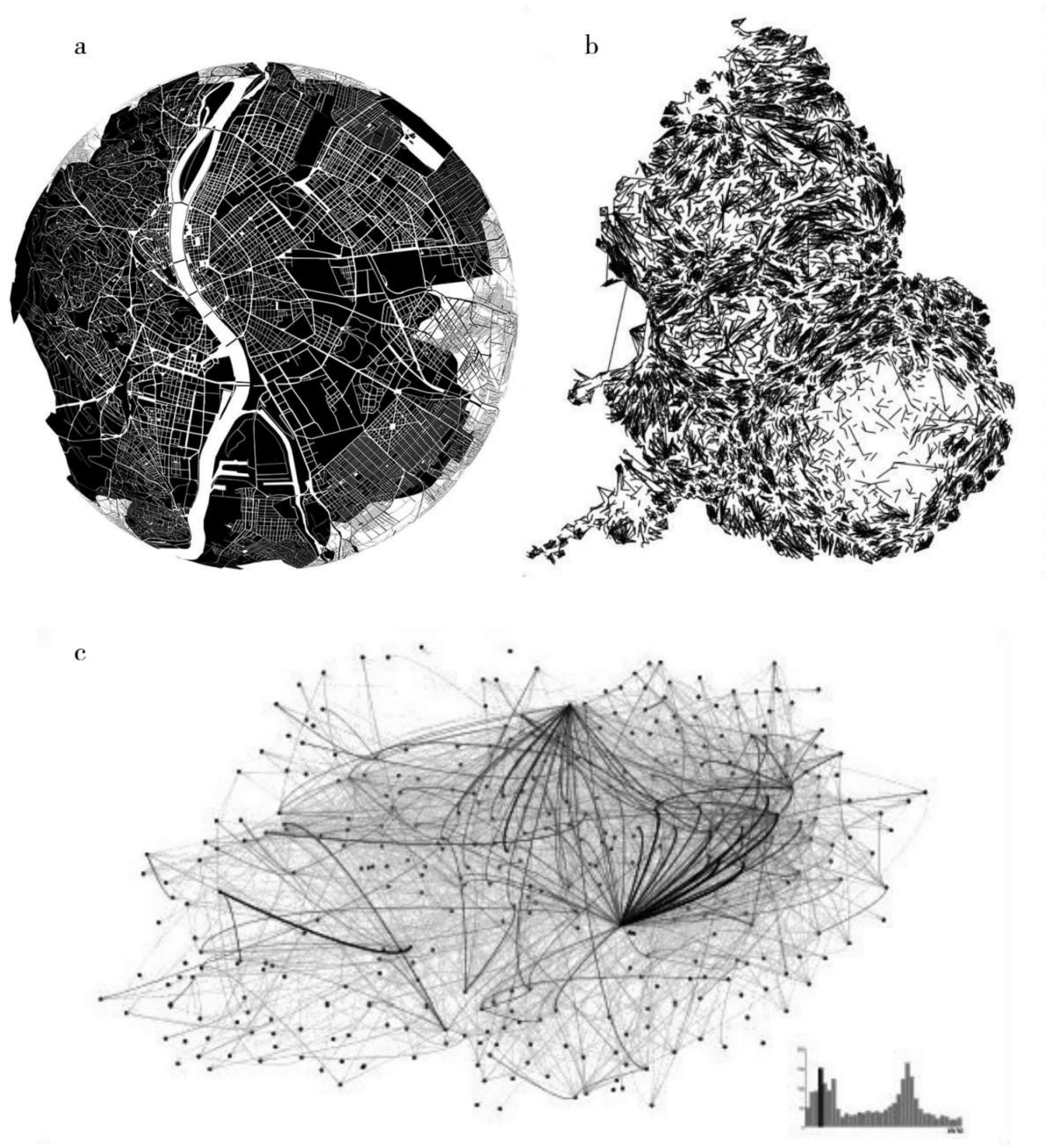


图2.8 在各种网络系统中对流进行扭曲

注：a.布达佩斯的街道网络（引自Feles et al.，2012）;b.用变形地图方式描绘的英格兰和威尔士1981年日常通勤流；c.伦敦中心城区早高峰时段的公共自行车流。

2.2 流的初级模型：引力与势能

2.2.1 基本模型

一种简单的空间交互模型建立在牛顿万有引力定律基础上，将流表达为任意两个位置——起点i与终点j上活动量之间的作用力。我们曾经在第1章的方程1.1和1.6介绍过这个模型，当时我们指出各种方式的人口互动都可以类比为引力。实际上，万有引力定律是牛顿第二运动定律——力等于质量乘以加速度的推广，但考虑到了两个物体i和j或由规模（或人口）定义的两个质点P_i和P_j，并考虑到了两者之间的阻碍因素。这个定律可以通过方程1.6重新表述为：

$$T_{ij} = KP_iP_jd_{ij}^{-\phi}, \quad (2.9)$$

其中，T_{ij}是位置i与j之间的相互作用力或能量流，d_{ij}用于度量诸如i与j之间距离之类的阻碍作用，K代表一个标度常数（在经典力学中被称作引力常数），ϕ是一个参数，在纯粹标度情况下通常等于2，也就是说与距离的平方成反比。这一模型首先为拉芬施泰因（1885，1889）在提出和验证迁徙定律时所使用。

这个模型透露的一个关键信息是：如果距离或阻力矩阵$\{d_{ij}\}$是对称的，那么其结构也是对称的，也就是说$d_{ij}=d_{ji}$，$\forall ij$。但是总的来说，这些模型的实践发展并没有深入研究或应用这种对称性，为了将其应用于真实的流系统，必须考虑到质点（实际上代表一个点或一片地区大部分所在的地理位置）所具有的多种属性引起的变形。对这些模型的最完整的陈述是威尔逊（Wilson，1970）提出的空间交互模型族。他提出了四种变体，方程2.9所代表的模型是其中第一个，也是最具一般性的一个。这些变体将要预测的流限定为与系统中所观察到的

活动整体——总体交互T有关的各种外在位置信息；总体交互与出度节点——起点i，O_i相关；总体与入度节点——终点j，D_j[注]相关。这些总体由方程2.1到2.3所表述的流矩阵$\{T_{ij}\}$中的三个制约因素所定义，尽管有些唠叨，我还是要将起点和终点的人口案例重新表述为：

$$P_i = \sum_j T_{ij}, \tag{2. 10}$$

$$P_j = \sum_i T_{ij}, \tag{2. 11}$$

和

$$T = \sum_i \sum_j T_{ij} = \sum_i P_i = \sum_j P_j。 \tag{2. 12}$$

可以定义四种一般模型。第一种是无约束模型（unconstrained model），起点和终点都没有约束，也就是说方程2.10和2.11不适用，但总体交互活动由方程2.12所约束。在这种情况下，整个系统只有一个常量，我们称之为K（$=K_i=K_j$，$\forall ij$），这样就可以得到方程2.9的引力模型。第二和第三个变体有时候被称作区位模型，分别受起点约束或终点约束，方程2.10或2.11与之相应。在这两个模型中，起点或终点（K_i或K_j）只有一个是常量，从而确保了方程2.10或2.11得以成立。威尔逊（1970）把这些模型命名为起点约束模型（origin-constrained model）和终点约束模型（destination-constrained model）。族中的第四种模型是当方程2.10和2.11中的起点和终点均受限，模型中出现两组常量K_i和K_j。这被称作双约束模型或起点终点约束模型（origin-destination-constrained model）。应当注意到在这个模型族中，对于第一个无约束模型来说，从出度节点i出发并到达入度节点j的每一连接ij上的流都需要预测。在单约束模型中每组节点中的一个受约束，对起点约束模型来说，流出到不同终点而不是流入终点的活动受到约束，需要通过模型进行预测，而终点约束模型则相反。在双约束模型中，起点和终点的活动都已给定而无须预测，因而终点在于出行的分配。最后这个模型在传统上就是交通流模型将出行分配到网络的基础，此前我们曾经做过可视化呈现。

2.2.2 无约束模型：对称基准

无约束模型可以表述为方程2.9

$$T_{ij} = KP_iP_jd_{ij}^{-\phi} = T\frac{P_iP_jd_{ij}^{-\phi}}{\sum_i\sum_j P_iP_jd_{ij}^{-\phi}}。\quad (2.13)$$

这里包括了常数K，以确保满足方程2.13中的对流T的整体约束。假设距离矩阵是对称的，这一模型中的流和出发于每个起点到达每个终点的活动也是对称的。通过对终点、起点的流直接求和，我们可以将其表述为：

$$s_i = \sum_j T_{ij} = KP_i\sum_j P_j\, d_{ij}^{-\phi} = KP_iV_i, \quad (2.14)$$

$$s_j = \sum_i T_{ij} = K\,P_j\sum_i P_id_{ij}^{-\phi} = KP_jV_j。\quad (2.15)$$

V_i和V_j实际代表人口势能——类似于潜在的能量或作用力的总和（Stewart，1941）。在空间系统中，这些反映了一个起点对所有终点或一个终点对所有起点的相对邻近性，或者说可达性（Hansen，1959）。显然，在对称的情况下这些是等价的，正如方程2.14和2.15所示。在土地使用与交通规划中，也可以定义为可达性，用于判断区位势（potential of locations）。这样，通过比较起点和终点两个区位的实际人口，我们可以测度真实系统与其对称理想状态有什么不同，也就是说s_i与P_i或是s_j与P_j的差别。据此，我们将这些势能定义为比例关系$V_i=s_i/KP$i和$V_j=s_j/KP_j$。

在后续部分我们将检验这些基准对称并在第3章继续讨论，但需要指出，如果我们将有条件概率定义为：

$$p_{ij} = \frac{T_{ij}}{P_j} \text{ 和 } \sum_j p_{ij} = 1, \quad (2.16)$$

很容易就能看到方程2.15的终点势能可以被写作起点势能的线性函数：

$$s_j = \sum_i p_{ij} s_i = \sum_i \frac{P_i d_{ij}^{-\phi}}{V_i} K P_i V_i = K P_j \sum_i P_i d_{ij}^{-\phi} = K P_j V_j, \quad (2.17)$$

当定义条件概率矩阵时，考虑终点而不是起点，反过来也是一样。这实际上也就是马尔科夫过程（Markov process），我们将在第3章运用这些思想，这里只简单提一下，对这些思想与引力模型较为深入的研究可以参考史密斯和谢（Smith and Hsieh，1997）以及巴沃德（Bavaud，2002）的成果。

2.2.3 一般流模型

现在我们转到一般约束模型。这一模型对基准进行了变形以体现真实系统中的相互关系和特点。在后续部分我们将重点展示双约束模型及其变体与基准的近似程度，因为空间交互模型的一个重要分支就是探讨真实系统与理想形态、理想结构之间的近似程度，或是探讨关乎系统运行的一些无效假设与真实系统之间的距离。我们将一般模型写作：

$$T_{ij} = K_i K_j P_i P_j d_{ij}^{-\phi}, \quad (2.18)$$

如果我们将其与对称等效方程2.9进行比较，很显然差别只不过是用因子K_i和K_j替代了K，通过对起点、终点和距离进行变形以反映起点和终点对流的约束。简而言之，将空间交互模型族的任一模型视为对称等效模型的变形或推论具有重要意义，我们将对称等效模型作为基准模型。

借助于下列方程，用不同的起点和终点活动量O_i和D_j来定义常量K_i和K_j，现在我们就可以使用起点和终点的约束方程2.1和2.2。

$$\sum_j T_{ij} = O_i = K_i P_i \sum_j K_j P_j d_{ij}^{-\phi}, \quad (2.19)$$

和

$$\sum_i T_{ij} = D_j = K_j P_j \sum_i K_i P_i d_{ij}^{-\phi}。 \quad (2.20)$$

可以建立起点与终点之间的显函数：

$$K_i = \frac{O_i}{P_i \sum_j K_j P_j d_{ij}^{-\alpha}}, \tag{2.21}$$

$$K_j = \frac{D_j}{P_j \sum_i K_i P_i d_{ij}^{-\alpha}}。 \tag{2.22}$$

需要指出的是，既然有了来自彼此之间与人口P_i或P_j不同的起点和终点活动量O_i和D_j，那么基本引力模型方程中的质量因子或吸引子——人口就可以依据各自相应常量被替换为起点和终点的活动量。如果我们假设$O_i=D_i=P_i$，$\forall i$，方程2.21和2.22中的这些变量就可以被消除，从而得到：

$$K_i = \frac{1}{\sum_i K_j P_j d_{ij}^{-\alpha}} \text{ 和 } K_j = \frac{1}{\sum_i K_i P_i d_{ij}^{-\alpha}}, \tag{2.23}$$

模型可以依据起点终点条件O_i和D_j写作方程2.9，当然我们需要注意这些其实都等同于人口。有一点非常关键，我们将在后面用到，如果距离矩阵是对称的，使用人口作为起点和终点，就能得出对称模型方程2.9，变量变为$K_i=K_j=K$，$i=j$。接下来就是从这一对称模型导出的所有其他结果，下面我们将回到这一点。

让我们回到不对称一般形式，如果我们注意到

$$T_{ij} = O_i p_{ij} \text{且} \sum_j p_{ij} = 1, \tag{2.24}$$

和

$$T_{ij} = D_j q_{ij} \text{且} \sum_i q_{ij} = 1。 \tag{2.25}$$

我们就能够相当容易地用直接概率形式写下双约束模型。这些方程就转变为：

$$D_j = \sum_i T_{ij} = \sum_i O_i p_{ij} = \sum_i O_i \frac{K_i P_i d_{ij}^{-\phi}}{\sum_k K_k P_k d_{jk}^{-\phi}}, \tag{2.26}$$

和

$$O_i = \sum_j T_{ij} = \sum_j D_j q_{ij} = \sum_j D_j \frac{K_j P_j d_{ij}^{-\phi}}{\sum_k K_k P_k d_{jk}^{-\phi}}。 \tag{2.27}$$

在我们转到本章后续部分对一般模型与对称模型的关系进行检验之前，我们先讨论单约束模型，一般情况可以有一些非常有趣的简化。仅就起点约束模型而言，我们写作：

$$T_{ij} = K_i P_i P_j d_{ij}^{-\phi} = O_i \frac{P_j d_{ij}^{-\phi}}{\sum_j P_j d_{ij}^{-\phi}} = O_i p_{ij}, \tag{2.28}$$

其中常量 K_i 可以用方程 2.21 表示，当我们设定 $K_j = 1$，$\forall_j$，如式：

$$K_i = \frac{O_i}{P_i \sum_i P_j d_{ij}^{-\phi}}。 \tag{2.29}$$

方程2.28的单一约束模型现在就可以被用于预测终点区域的活动量，我们将其称之为D_j'。一般而言，这将与观察到的活动量D_j有所不同。变换关系可以被写作：

$$D'_j = \sum O_i p_{ij} = \sum T_{ij}, \tag{2.30}$$

这表明存在一种对称的可逆关系，可以直接从方程2.26、2.27和2.30得出：

$$O_i = \sum_j D'_j q_{ij} = \sum_j \frac{K_i P_i d_{ij}^{-\phi}}{\sum_k K_k P_k d_{kj}^{-\phi}} D'_j = \sum_j \frac{T_{ij}}{\sum_k T_{kj}} D'_j。 \tag{2.31}$$

当然，在用终点活动D_j计算起点活动O_i'的单约束模型中，我们也能够得出相同的结构。

2.2.4 生成连续流模型

我们对这些模型的处理已经建立在通过严格计算交互进行分配的推导一致性基础之上，也就是说，确保流的总和为已知总体，这构成了特定模型必须满足的约束条件。威尔逊（1970）的交互模型族正是按此建立的。然而，有一些有力的框架用于生成此类模型，我们需要在一个能够对约束和目标函数做出相应选择的优化框架下对流进行设定。在本章的开始部分，我们讨论了交通问题并针对这一问题的变体提出了大量可能的解决方案，因此，我们其实已经一睹曙光。

一个最广泛用于描述复杂系统中多样性程度的函数是由香农（Shanno，1948）对信息（熵）的测度，他测量了一般条件下构成系统的不同组件概率的不确定性程度。如果每个事件具有一定的发生概率，并且将起点与终点之间流的概率定义为p_{ij}，那么我们可以对每个概率取对数$\log p_{ij}$，继而得出加权平均值H，如式：

$$H = -\sum_i \sum_j p_{ij} \log p_{ij}, \sum_i \sum_j p_{ij} = 1。 \quad (2.32)$$

如果所有概率p_{ij}都是相同的并且其中一个事件确实发生了，可以得到信息的最大值，在这个案例中我们可以很容易得到$H=\log M$，其中M是出行概率的总和，在这一标记法中起点和终点的数量相同，$M=N^2$。在仅有一个概率为正且等于整体而其他皆为零的情况下，如果事件发生将没有信息可以获得，也就是说$H=0$。方程2.32所表达的函数满足这些限定，因此是一个描述系统结构的合适测度，并可以用在这些方面。我们现在通过向起点、终点、总流和诸如出行成本等其他相应信息施加限制生成了空间交互模型族。我们将通过概率形式而不是与流量相关的直接限制对这些模型进行发展，通过将流T_{ij}记录为总流量T与相应概率的乘积，可以得到我们所有的早期模型。这些起点和终点概率之和为1，

$$\sum_i \sum_i p_{ij} = \sum_i p_i = \sum_i p_j = 1, \quad (2.33)$$

约束与方程2.32所测度的熵相一致，但考虑到起点和终点的规范化约束，方程2.33就有些冗余，可以直接表达为：

$$\left.\begin{aligned}\sum_j p_{ij} &= p_i \\ \sum_i p_{ij} &= p_j\end{aligned}\right\}。\tag{2.34}$$

最为关键的制约因素是，在生成模型时如何用一定方式对距离或出行成本 c_{ij}进行折算，其一般实现方法是

$$\sum_i \sum_j p_{ij}\, c_{ij} = \bar{C},\tag{2.35}$$

其中 $\overline{C}$ 为平均出行成本。

在方程 2. 34 和 2. 35 所限定的条件下，方程 2. 32 最大化可衍生得到模型

$$p_{ij} = K_i K_j p_i p_j \exp(-\gamma c_{ij}),\tag{2.36}$$

其中 K_i和 K_j是与方程 2. 34 相关的标准化常数，γ 表示方程 2. 35 中 i 区与 j 区之间出行成本的参数。将方程 2. 36 中的 P_{ij}代入方程 2. 34，很容易就可以分别计算出 K_i和 K_j。简化后可以得出方程

$$\left.\begin{aligned}K_i &= \frac{1}{\sum_j K_j p_j \exp(-\gamma c_{ij})} \\ K_j &= \frac{1}{\sum_i K_i p_i \exp(-\gamma c_{ij})}\end{aligned}\right\},\tag{2.37}$$

这在结构上与方程2.21至2.23中的双约束引力模型常数完全相同。这种最大化的特别后果是：出行成本或距离函数不再如我们在第1章介绍的那样纯粹用比例法则来表示，而是用负指数函数形式。这种函数的适应范围更广，在这本书的其他部分我们还将看到。

正如我们所提到的，为了应对真实的出行或人口问题，可以简单地通过总量乘以概率对这些模型进行缩放，如T代表交通系统中的总出行，P代表城市系统中的总人口，Y代表贸易系统中的总收入等。但是这个系统构成了交互模型族的基础，可以通过放松标准化约束来生

成；例如，忽略距离约束（K_j=1，∀j）或忽略起点约束（K_i=1，∀i），或是两者皆忽略，我们需要提出方程2.33中的总标准化，以提供一个总体常数K。值得一提的是这些模型也可以按照随机效用理论生成近乎等效的形式，此类模型关注个体层面而不是出行者整体，被称作离散选择模型（discrete choice model）（Ben-Akiva and Lerman，1985）。

我们将检验这些模型中的一个——仅有起点约束的单约束模型。这可能是一个用于预测从工作地到居住地之间交互活动的模型，例如我们将在第9章所讨论的已知起点地区工作分布的情形。那么，K_j=1，∀j，模型为：

$$p_{ij} = K_i p_i p_j \exp(-\gamma c_{ij}) = p_i \frac{p_j \exp(-\gamma c_{ij})}{\sum_j p_j \exp(-\gamma c_{ij})}。\quad (2.38)$$

此类模型的关键问题是，我们不仅能够预测i区与j区之间的交互活动，而且可以预测其落在终点区的概率p_j'，如式

$$p_j' = \sum_i p_{ij} = \sum_i p_i \frac{p_j \exp(-\gamma c_{ij})}{\sum_j p_j \exp(-\gamma c_{ij})}, \quad (2.39)$$

由此我们可以得出终点区的总流$D_j'=Tp_j'$。

如果我们放弃起点和终点约束，模型变成与我们开始于方程2.9的传统引力模型相似的形式。但是，要生成常见的标准引力形式的模型，其中每个起点和终点区集群出现，分别赋予P_i和P_j，我们需要修改熵方程，因而最大化

$$H = -\sum_i \sum_j p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{P_i P_j}, \quad (2.40)$$

受限于方程 2. 32 或 2. 33 对概率的总标准化，以及平均对数出行成本$\overline{\ln C}$

$$\sum_i \sum_j p_{ij} \ln c_{ij} = \overline{\ln C}。 \quad (2.41)$$

从这一系统生成的模型可以写作

$$p_{ij} = K P_i P_j c_{ij}^{-\phi}, \quad (2.42)$$

这与我们开始于方程2.9的模型在形式上等价。出行成本或距离可以表达为以ϕ为比例参数的幂律形式。

2.3 利用流的不对称性

2.3.1 再论基准模型

我们回过头来继续讨论流系统的对称性。正如我们在本章较早部分讨论工作出行格局时所看到的那样，对称性对城市系统中的运动路径有重要意义。实际上，到目前为止我们所介绍的各种空间交互模型都是准对称的。回到早前的直接出行、基于人口的吸引点、基于欧几里得距离的阻碍因素等形式，我们能够将一般双约束模型标准化为其对称等效模型：

$$A_{ij} = \frac{T_{ij}}{K_i K_j} = \frac{P_i P_j}{d_{ij}^{-\phi}}。 \quad (2.43)$$

我们建立这一模型的方式使我们能够通过不同常数（约束）看到任意流量矩阵$\{T_{ij}\}$之间的关系，这是对基本对称的影响。方程2.43不仅起终点间总量对称，流量也对称，也就是说$A_{ij}=A_{ji}$，$\forall ij$。由于模型总是基于常数K_i和K_j的值而独立对称，当起点和终点自然产生势V_i和

V_j，族中任何模型都可以被看作原始对称模型的衍生。借助方程2.43中的函数$\{A_{ij}\}$，我们可以看得更加清楚：

$$\sum_j A_{ij} = s_i = \frac{1}{k_i}\sum_j \frac{T_{ij}}{K_j} = P_i \sum_j P_j d_{ij}^{-\phi} = P_i V_i , \qquad (2.44)$$

和

$$\sum_i A_{ij} = s_j = \frac{1}{K_j}\sum_i \frac{T_{ij}}{K_i} = P_j \sum_i P_i d_{ij}^{-\phi} = P_j V_j , \qquad (2.45)$$

方程2.44和2.45以最直接的方式呈现了起点与终点的加权势能数值是对称的。要生成相应族中流模型，我们所要做的就是理解：如果非限制模型需要全局常量，那么K_iKj=K，如果起点（或终点）限制需要单独的限制模型，那么K_j=1，因而K_iKj=K_i（或K_i=1因而K_iKj=K_j）。

在大多数情况下，无约束的重力模型在它的基础形式上是对称的这一事实长久以来是被认为有问题的，因为在真实空间系统中观察到的大多数流矩阵（即使不是全部）都是非对称的。事实上，很多空间交互理论的目标都在于通过已知或假设的信息或限制为决定如何在模型建构中体现这些非对称性提供逻辑依据。我们将在这里提到，至少有两个其他策略可以用于处理非对称性。

一是采用各种各样貌似真理的定义使得任何不对称的流量矩阵对称，二是把不对称的矩阵分解成对称和不对称的等量，采用一些呈现于此的方法处理其对称性。随后的很多研究都是基于托布勒（1976，1981，1983）的方法。托布勒利用不对称性研究出一系列改进的重力模型。接下来我们来看看他的实例。

2.3.2 托布勒模型

第一个方法就是将一个不对称的流量矩阵$T_{ij}≠T_{ji}$转换为一个对称的流量矩阵。托布勒认为，这种不对称性可能是因为基本重力模型中起点和终点之间的感知距离的不对称性。要解决这个问题，他认为首

先应添加建模的流，正如方程2.46，然后平均估算一般流量，如同方程2.47。

$$T_{ij} + T_{ji} = 2K P_i P_j d_{ij}^{-\phi}, \tag{2.46}$$

$$\hat{T}_{ij} = \hat{T}_{ji} = \frac{T_{ij} + T_{ji}}{2} = K P_i P_j d_{ij}^{-\phi}。 \tag{2.47}$$

显而易见，这等同于我们在本章之前部分所构建的大伦敦地区的流的系统，详见图2.1和2.3。

现在对称的平均流量可以由一个对称的模型解释，但是大量信息却在此过程中被丢失了。因此一个更广泛的关于取平均的逻辑是基于第二种分解方法进行。如果我们以对称畸变与距离d_{ij}相关这一方式作为前提，我们便可以写出一个新的距离，即与r全局校正因子和ρ_{ij}具体的局部修正相关的实际距离，我们便可以写出这个不受约束的重力模型2.48，在j和i之间的流量值便可被写作方程2.49，请注意距离的对称性和我们假设的ρ_{ji}=-ρ_{ij}这一事实。

$$T_{ij} = K \frac{P_i P_j}{d_{ij}^{\phi}}(r + \rho_{ij}) \tag{2.48}$$

$$T_{ji} = K \frac{P_i P_j}{d_{ij}^{\phi}}(r - \rho_{ij}) = K \frac{P_j P_i}{d_{ji}^{\phi}}(r + \rho_{ji}), \tag{2.49}$$

如果我们把方程2.49除以方程2.48，便得到方程2.50，这样我们可以方便地推算出局部的修正因子ρ_{ij}为方程2.51。

$$\frac{T_{ij}}{T_{ji}} = \frac{r + \rho_{ij}}{r - \rho_{ij}}, \tag{2.50}$$

$$\rho_{ij} = r \frac{T_{ij} - T_{ji}}{T_{ij} + T_{ji}}。 \tag{2.51}$$

将方程2.51代入2.48，便得出方程2.52，并且根据方程2.52，基线对称便可写作2.53。将此代入方程2.52，便可产生被观察的流对其对称和反对称组件的唯一分解，写作方程2.54。这样我们就从早些时候在

真实系统中对分解程度的评估中提取了一个不同的基础理论，基于它在无拘束重力模型中的对称基线。

$$T_{ij}=K\frac{P_iP_j}{d_{ij}^{\phi}}\left[r+r\frac{(T_{ij}-T_{ji})}{(T_{ij}+T_{ji})}\right],\tag{2.52}$$

$$\frac{T_{ij}+T_{ji}}{2}=K\frac{P_i\,P_j}{d_{ij}^{\phi}},\tag{2.53}$$

$$T_{ij}=\left[\frac{T_{ij}+T_{ji}}{2}\right]+\left[\frac{T_{ij}-T_{ji}}{2}\right]。\tag{2.54}$$

根据这个结果，我们可以制定各种措施。例如，基于各自的流之间的平方偏差即可写 $\Phi=[\sum_i\sum_j(T_{ij}-T_{ji})^2/2]^{1/2}$ 。正如托布勒（1976）所认为的那样，这种分解的本质是从数据中删除了模型中对称的部分，并着重解释了此案例中反对称部分的余值。这遵照了科尔曼（Coleman，1964）提出的长期存在但鲜为人知的“余值方法”（method of residues），他认为这个余值应该是在空间交互中被塑造的而不是实际存在的流（Batty and March，1976）。还有其他的模型以多种不同的方式利用对称性。多里戈和托布勒（Dorigo and Tobler，1983）提出流可以被建模为一系列推拉效应的线性和，我们将其记为方程2.55。

$$T_{ij}=K\frac{P_i+P_j}{d_{ij}^{\phi}}=K\frac{P_i}{d_{ij}^{\phi}}+K\frac{P_j}{d_{ij}^{\phi}}。\tag{2.55}$$

这显然是对称的，并被附加了新的特征，它可以被分为具体的非对称的推拉效应，这依旧可以体现在方程2.55。多里戈和托布勒在一些细节上探究了该模型的属性，特别是关注了推拉效应的可分离性，并提出这些形式有非线性影响。这个模型适用于之前提到的全部常规分析，但这种简化中几乎未能带来任何更多的解释。最后，值得注意的是，阿隆索（1976）在追求运动的一般理论时，提出了一个交互模型，这个模型有一个潜在的对称基线，但是他假设诸如人口规模项，或者起点和终点项，或者其他一些区位变量等吸引点指标可以用幂函数来表达。他的模型可以被写作方程2.56，

$$T_{ij} \propto P_i P_j d_{ij}^{-2},\qquad (1.1)$$

其中A_i^{φ}和B_j^{ζ}结合起来，吸引点也可以包含常量，以确保满足各种约束，并且参数φ和ζ弹性地反映了隐含在空间交互的推拉效应中的集聚或规模经济。交互效应t_{ij}也可能是个障碍。如果它是一个对称的距离，那么对称的基线可以被纳入该模型结构。从这一模型基础上产生了更多的拓展模型（Hua，2002;de Vries、Nijkamp and Rietveld，2000），但都侧重于对提出不同的模型吸引点进行解释说明，而不是不对称本身。

2.3.3 流的势能

在前一节中，我们用交互风形式验证了势能，在考虑起点和终点的系统中生成了代表平均流向的加权向量。当起点和终点有很大差别，以上班通勤流为例，主要流向反映了这种差异，在像伦敦这样有单一强核心的城市，流明显地从就业起点中心到居住终点中心移动，具体如图2.3。如果我们假定起点和终点相同，并且流量矩阵是对称的，那么这应该会形成起点和终点矢量流的同一模型。我们所期待的线性图（图2.1）对其做了假定，就如同方程2.46和2.47中托布勒的对称基线重力模型一样。为了论证这一基于对称性的一般模式，我们建构了对称的平均流量矩阵方程2.57，并且在方程2.6中转换这个平均值为加权的概率性的流量矩阵，如方程2.58所示。

$$\hat{T}_{ij} = \hat{T}_{ji} = [T_{ij} + T_{ji}]/2 \qquad (2.57)$$

$$\hat{p}_{ij} = \frac{\hat{T}_{ij}}{\sum_i \sum_j \hat{T}_{ij}},\ \sum_i \sum_j \hat{p}_{ij} = 1。\qquad (2.58)$$

i、x_i、y_i和j、x_j、y_j的坐标区域对应了对称的流的方向，通过利用和方程2.7一样的位移方式而产生。我们在此重复一下，关于起点可写作方程2.59，终点为2.60。

$$\Delta\hat{x}_i = \sum_j \hat{p}_{ij}(x_j - x_i) \text{ 和 } \Delta\hat{y}_i = \sum_j \hat{p}_{ij}(y_j - y_i), \tag{2.59}$$

$$\Delta\hat{x}_j = \sum_i \hat{p}_{ij}(x_i - x_j) \text{ 和 } \Delta\hat{y}_j = \sum_i \hat{p}_{ij}(y_i - y_j)。 \tag{2.60}$$

根据方程2.57和2.58，我们可以清楚地看到基于这些位移的起点和终点的向量是同一的，即方程2.61，

$$[(x_i, y_i), (x_i + \Delta\hat{x}_i, y_i + \Delta\hat{y}_i)] = [(x_j, y_j), (x_j + \Delta\hat{x}_j, y_j + \Delta\hat{y}_j)], \tag{2.61}$$

图2.9a反映了根据这些方程所计算的大伦敦地区的地图。我们需要注意，具有显著对称性的流的方向，很可能是由居住地而非工作地所决定的，反映出伦敦的主要流方向是从郊区到中心。

我们简要地介绍一下托布勒的第二个模型，它采用了相反的方法，用于构建非对称的流矩阵，如方程2.62：

$$\tilde{T}_{ij} = -\tilde{T}_{ji} = T_{ij} - T_{ji}, \sum_i \sum_j T_{ij} = 0。 \tag{2.62}$$

由于不对称性可正亦可负，将$\tilde{T}_{ij}$常量化更加困难，虽然这种差异更应被视为方向差异，而不是绝对差异。因此我们可以常量化方程2.62，形成权重而不是概率，得到方程2.63：

$$w_{ij} = \frac{\tilde{T}_{ij}}{\sum_i \sum_j |\tilde{T}_{ij}|}, \sum_i \sum_j w_{ij} = 0。 \tag{2.63}$$

现在起点地区和终点地区坐标不同，由与方程2.7相同形式的位移生成，我们可将其写作方程2.64：

$$\Delta\tilde{x}_i = \sum_j w_{ij}(x_j - x_i) \text{ 且 } \Delta\tilde{y}_i = \sum_j w_{ij}(y_j - y_i), \tag{2.64}$$

对于终点地区可写作方程2.65：

$$\Delta\tilde{x}_j = \sum_i w_{ij}(x_i - x_j) \text{ 且 } \Delta\tilde{y}_j = \sum_i w_{ij}(y_i - y_j)。 \tag{2.65}$$

在大伦敦地区流量矩阵中我们计算了起点和终点的向量的不对称性，这些分别呈现在图2.9b和2.9c中。起点的梯度是背向中心的，然而终点的却是指向中心的，正如我们对此类单中心城市系统的预期。

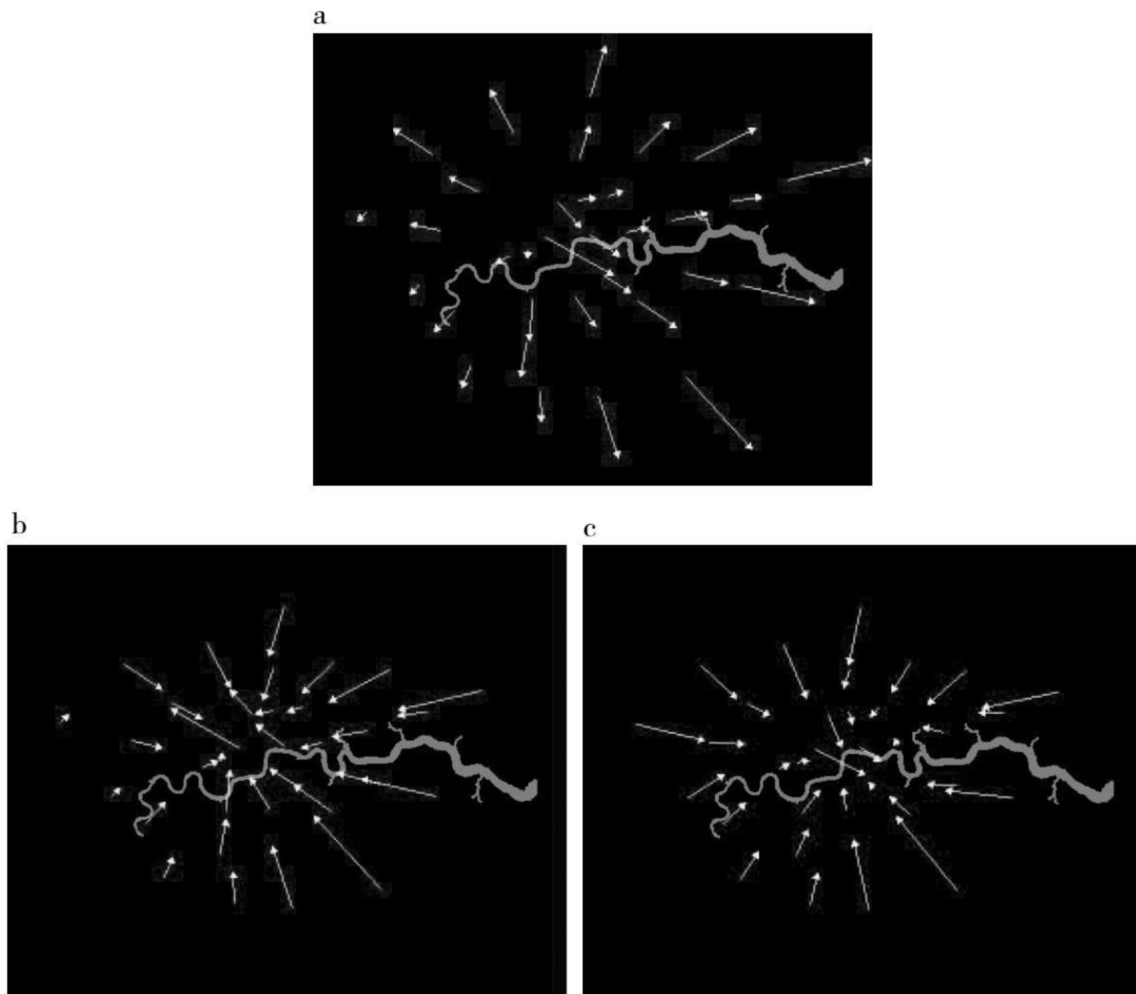


图2.9 （a）定向的对称流（b）从起点处不对称的流（c）从终点处不对称的流

值得注意的是托布勒（1981）的非对称流动的具体模型，他认为应该用传统的对称的重力模型方程2.13进行建模。将流T_{ij}模拟为：

$$\tilde{T}_{ij} = T_{ij} - T_{ji} = K P_i P_j d_{ij}^{-\varphi} - K P_j P_i d_{ji}^{-\phi}。 \quad (2.66)$$

如果模型是准确的，那么就没有不对称，那么$\tilde{T}_{ij}$=0。如果我们对j区的方程2.66求和，那么我们得到方程2.67：

$$\Delta_i = \sum_j \tilde{T}_{ij} = \sum_j T_{ij} - \sum_i T_{ji} = K(P_i V_j - P_j V_i) \quad (2.67)$$

现在，正如我们所预料的那样，这种势能可能不等于另一个其他的考虑到起点和终点或者在起点和终点的净差额，Δ_i不等于零。将起

点和终点的对称吸引点记为A_i和A_j，托布勒认为可以将方程2.66近似为一个新的方程：

$$\tilde{T}_{ij} = G(A_i d_{ij}^{-\varphi} - A_j d_{ji}^{-\varphi})。 \quad (2.68)$$

如果我们对方程2.68求和，代入j或i，我们可以写出净差额的方程2.69。

$$\Delta \tilde{x}_i = \sum_j w_{ij}(x_j - x_i) \text{ 且 } \Delta \tilde{y}_i = \sum_j w_{ij}(y_j - y_i), \quad (2.64)$$

也有可能从净差来求解吸引点A_i然后去划分这些吸引点并且去检查它们的梯度。这是一个比我们这里的解释说明更为正式的互动风的概念扩展。但是总的来说，这可能更近似一种方向向量，我们可以通过使用方程2.69的答案计算出图2.3和2.9中的数据。虽然在这一章我们没有校准我们的数据模型，如果进行校准的话（详见第9章），我们将能够基于本章展示的大量模型变量对流进行预测并生成方向向量。

2.3.4 从流到网络

流是区位之上活动所依存的原材料，基于这一理解，在城市中，流反映了能量和信息如何被分配以维持城市肌理的运作。我们在本章已经阐述了空间互动理论，这也是最完善的如何将流应用于城市的理论。这一理论探讨的是流如何跨越空间，以及如何跨越时间以形成。由于流的形成需要时间，流经常被用来体现变化的动态。但是我们这里的关注点主要在空间，到目前为止，对于诸如贸易和迁徙模型等可能涉及时间的流，我们对动态的关注都是间接的而不是直接的。

我们的研究一直需要正视一个现实，很难用清晰明了的方式来描绘流和网络。绘制流和网络经常会陷入杂乱。最糟糕的情况是直接掩盖了有意义的模式，而最好的情况就是保持含糊不清，即使对于最具创新力的视觉呈现方式来说也是这样。事实上，比较受青睐的做法是把流表现为某种平均，或是通过对互动聚集赋予恰当权重计算出的区位属性。还有很多其他方法也正在被探索。例如，伍德、戴克斯和斯

林斯比（Wood、Dykes and Slingsby，2010）喜爱树图，将众多互动压缩为能够嵌套在原始地图上的乘数，而蕾伊（Rae，2009）偏爱用流的聚合来得出地点间的差异，让用户从这些数据集合中插入有意义的信息。网络理论研究领域提出了一些用以描绘流和网络的独特图解方法，我们将在下一章节介绍其中一部分。然而除此之外，进展非常缓慢。当流被加入网络中，描述方法通常都十分笨拙了。当然，我们也看到可视化领域正在不断进步。在接下来的章节中，我们会使用这些方法。

在下一章，我们将稍稍改变我们的视角，暂且忘记流，转而考察流始终占据的网络。在某种意义上，这种分离是科学发展的必然要求。迄今为止，流和网络理论的任何融合都是通过将流表达为图纸上曲线的重量来实现的。实际上，我们对如何将网络嵌入空间交互流理论的关注有着明显的不足，这在很大程度上是因为对流的表述与对网络的表述相比有点过于抽象。例如，尽管需求线能够被嵌入欧几里得空间，但在绘制、生成或建模时都无法体现，只有诸如交通规划进行网络分配和模拟等过程中才具有物质表现形式。

接着，我们将网络放在一边，首先去验证关于连接和关系的更具一般性的问题，这定义了城市中的不同元素如何相互关联。实际上，这方面的探究十分稀少，作为关系分析的具体案例，我们将陈述更多的多变量和格局分析，将问题聚焦在如何定义这些关系以说明构成城市的各种元素如何彼此关联。这也许明确地表现了流和网络的特征，也许没有，但通过这种发展科学的方法，我们将更多关注到连接和相关关系、通信和协调的概念，而不仅局限于网络本身，在发展了这种方法之后，我们才去介绍网络。在这一目标实现之后，我们才能够说如何用这些基本工具和方法来拆解城市功能，并对其结构和动态产生更加深刻的理解。

---

1. 入度（in-degree）和出度（out-degree）是图论中的术语，一个顶点的入度是指与其关联的各边之中，以其为终点的边数；出度则是相对的概念，指以该顶点为起点的边数。——译者注

第3章

连接和相关：网络科学

我们现在所处的时代，是一个连接的时代，如果想要理解它，我们必须首先理解怎样科学地描述它，也就是说，我们需要关于网络的科学。

——邓肯·瓦茨（Duncan Watts），《六度：连接时代的科学》（2002，第14页）

流和网络是一枚硬币的两个面，离开一方，另一方也不可能存在。我们需要谨慎地理解这一说法的含义，就如何表现和模拟城市中的连接和互动而言，这两者代表了完全不同的观点。简而言之，流和网络都有各自独特的结构。在上一章中，我们假设流可以在任意两个位置之间存在，然而对于网络来说，这种情况很少见，很大程度上是因为它们在城市中的空间模式，意味着某种在物理空间上的嵌入。流的结构很大程度上取决于它们在空间位置上怎样构成活动，而网络结构则更多取决于空间位置之间如何连接（或没有连接），而不是取决于构成起点和终点的节点的大小。我们将从上一章停止的点开始，首先阐明流可以怎样通过网络来巩固，接着我们将改变描述方式，并介绍不同的结构测度方法。这将展示一系列方法，用于表现组成城市的基础对象之间的关系。这里，我们会尝试建立关于关系和连接的一个通用方法，这些关系和连接让我们可以在城市对象或组成部分之间建立不同的网络，同时，我们也会定义这些方法的不同类型。

本书中，我们将城市定义为元素或成分，我们认为这些元素或成分是不可再分对象，用于组成城市结构，并且具有构成城市功能的一

些行为特征。这些对象有些时候指的是一些“代理人”，大多数情况下，我们会把这些对象看作位置、活动类型、个体或一定数量的人群，所有这些对象都具有一定的意义。这些对象会有一些与其他对象互相区分的属性，同时有联系或连接存在于对象之间形成流或网络，这些流或网络往往与这些对象的多个属性相关。流和网络可以植根于物理空间，作为位置之间的相互作用或交易的集合，或者作为不同节点之间的联系，通过二维图往往可以画出它们的关联网络。或者它们还可以更抽象，直接基于社会空间而不是欧几里得空间，通过它们之间的拓扑学关系来表现。关系可以存在于单组对象之中，如简单图示，或存在于两组不同的对象之间，如二部图，存在于三组或以上对象之间的、更高级别的关系往往被归纳为按顺序方式连接的两组不同对象之间的网络。所有这些概念都将在本章中得到阐述。此外，我们将关系或连接作为理解城市的一个重要的基本原则，本章集中讨论的网络正是基于这一前提。

我们将从类似上一章中描述过的流系统开始，介绍这些流系统如何天然具有网络性（Lambiotte et al.，2011）。然后我们将论证这类流系统可以通过关系和关联方面的概念来更好地理解，同时，这也可以为我们提供一个构建网络的思维方法，而不是简单地把这些流系统作为独立存在的个体。当然，它们确实是独立存在的个体，我们也有很多案例是从这个假设出发的，但我们将从一些关系的集合中构建并推导出网络，这一理念将会为我们研究城市提供一个有力的思考方法。通过引入二部图这一关键概念，我们将根据它们的类型和连通性，来检验这类图表的简单统计数据。这样，我们就可以决定图的进程，尤其是枢纽和节点的确定方法，或者是图（以及流系统）的始点或终点，决定系统要素间连接的流或行动的功能等状态变化的过程。而后，我们将介绍如何用二维图来表达城市结构，并从中归纳出拓扑图。这绝不是想要构建关于网络的详尽论述，因为我们将会挑选出我们需要的部分，用于推导出我们的论点。我们鼓励读者更广泛地了解

网络科学这一领域，这是此处所提出的观点的基本背景（Newman，2010），但我们并不会过多涉及这一领域。

3.1 从流到网络

我们从起点i和终点j之间的流矩阵T_{ij}开始，这一矩阵记录了两点之间的移动，如果用二维图[注]来记录的话，这一矩阵可能被嵌入二维欧几里得空间中。让我们暂时不考虑空间，把这些起点和终点当成我们感兴趣的对象，比如个体、群体或者活动，这些对象可能是基于空间的，但很多时候并不是这样。正如我们在图2.1中把这些移动作为期望线画出来，我们在这里也用同样的方式将它们表示出来，但不标示它们在空间中的位置。我们将按照通常的表达方式，用特定的圆形网状图来表达流和网络连接，用圆上的点来表示枢纽或节点——起点和终点。然而，这种表达方式只有在起点和终点同属一类对象时才能采用，当它们不属于同类对象时，我们需要用二部图来表达。这一点我们将会在稍后进行讨论，现在我们讨论图3.1，基于图2.1中不同阈值的上班行程数据，我们画出了伦敦33个行政区之间的流。

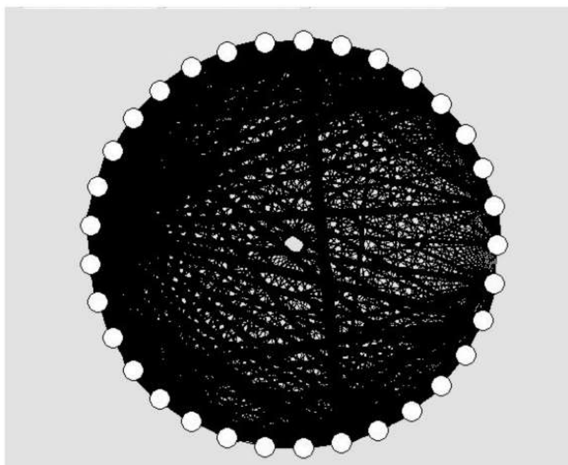
实际上，我们画出了对称流，因为当节点超过10个的时候，很难用图形方法来表达网络中T_{ij}和T_{ji}之间的直接流。坦率地说，大多数网络，无论规模多大，在可能的情况下，都很难被梳理成看起来符合实际的关系图，因此，尽管我们以圆的形式来构建流图在某种程度上有点武断，但在缺乏非常明确的分级或聚类的情况下，我们仍然将以这种方式来表达流。因而图3.1是基于对称流S_{ij}

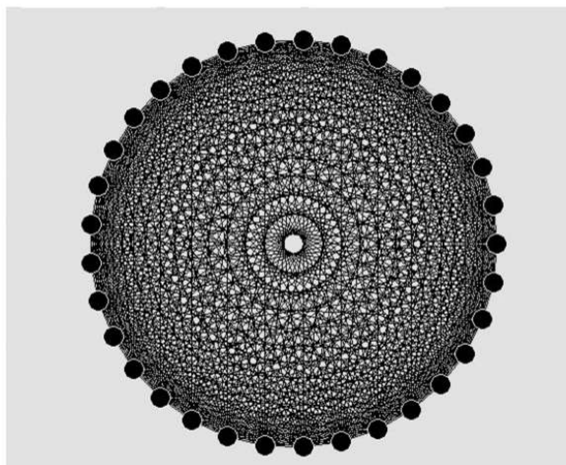
$$S_{ij} = T_{ij} + T_{ji}, \tag{3. 1}$$

这组图显示，当我们选择不同的阈值，流图发生很大变化。图3.1a表达的是完整的流矩阵；在图3.1b中我们仅画出连通性超过11 000的流，以表达所谓的强连接矩阵；而在图3.1c中表示的无连接矩阵

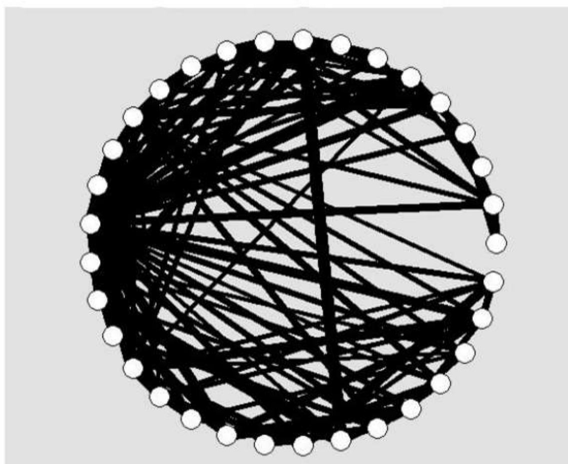
中，在选择阈值时我们让节点之间完全断开，以形成两个或两个以上的独立系统。我们仍然是在分析流系统，但构成这些流的二元图（binary graphs）仅仅是节点之间连接的布局，我们在图3.1中的每种流图形的右边将这些二元图展示出来。因为这个矩阵是对称的，这些图不具有方向性。如果我们画出每一条单独的流，那么形成的图就具有方向性，我们将之称为有向图（digraph）。在本书的后续部分中我们将会用到这种图。

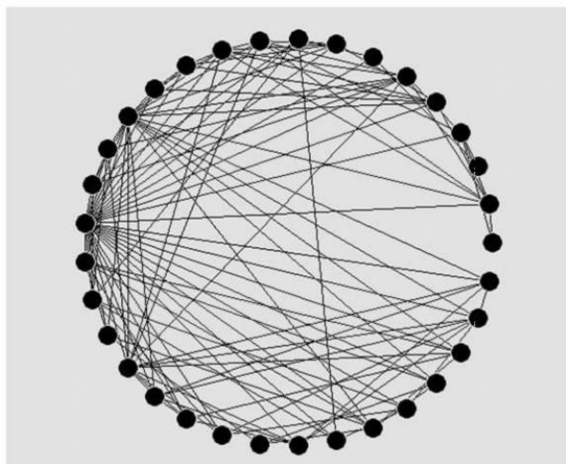
流图　　　　对应的二元连接



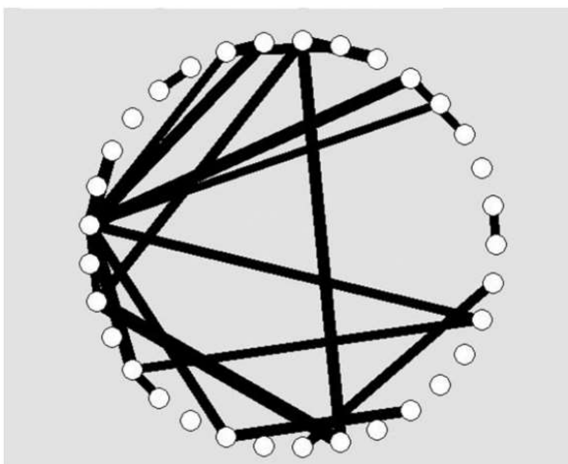


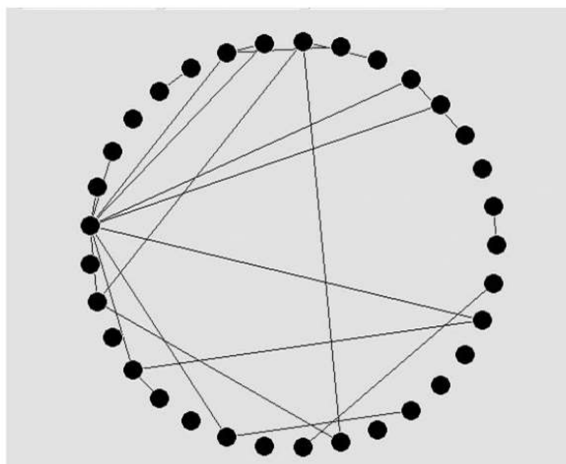
a.完全连接 Ψ = 0





b.强连接 Ψ = 11 000





c.无连接 Ψ = 22 000

图3.1 不同流阈的流、连接和网络

图3.1中的三组图分别展示了完全连接、强连接和无连接情况（Harary、Norman and Cartwright，1965）。在完全连接图中，从一个起点或终点发出的每个流都会直接到达其他每一个节点。在强连接图中，这样的流直接或间接地到达每个起点或终点，间接到达即通过中间节点到达。而在无连接图中，至少有一个从某个节点发出的流没有到达另一个节点，实际上将该图分为两个或更多的子图。这里有另外一种类型我们需要注意，称为弱连接图。这种类型的图中，每个节点都和其他节点相连，但任意两个节点之间都不可能找到直接路径。因此，弱连接图相比强连接来说连接要弱，但在我们引入的大多数模型中，我们的关注点会在对称和强连接的系统上，主要是因为这类科学处在初级阶段，并且在节点之间的连接方向上很难做到精确。

从我们的例子中，我们可以通过设定流的阈值来展示一个弱连接的系统。这是基于试错法，图3.2就是一个例子。该图十分稀疏，图中的箭头表示方向。我们把阈值设定在最大直接流的38%左右，此时所有节点仍然是系统的组成部分，但穿过整个图的路径数量很少。实际上，这是这个流系统高度不对称的间接证据。正如我们将看到的，这类流系统很少被作为图检验，因此对应了流和网络之间的分离，这一点我们会在继续阐释这一科学的过程中尝试解决。

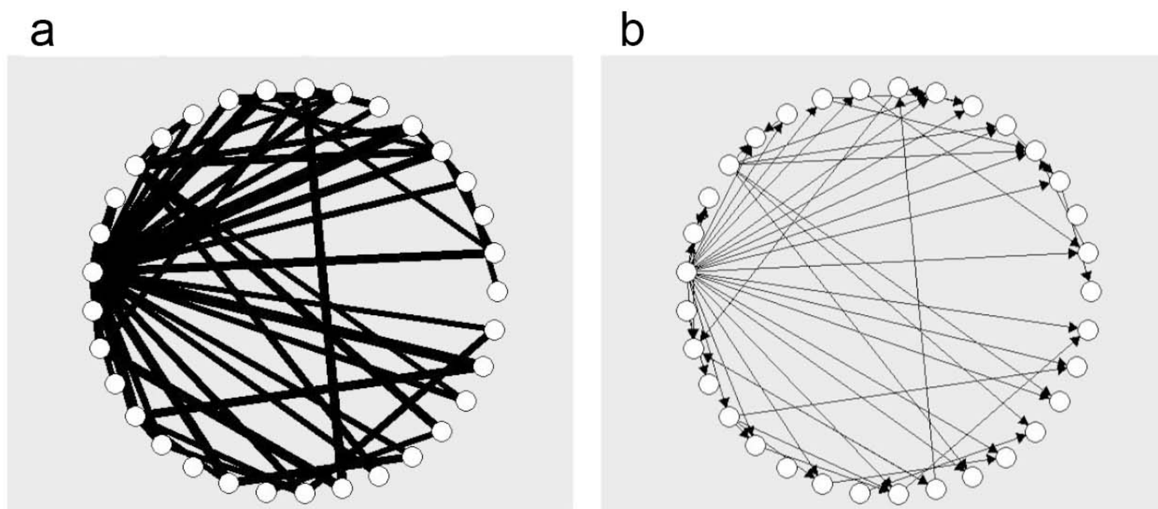


图3.2 直接流和表示弱连接系统的图

我们关注的是把连接作为一种看待移动和互动的通用方法，这一关注点会直接引出一个问题：我们所检验的各类结构是怎样连接的。正如我们将会看到的，这类方法有很多，但我们值得通过一个集聚指标来考察，在密度降低时流系统及其图形会如何变化。最简单的方法就是计算图中存在的连接数量，并计算该数值与所有可能连接的比例。让我们定义一个一般图形G（N，g），其中节点为N，连接数为g。这与它相关的流系统T是相反的，流系统T中当节点（或起点）i到节点（或终点）j之间有流T_{ij}时，g_{ij}才存在。如果我们将流阈值设定为Ψ，那么我们可以将图形中的二元关系定义为

$$g_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当 } T_{ij} \geqslant \Psi, \quad i \neq j \text{ 时} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad \circ \tag{3.2}$$

连通性 $C(\Psi)$ 为

$$C(\Psi) = \frac{\sum_i \sum_j g_{ij}}{N(N-1)}, \tag{3.3}$$

在这种特定的方法中，我们不把自流T_{ii}考虑在内；因此$g_{ii}=0$，$\forall i$。连接的最大总数是所有节点之间其他可能的连接数，这取决于节点数量N。这种方法中的C（Ψ）的取值为0到1之间，当所有节点之间都存在连接时，C（Ψ）=1，这种情况如图3.1a所示的流矩阵，当系统中不存在流或整个系统完全无连接时，C（Ψ）=0，也就是说没有一个节点与其他任意一个节点有联系的简单情形。

这是非常简单的，但它提供了与网络进化相关的直接结构性结果，而且实际上它也与网络动力学相关（Watts，2002）。如果我们逐渐加大流的阈值Ψ，连通性会逐渐减少，由于底图组成系统的连接越来越少。我们可以识别出来系统从强变弱直到变成无连接的模式的那个临界点，这种情况下流的路径可能会有点出人意料。我们将用两种方法来分析伦敦数据，首先从完全连接图的所有连接都是正数时开始

——即C（Ψ）=1时——然后按照从流量最小且只存在一条流的情况开始到流量最大的顺序，一条一条地减少流。我们在图3.1中的对称流矩阵中做了这样的处理，在图3.3中我们展示了这些方法中的两种。首先，我们简单地记录作为相连结构的一部分的剩余节点数n（Ψ）≤N，即强连接或弱连接的情况，然后我们会马上看到，当连接逐渐被去掉的很长一段时间里，系统仍然保持强连接，而后突然变成无连接。这里我们不用这种方法，但是当我们追踪成果图中的最短路径时，这些路径在无连接结构中的距离是无穷大，但会突然变为有限距离，然后迅速汇集到一个相对稳定的值。一旦超过这个阈值，简单地增加更多的连接并不会显著减少这些路径的长度。这是一个阶段转变的例子，在这一过程中系统迅速从无连接转变为有连接。我们在其他情况下检验了这个问题，但这种情况主要取决于网络的结构（Batty，2005）。更通常的情况下，不是用减少连接的方式来证明，而是逐渐在一个系统中增加连接，逐步增加到那个让系统突然变为连接系统的那个点，这个点是一个关键阈值，许多在无连接系统中不可能的活动和移动在这里成为可能。在某种意义上，这种类型的转变是一个简单的模型，模拟了城市如何从突然认识到规模经济效应的不连接组团开始发展的过程。图3.3实际上展示了伦敦案例的这一转变，尽管这一模型并不反映大城市地区的流系统实际发展。

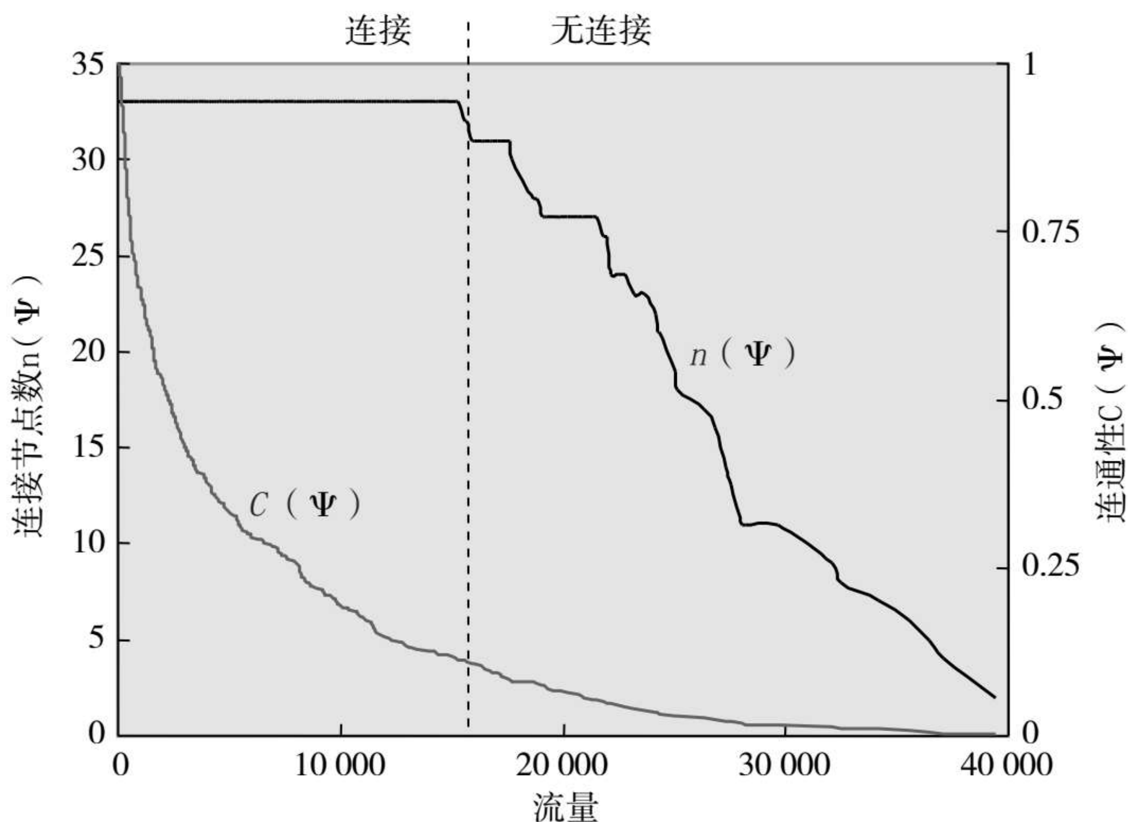


图3.3 从完全连接到无连接的转变

3.2 观察和预测网络结构

到目前为止我们对流的分析很大程度上是从测量和观察活动的角度来进行的，如出行、移民、信息流等。例如伦敦上班行程矩阵，是从全面人口普查记录中观察到的流中提取出来的，尽管我们用上一章中的引力模型可能预测到这种流模式，但要假设其中所包含的网络不存在。然而，从更一般的意义上来说，当我们检验感兴趣对象之间的连接时，我们也关注基于其他对象或它们的属性会如何解释这种连接。如何提取连接及其模式构成了多变量分析的核心，而且有可能从网络结构方面了解对象之间的关联。我们将在此处探讨这一观点，因为它代表了一种观察网络的间接有力的方法，让我们可以通过改变解释对象间连接如何建立的已有观点，来对网络进行分类。

我们将从定义一个对象或元素集$\{y_i, i=1, 2, \ldots, N\}$开始，以及一个属性集$\{X_k, k=1, 2, \ldots, M\}$，从中我们注意到每个对象$i$都与一个属性$k$通过一系列的连接或联系相关联，可以定义为$NxM$矩阵$\{A_{ik}\}$。我们可以在对象和它们的属性之间生成不同的比较，可以在比较对象的过程中通过比较属性中的共同元素或对共同元素进行计数，或者在比较属性的过程中比较对象。对象可以是位置，那么位置之间的共同元素可以看作流。就位置的属性而言，那些可能是位置特性的属性，共性更可能是这些特性在不同位置之间的比较。让我们假设，不对共同元素进行计数，而是对它们的分布进行比较。我们通过把元素相乘来实现这一比较。首先，我们可以建立矩阵F_{ij}用于对象之间的比较

$$F_{ij} = \sum_k A_{ik} A_{jk}, \tag{3.4}$$

每个元素F_{ij}是具有属性k的对象i和对象j的分布的被乘数。从方程3.4中我们可以看出该矩阵是对称的；即$F_{ij}=F_{ji}$；这意味着边缘、行和列的总和相等：

$$\sum_j F_{ij} = \sum_i F_{ij} = \sum_i A_{ik} \sum_k A_{jk} = \sum_k A_{ik} \sum_j A_{jk}。 \tag{3.5}$$

对于相同位置的属性可以进行一个相似但相反的比较，通过建立属性比较矩阵$H_{k\ell}$

$$F_{ij} = \sum_k A_{ik} A_{jk}, \tag{3.4}$$

同样是对称的，且行与列的总和相等。总体理念是在这些连接、网络中进行上述可以提取或生成的比较，我们会在后续章节中广泛地用到这些概念。这里我们不对矩阵符号进行介绍，但稍后我们会在更详细介绍这些概念的时候提到。

这种类型的比较有两种变体。一是考虑到数值大小，乘法比较可能需要通过某种方式标准化，我们马上会讲到这点。但对于关系矩阵$\{A_{ik}\}$来说，我们有可能将其分割成整数或二进制形式再进行比较，这

也可以看作标准化的一种形式。一旦成功，我们也可以用同样的方式对矩阵$\{F_{ij}\}$分割，然后就可以通过不同的图形分析来寻找与这类连接相关的模式和步骤。替换矩阵$\{H_{k\ell}\}$也可以同样处理，这样我们就可以得到大量可用于流和网络分析的可能结构。

基于这种方法，最粗浅的比较是计算对象和它们的属性之间的不同相互关系。为了描绘任意两个对象i和j的属性分布的关系ρ_{ij}，也称为皮尔森积差相关（Pearson product-moment correlation），我们从相应观察中减去平均值$\bar{A}_i$和$\bar{A}_j$，建立每个对象的协方差，然后除以各自标准差。其形式为

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_k (A_{ik} - \bar{A}_i)(A_{jk} - \bar{A}_j)}{\sqrt{\sum_k (A_{ik} - \bar{A}_i)^2 \sum_k (A_{jk} - \bar{A}_j)^2}} \quad (3.7)$$

这比方程3.4中的通用形式更好，可以被分割并形成多种多样不同的流系统或网络。当然，相关系数在-1到+1之间，而且如果除了强度以外不需要其他关联标志，那么系数可以取平方值ρ_{ij}^2（尽管这会造成变化幅度方面的不同解释）。也存在其他形式的相关关系，但我们在这里只强调，很多从数据提取模式和结构的多变量分析往往可以用网络来解释。在这些情况下，我们的方法简单而有效。下面我们将要开始探索二部图，其中基础的对象起点属性矩阵实际上是与这一图形相关的流矩阵，从而向这些关系赋予实质性内容。

3.3 二部图：生成流图和它们的对偶图

二部图基于任意两个对象集之间的联系，或是对象与其他对象区分开来的本质属性。有时，在二部图的双模系统中，对象和属性指的是“模式”（Borgatti and Everett，1977）。在不加权的情况下，它们是从流矩阵中提取出来的，一般是具有NxM形式的关系矩阵$\{A_{ik}\}$。严格

来说，这类关系不是空间互动模式中的移动所构成的那种流，但可以方便地把它们当作存在于等价图形中，我们称之为Γ_{ik}。我们可以在不失去二元图的普遍性的情况下，用数值Ψ阈值化矩阵$\{\Gamma_{ik}\}$，类似我们对流矩阵$\{T_{ij}\}$在方程3.2中所用的方法。那么

$$\Gamma_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{当 } A_{ik} \geqslant \Psi \text{ 时} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} 。 \tag{3.8}$$

正如我们通过区分对象i或属性k的联系或不同来建立流矩阵一样，我们可以在这些数集之间建立高层级的流矩阵（从双模式减到单模式）。在对象的属性之间做比较的话，加权图Θ_{ij}为

$$\Theta_{ij} = \sum_k \Gamma_{ik} \Gamma_{jk}, \tag{3.9}$$

那么其对偶为

$$\Phi_{k\ell} = \sum_i \Gamma_{ik} \Gamma_{i\ell} 。 \tag{3.10}$$

实际上，虽然Θ_{ij}和$\Phi_{k\ell}$是从二元二部图中建立起来的，但它们并不是二部图，如果再一次将它们阈值化，可以简化为以下形式：

$$\bar{\Theta}_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当 } \Theta_{ij} > 0 \text{ 时} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \text{ 和 } \bar{\Phi}_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当 } \Phi_{ij} > 0 \text{ 时} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}, \tag{3.11}$$

其中合适的分割值为大于零的集。

这些流和二元二部系统在很多类的问题中出现，最早的应用可以追溯到70年前（Davis、Gardner and Gardner，1941）。在后续的章节中，我们将广泛地将它们用于对街道系统中的片段和交叉点进行表现和模型化，从而与空间句法联系起来（Hillier and Hanson，1984）。我们同样会把它们用于表达行动者之间的社会网络，这些行动者参与城市设计中有关冲突解决的问题，我们将在本书的第三篇着重介绍。它们用于在“Q分析法”（Atkin，1974）中表达和分析社会关系，也用在科尔曼（1973）的社会交换理论中。在网络科学里，瓦特（Watts，2002）把这种二部表达称为从属网络。然而，在这里说明它们的用

途，我们要考虑基于空间互动流系统的网络，基于空间互动的流系统是我们上一章的重点，构成我们前面的案例。这类在起点和终点之间的互动矩阵可以看作单部图，但严格来说，它们是二部的，因为起点和终点是不同的对象集。

为了展示它们的用途，我们从大伦敦流数据集中选择了五个就业区作为起点，七个居住区作为终点。起点是大型内城就业区，终点的居住区也是另外两个内城区域。它们的具体位置在哪对于我们的观点无足轻重，但流矩阵$\{A_{ik}\}$是由$\{T_{ij}\}$的子集组成的到底意味着什么对于我们是有价值的。这个矩阵中的行是由流形成的，此处的流指的是从就业区到居住区的出行，接下来如果我们从通过终点的分布情况来建立每对起始点的关联或联系，那么方程3.4中的矩阵$\{F_{ij}\}$就是衡量任意两个就业起点区在生成前往居住区的行程方面的相似程度的方法。正如方程3.8，把这个流矩阵的二部形式通过它的等价阈值转换为二元形式是很有用的。我们将其展示在图3.4中；我们没有在图中画出任何连接的箭头，但很明显的是，其隐含的二部图是有向的。如果这个矩阵中的两行是一样的，那么会出现相关系数等于1的情况。同样，如果我们比较任意两个终点的出行是怎样流向它们起点的，那么方程3.6中的对偶矩阵$\{H_{k\ell}\}$则是比较任意两个终点流向不同就业区的行程的相似度。这样，第一个矩阵衡量了就业区的相互关联程度，第二个则衡量了居住区的关联程度，但两者都是通过与对方的关系来衡量。如果每一个始点到它的终点的行程的分布形式都一样，那么这两个矩阵都会呈现相关系数等于1的情况。

现在我们可以方便地展示如何建立流矩阵和它的对偶矩阵。我们用了方程3.4和3.6来计算，而不是用已经分割过的方程3.9和3.10。我们在图3.5a和3.5b（二部图中将流简化为线条表达）中展示了这两个矩阵。结果表明，如果我们对图3.5a中从起点到终点而后回到起点的流进行计数或者比较，对图3.5b反过来进行同样的操作，那么这些关系是对称的。实际上，当我们通过方程3.7计算关系矩阵，求得$\{\rho^2{}_{ij}\}$及

其对偶等价值$\{\rho^2{}_{k\ell}\}$，这些都为这一对称性提供了显而易见的案例，见图3.6a和3.6b。它们提供了对这种模式进行分析和后续解释的基准，但需要注意的是它们关注的是互动模式，而不是简单的区位模式。

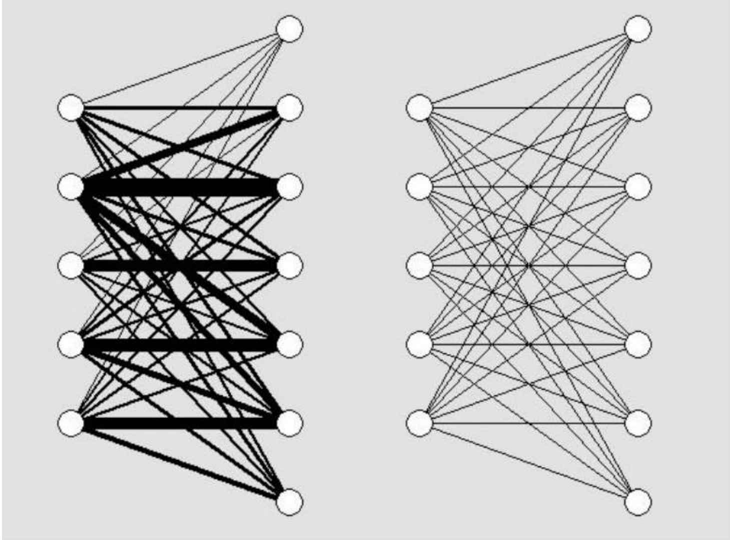


图3.4 二部流图及其等价二元图

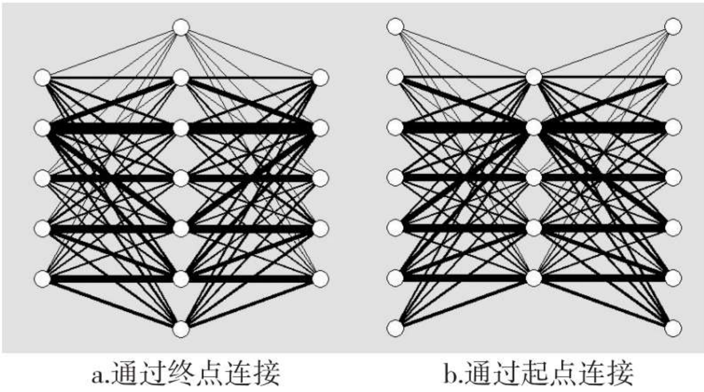


图3.5 连接二部图

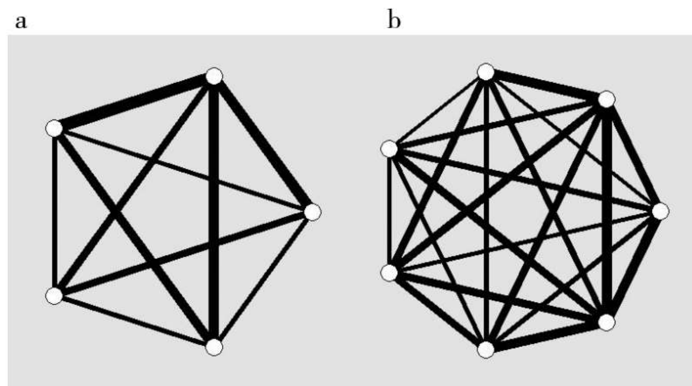


图3.6 基于起点的关系流图（a）及其基于终点的对偶图（b）

实际上，很少有从这些方面来对城市互动进行的分析，为了展现我们的分析方法，现在我们将用伦敦的全部33个行政区（自治市）来检验整个行程矩阵$\{T_{ij}\}$。为了进行这些比较，我们将计算基本二部流矩阵$\{A_{ik}\}$内的元素之间的相对平方差，流矩阵$\{A_{ik}\}$实际上是原始的行程矩阵，现在关注的是那些对象类型与终点十分不同的起点。考虑到两个从不同的起点（或终点）开始的大值之间的对比会比大值与小值之间的对比更加相似，我们并没有对这些平方差进行标准化。当然，其分布同样用这些平方差来解释，我们可以为起点和终点把平方差定义为

$$\varphi_{ij} = \sqrt{\sum_k (A_{ik} - A_{jk})^2} \text{ 和 } \xi_{k\ell} = \sqrt{\sum_i (A_{ik} - A_{i\ell})^2}。 \quad (3.12)$$

这些关系量度本质上是一个对象与另一个对象的不同程度的相异指数。它们太凌乱而不能像流图一样图形化表达，但我们可以把对象聚集起来，逐渐放松相似度，并在分类中增加更多的对象。图3.7a中的树图或系统树图用于展示不同的起点与其他起点之间的接近程度，图3.7b则展示了终点的接近程度。实际上，构成每个系统定义的聚类，它们的起点和终点都十分相似，这表明区位是一个重要的结构特征，决定了人们如何去工作以及如何从工作地点离开。虽然地理邻近的地区看起来集聚，但从因果分析角度来说，有相似的人口统计学特征的地区之间更接近。其实，这些组合方式显示的是，如果你在一个

与其他地方相似的地方工作，那么这些地方与你居住的地方也会是相似的。这是一个复杂的问题，我们需要对空间互动系统是如何组织的，以及可能产生什么样的影响进行大量的思考。

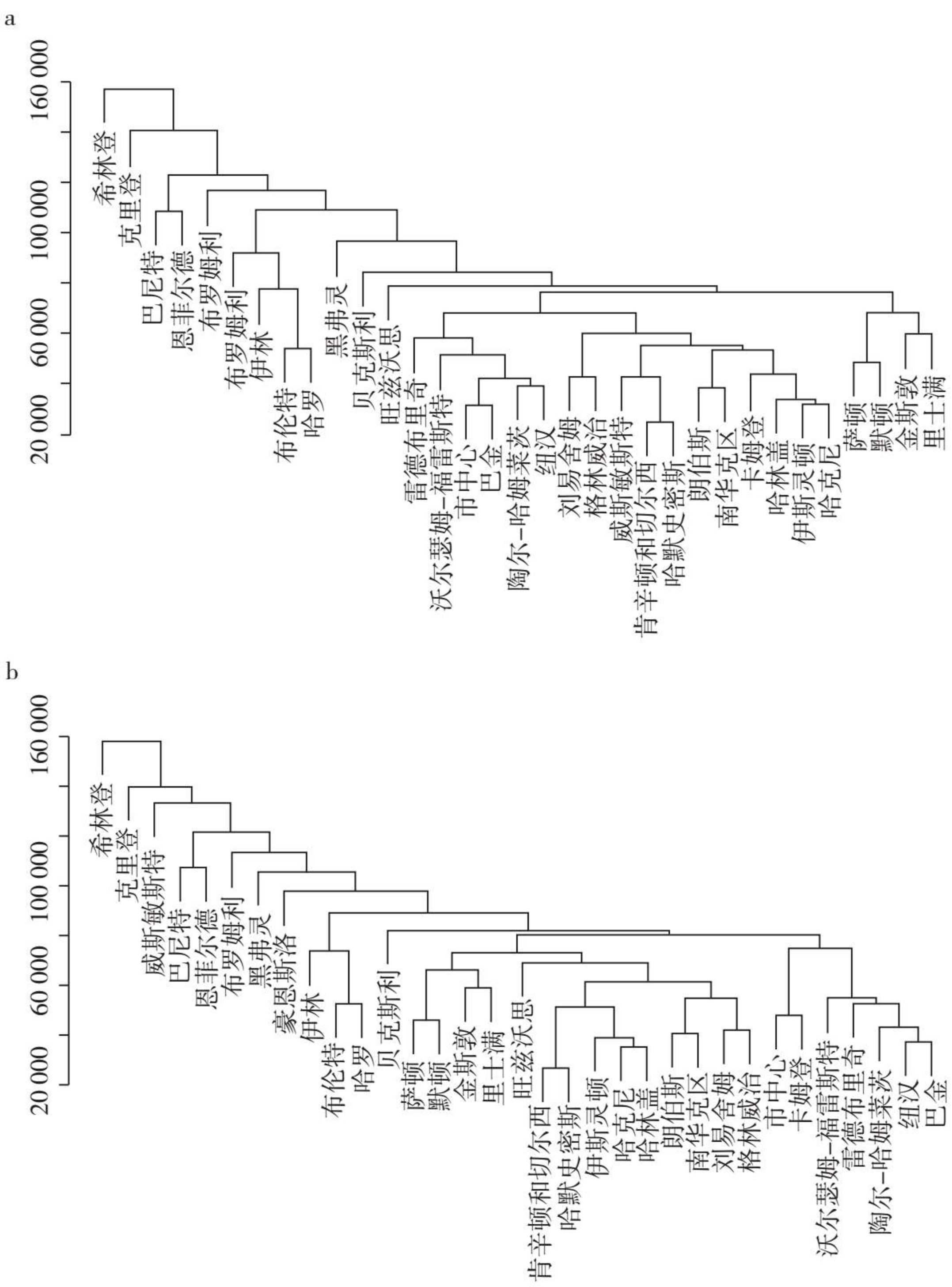


图3.7 （a）起点基于终点流和（b）终点基于起点流之间的层级集聚差异

3.4 连通性、聚类和小世界

我们用于描述流和网络的许多工具和模型对于两种系统都适用，但流系统常常在结构上比网络更加同质化，因此我们在这部分介绍的大多数结构测度方法都是基于图形。简而言之，图形结构与连接的存在与否相关，尽管在很多流系统中，每一个连接都伴随着很多流，就像我们在上述例子中展示的那样。在某种程度上这也是一个比例问题，但我们将使用的方法关注的是连通性和聚类，只有当节点之间的可能连接的某个子集存在的时候这个方法才有意义。除了结构方法以外，网络科学最近的发展产生了很多关于节点和连接密度的统计学模型，我们将通过一些分析和统计分布，来完成我们关于结构方法的简单调查。

我们对图形的构成元素还没有下过严格的定义，很大程度上是因为这些术语会随着极少数强烈的惯例而改变。节点、枢纽、顶点都是用来定义图的元素或基本组成部分，连接、弧或边都可以用来描述元素间的联系。我们将在定义为G（N，g）的图形中使用节点和连接，其中N是节点的数量，g_{ij}是节点（或起点）i和节点（或终点）j之间的一条普通的连接。这与我们之前非正式的论述是一致的。我们已经定义了一个基本方法，将方程3.3的图的连通性定义为C（Ψ），即大于阈值Ψ的正二元连接与所有可能连接数的比例，如果可能的话，自连不计算在内。当然，这个方法可以归纳后用于不同的子图，而且在某种意义上，图中不同聚类的任意分区，都适用该连通性。最容易理解的包含节点的结构方法，是根据它们的度来定义的。一个节点的入度d_j指的是前往该节点的连接数，定义为

$$d_j = \sum_i g_{ij}, \qquad (3.13)$$

而出度d_i则是以该节点为起点的连接数

$$d_i = \sum_j g_{ij}。 \tag{3.14}$$

这些是计算节点密度的方法，它与连通性的关系为：

$$C(\Psi) = \frac{\sum_i d_i}{N(N-1)} = \frac{\sum_j d_j}{N(N-1)}, \tag{3.15}$$

其取值为0到1。很容易可以看出，平均密度（或平均入度）可以计算为NC（Ψ），取值为1到N-1之间。

图的组成部分可以是一个节点或一组与每个其他节点都相连的节点，因此可以平均为一种超级节点。在一定程度上，当我们把图分解或者构成层级时，我们假设在每个层级上元素都是按照这种方式连接的，尽管它们可能并不是，因为通常会应用相似性标准，而层级是随着节点之间和节点组之间的相似性减少而建立的。在图3.7中，我们的层级实际上是基于完全连接的加权图建立的，这种加权图是具有与连接强度相关的相似性标准的流系统，而不是连接存在与否的情况。这直接为我们引出了适用于细分这个系统的一系列方法。最常见的一种是聚类分析法，其中，一个聚类被定义为基于一个特定节点i的完全连接的子图。对于有向图，我们基于g_{ik}计算所有在其附近的连接，因为$\forall k \neq i$，同时，我们建立这个数字与所有可能在附近存在的连接的比值。那么，最早由瓦茨和斯托加茨（Watts and Strogatz，1998）定义的聚类系数为

$$C_i = \sum_{k,i \neq k} \frac{g_{ik}}{d_i(d_i - 1)}, \tag{3.16}$$

其中，整个图的平均聚类系数可以计算为

$$\Theta_{ij} = \sum_k \Gamma_{ik}\Gamma_{jk}, \tag{3.9}$$

注意，C与总体连通性指数C（Ψ）不同，但可能可以预料的是，它们是共变的，因为它们衡量的是类似的连接密度。

图形概念的核心是道路、路径和循环。途径包含一系列不需要区分的节点，然而路径是一个有清晰节点的漫游。循环是一个环形的道路，如果其节点是清晰的，它也有可能是一条路径。实际上，如果每个节点到另一个节点都存在路径的话，不管这个路径是有向的还是无向的，图形或多或少都是连通的。杰克逊（Jackson，2010）为这个领域提供了一个容易理解的导论，他引用了网络科学（Harary、Norman and Cartwright，1965）发展之前更早的概念。图论大部分针对的是图中路径的分析，但在这里，我们运用的主要不是这个，因为在第二篇中，我们关注的是流系统，在第三篇中我们会关注图示进程。然而，在网络科学中一个正在发展的领域通过这些方式研究城市网络，我们将在下面提到。

一个与图形规模的相关概念与任意两个节点之间的平均距离有关；这个特性构成了从规模和连通性的角度来定义不同类型图形的基础。假设每个节点有相邻点d，而每个相邻点与相连的相邻点之间的距离，就像在二元图中一样，为一个单位距离。在这类简图中，计算到达所有相邻点的平均距离十分简单，因为所有的节点所拥有的相邻点数相同，这里的相邻点指的是与任意节点i之间的步距或距离为1、2、3一直到n的点。注意，我们假设n是一个单位距离。那么，1个步距远的范围内有d-1个邻点，2个步距内有d（d-1）个邻点，3个步距为d^2（d-1），总的来说，n个步距则有d^{n-1}（d-1）个邻点。当到达一个数量级的时候，邻点的数量到达N~d^n，因此我们可以把步距或典型距离计算为n=log（N）/log（d）。假设每个节点有100个相邻点，那么我们可以计算出到达比方说100亿个人的典型步距为5。实际上，这个值是图的直径，如果这是关于世界人口按照相互关系配置的合适模型，那么它直接展示了到达每个人的步距很小，实际上小于所谓的六度分离，这被称为“小世界”（Milgram，1967;Watts，2002）问题的特征。然而，这并不是一个合适的模型，因为人群转变为聚类，因此典型距离可能稍微有点大。

由密集的连通组群构成的图形的另一个极端是随机图。这类图由从总集N中随机选择出来的用于连接不同节点的弧组成，符合每对节点之间不超过一条连接的条件。在这类图中，任意一对节点之间的平均距离与节点数量之间的相关较小，但其聚类系数也小。金芳蓉和陆临渊（Chung and Lu，2002）展示了这类图中的平均单位距离或步长n取决于度分布，但在遵循幂律分布的图中，它可以和log[log（N）]一样小。在聚类图中，聚类系数很大，但平均距离也很大。实际上，许多社会系统呈现相对较小的路径长度和相对较大的聚类系数，反映出随机图和聚类图之间的某些折中。瓦茨和斯托加茨（1998）将这类图称为"小世界"，并且他们在按对数log（N）增长的图中展示了平均距离或步距n。近年来有很多在不同领域拆分许多网络结构的案例，都能够证明小世界（Watts，1999;Newman，2010）的存在。实际上，二维图不包含小世界，因为它们的平面性意味着由于欧几里得空间的特性，连接很少相互交叉，我们稍后会检验二维图，并将之应用在空间网络上。因此它们不能代表密集聚类。

网络科学中很大一部分的关注点不是在图的结构上，至少直接关注结构的很少，但会关注它们的统计特性，统计特性强调的是连接的分布，即起始或前往不同的节点。任意节点有d条连接的概率p是一个二项式，而且如果这个概率值小而节点数量大的话，那么其分布近似于泊松分布（Poisson distribution）。简而言之，很多这种度的分布接近正态分布。另一类网络在一定程度上处于另一个极端，它们之中的节点度呈偏态分布。节点很少但有很多连接，或者是有非常高的度，但是连接数很少。这些网络可以通过偏好依附的过程来建立，用这种方式建立的网络中，丰富的节点会变得更丰富，贫乏的节点则保持贫乏。巴拉巴希和阿尔伯特（Barabasi and Albert，1999）使用过这种方法，尽管在网络方面可以追溯到德索拉·普莱斯（de Solla Price，1965），而在此之前尤尔（Yule，1925）在随机系统方面有过应用。在本书中我们不会过多讨论网络形成的动力，但在第5章中，我们将探索这些网络是如何生成节点度上的偏态分布，并遵循幂律和比例。这

会重新应用到第1章中介绍的比例法则，但我们仅在接下来的两章中认真谈论这个问题，首先讨论位置分布，然后讨论网络。

本章中我们将介绍网络的另外两个重要特性。我们首先关注的是进程，网络由进程所定义，然后我们会检验将网络植入空间系统中的方法，展示二维图与空间图的区别。网络进程可能有很多种，但所有进程都包含一个概念，即网络作为散布在节点之间的流的交流手段，是直接连通的。因此，网络可以生成叶栅流（cascading flow），如果节点或边在某些地方损坏了，叶栅流中的中断可以被找到，但进程还可以被定义为，当代理人运用不同的影响度或对其他对象的控制权的时候，进程是用于说明信息或想法或意见是如何被集中在一起的，即节点之间的冲突可以怎样被解决。这引出了反映交易、贸易或交换的互动网络的概念，我们将会在第三篇中详细介绍。在某种意义上，扩散是所有这些进程的核心，但在下一部分中，我们将关注网络中的交流如何实现冲突解决，其中包含作用于图的进程中的稳态或均势。正如我们会看到的，这是街道网络系统集中性的关键点，我们会在第6章和第7章中提到。在网络上把马尔科夫过程应用于意见池的想法，是我们在第三篇构建的概念的核心，第三篇中我们的关注点会转向为关键代理人和参与方是怎样就城市规划达成一致意见建模的方法。

3.5 网络进程：流的动态

3.5.1 定义一个基础的概率进程

我们将首先定义条件概率p_{ij}，即单部图或流矩阵F_{ij}中，一个对象从i到j的移动概率为

$$p_{ij} = \frac{F_{ij}}{\sum_j F_{ij}}, \sum_j p_{ij} = 1, \tag{3.18}$$

我们在这里假设该矩阵是强连接的，即不论是有向的还是无向的，每个始点都可能到达每一个终点，反之亦然。因此，这是一个跃迁矩阵，我们可以用它来展示对象在系统内始点和终点的公共集之间可能怎样移动。设想一个流元素或一个单途径o_i（t=1），我们将之定义为o_i=[0，0，0，…，1，0，…，0]，即该途径在状态为i的情况下从t=1开始的概率是1。那么该途径在t=2时，在任意终点j结束的概率则基于跃迁概率方程，

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t)\, p_{ij}。 \tag{3.19}$$

当t=3的时候，我们可以重复这一过程，则得到

$$o_k(t+2) = \sum_j o_j(t+1) p_{jk} = \sum_i \sum_j o_i(t) p_{ji} p_{ik}。 \tag{3.20}$$

把它改写为矩阵方程会更简单，当P是NxN跃迁矩阵的概率时，则o（t）是途径处于状态i时的一个1xN的概率向量。方程3.20可以被写为

$$o(t+2) = o(t)\mathrm{P}^2, \tag{3.21}$$

其中包含了递推关系

$$o(t+n) = o(t)\mathrm{P}^n。 \tag{3.22}$$

现在，对于一个强连接的跃迁矩阵来说，将之收敛为一个稳态矩阵，

$$Z = \lim_{n\to\infty} \mathrm{P}^n, \tag{3.23}$$

这个矩阵中每行都是相同的。把方程3.23用于方程3.22，可以很容易地看出稳态向量o为途径进入每个状态的概率赋值

$$\mathrm{o} = \mathrm{o}Z = \mathrm{oP}。 \tag{3.24}$$

这是一个典型的一阶马尔科夫链，我们将在后续章节中更详细地探讨它。它是一个优秀而又简单的进程模型，用于表达图或网络中扩散的动态变化，而且它有很多应用。如果我们把它当作一个单一限制的空间互动进程，那么第一次迭代是基本引力模型，可以写为

$$F_{ij} = \sum_k A_{ik} A_{jk}, \tag{3.4}$$

如果我们通过O_i（t+1）=D_i（t+1）继续迭代，那么它可以被看作一个移民进程，或作为搜索未知空间的过程。然而，本书中这个模型主要应用于社会和政治网络，而不是用于空间网络，我们在做更多的应用时需要记住这一点。这样，这个进程是通用的。

3.5.2 前进、后退和可逆进程

我们已经说明了不对称流矩阵F_{ij}或强连接的二元等价矩阵的模型，这个模型可以是流的直接说明，也可以作为二部图的乘积，正如方程3.4或3.6。如果我们使用一个基础对称引力模型，如第2章中的方程2.9和2.13，或一个二部流矩阵或二部图的乘积（或它的对偶），那么$\{F_{ij}\}$是对称的；即F_{ij}=F_{ji}。这对马尔科夫链有很重要的影响。这一对称性还反映在任意节点的入度和出度相等上，即s_i=s_j，i=j，这里，我们把这些度定义为

$$s_i = \sum_j F_{ij} \text{ 和 } s_j = \sum_i F_{ij}。 \tag{3.26}$$

这些对称网络上可以定义两个进程，我们可能可以随意地将它们称为前进进程和后退进程。前进进程包含跃迁矩阵p_{ij}，我们可以将之再次定义为

$$p_{ij} = \frac{F_{ij}}{s_i} = \frac{F_{ij}}{\sum_j F_{ij}}, \sum_j p_{ij} = 1。 \tag{3.27}$$

这个方程在方程3.24中有稳态等式，可以写为

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t) p_{ij}。 \tag{3.19}$$

通过代换，很容易可以看出这些权重或概率与入度和出度成比例关系；即

$$s_j = \sum_i s_i p_{ij} = \sum_i F_{ij} = \sum_i (\sum_j F_{ij}) \frac{F_{ij}}{\sum_j F_{ij}}。 \tag{3.29}$$

这是一个简单但非常重要的结果，我们将在后续章节中着重应用它，因为它说明了这类对称是均势的一种形式。在这种情况下，一个节点的度直接反映在对象、活动或行动者的重要程度上。在后续章节中，我们将更多地讨论这一进程，以及它怎样按照其特征值写成方程，这实际上反映了收敛至稳态的过程以及最终的概率权重。

后退进程包含了一个均值，我们对它的定义如下。假设，从一个向量开始，正值c_j（t）位于时间t，然后我们可以在节点i连接的每一条连接之上，建立这些值的均值为

$$d_i = \sum_j g_{ij}。 \quad (3.14)$$

我们可以通过时间来研究这一进程，但只需要展示整个进程收敛到一个极限或共识或平均值$c=c_i$，$\forall i$（强连接对称矩阵），为

$$c = c_i = \sum_j \frac{s_j}{\sum_k s_k} c_j(t), \forall i。 \quad (3.31)$$

这可以很容易地通过对方程3.30进行递归来证明，需要注意的是生成的矩阵收敛为随机矩阵Z，而且该矩阵的所有行都等于o，正如我们在方程3.28与3.29中展示的，o与每个节点的入度或出度成比例。

前进进程本质上是一个随机途径，后退进程是均值或共识生成进程，这两个进程代表了不同的系统和它们的应用，我们将在后续章节中探讨它们的应用。然而，同样值得注意的是方程3.28中定义的稳态下的跃迁概率确定了一个可逆进程或可逆马尔科夫链，可以写为

$$\left.\begin{aligned} o_i p_{ij} &= o_j p_{ji} \\ s_i p_{ij} &= s_j p_{ji} \end{aligned}\right\}。 \quad (3.32)$$

这一方程直接由F_{ij}的对称性生成。这意味着定义在出度上的进程和定义在入度上的进程是相同的。如果我们把相反进程写为

$$s_i = \sum_j q_{ij} s_j; \quad (3.33)$$

其中跃迁矩阵q_{ij}定义为

$$q_{ij} = \frac{F_{ij}}{s_j} = \frac{F_{ij}}{\sum_i F_{ij}} \text{和} \sum_i q_{ij} = 1, \tag{3.34}$$

那么显然可以看出，这与定义在跃迁矩阵$\{p_{ij}\}$上的进程完全相同，因为本质上入度与出度是相同的，当用以定义关注系统节点或元素的进程时，这是对称性的关键要求。

3.5.3 相关对称结构

我们的基本结构是一个对称矩阵$\{F_{ij}\}$，我们将之定义为“默认对称”。假设这个矩阵不是单位矩阵，那么它的元素会显示一部分结构，其中节点及其连接与其他节点相互关联。如果这个矩阵是单位矩阵，那么没有节点与任意其他节点相关。这个默认对称也可以通过一些节点的属性信息{zi}扩充，即

$$Q_{ij} = z_i F_{ij} z_j。 \tag{3.35}$$

初始矩阵的对称性显然通过以下方程保持

$$\left.\begin{aligned} z'_i &= \sum_j Q_{ij} = z_i \sum_j F_{ij} z_j \\ z'_j &= \sum_i Q_{ij} = z_j \sum_i F_{ij} z_i \end{aligned}\right\}, \tag{3.36}$$

由于{zi}和$\{F_{ij}\}$的对称性，方程3.36右侧的求和被互相调换。注意到作为相同默认类别的一部分，我们可以用其他保证该矩阵正定的功能，比如z_i^{β}，以这种方式从$z_i^{\beta}F_{ij}z_j^{\beta}$或诸如此类的形式建立$Q_{ij}$。

然而，在一个更基础的对称结构中——这里我们指的是“元素对称”——节点之间不是通过它们的互动而相关，而其中的这些互动是由关于节点的一些对称信息形成的，即通过节点$\{x_i\}$属性的独立乘积形成的。那么

$$S_{ij} = T_{ij} + T_{ji}, \tag{3.1}$$

其中矩阵很清晰地被分割为节点元素，如

$$\left.\begin{aligned}\sum_j F_{ij} = s_i = x_i \sum_j x_j = x_i X \\ \sum_i F_{ij} = s_j = x_j \sum_i x_i = x_j X\end{aligned}\right\}。\tag{3.38}$$

这个矩阵的结构取决于入度和出度的乘积，这等同于说明了从任意入度或出度开始的任意随机途径，生成的一阶访问概率与节点访问的入度和出度成比例（Lambiotte et al.，2011）。

还有被定义为“生成对称”的第三结构，通过在一个不对称网络$\{W_{ij}\}$中分别对入度和出度应用节点信息而建立起来，分别由$\{x_i\}$和$\{y_j\}$定义。因而，这个对称矩阵被定义为

$$\left.\begin{aligned}&F_{ij} = x_i W_{ij} y_i\text{，其中} \\ &s_i = \sum_j F_{ij} = x_i \sum_j W_{ij} y_i,\quad s_j = \sum_i F_{ij} = y_j \sum_i W_{ij} x_i\end{aligned}\right\}。\tag{3.39}$$

方程3.39提供了另一种探索网络系统对称性的方法，而且它与我们在上一章中介绍的一些概念有强烈的共鸣，这些概念中我们关注的是当从某些对称基线出发时，空间在流系统中如何被扭曲。实际上，空间流和网络系统中的对称基线概念是一个有力的概念，这个概念中关注的是城市空间可能扭曲位置和相互作用的方法。这样，接下来我们关注的就是，当这样的对称结构被作为空间行为发生的背景画布时产生的剩余误差。在整本书中，我们都将秉持这个通用概念。

近来网络科学领域开始讨论这类结构，而有一些类似的概念在此之前就存在。在20世纪50年代中期，研究心理测量和社会测量传统的弗兰奇（French，1956）建立了一个共识模型，本质上是基于平均化过程建立的，即我们在上述方程3.30中称为后退进程的过程。哈拉里（Harary，1959）探索了同一个模型，但他把这个模型放在马尔科夫框架中，也许是无意的，把前进进程模型也包含在其中。我们将这个模型来生成平均图，以反映规划编制过程中不同行动者之间冲突的价值观和意见，从而将规划与共识建构联系在一起（Batty，1974a）。本书的第三篇中深入探讨了这个问题，在第三篇中我们将这个问题扩

展到一个完全成熟的决策模型（Batty，1984）中，引入德格鲁特（de Groot，1974）和其他人比如凯利（Kelly，1981）的观点。最近，杰克逊（Jackson，2010）在一个相似的网络背景下回顾了德格鲁特模型。他说："德格鲁特模型是简单并且易处理的，而且有一些优良的特性，让它成为实证和规范两方面特性的有效基准。"他继而建议，"每个代理人对最终共识的影响取决于网络结构……代理人赋予其每个朋友相同的权重，代理人的影响力与他或她的度成比例"。正如兰伯特等人（Lambiotte et al.，2011）提到的，社会学传统中的向后模型有很多其他的延伸（比如，见Hegselmann and Krause，2002），尽管其中大部分与基础模型相差不大。我们会在第三篇中再次提到相关的大量文献研究。

3.5.4 空间网络和二维图

本书中我们并不是简单地关注存在于欧几里得空间中的网络或图形，而是关注具有不同的空间嵌入度的关系集。有些网络的节点是固定在特定地点上的，但它们的连接并不固定，比如航线、无线电，而与视线相关的网络，一直到社会网络，它们的节点和连接可能在持续地移动，而且肯定不与空间上的固定点有关。然而，所有我们将要分析的网络都有一些空间联系在其中，它们往往与城市和物质规划相关。本节我们将集中关注最严格的空间网络，其节点和连接都嵌入在空间中，比如街道网络。毫无例外的是，这些网络都从属于承载着我们在第2章介绍的那类流的基础设施，但是需要注意的是我们分析这些网络的方法，我们倾向于假设尽管它们的节点是固定的，它们的连接是抽象于其真实物质空间之外的。在某种程度上，这是我们处理这些系统的一种方法，而不属于它们在二维（或三维）空间中的真实运行。

实际上，我们将在这里提到的图或网络被称为"平面"，在不损失普遍性的情况下，我们将假定这种图是无向的。非正式地，这些图中

的任意连接之间都没有焦点，是我们把它们表达在二维空间里。更正式地说，存在一个守恒规则表明，在这种图中的节点数量N减去边数E加上面数F等于2，所谓的面指的是由边围合起来的区域，即

$$N - E + F = 2。 \tag{3.40}$$

最简单的二维图是树图，树图中没有面，简简单单由一串没有成环的边缘组成。更复杂的二维图是一系列节点的三元组（triple），即每个三元组$g_{ij}g_{jk}g_{ki}$=1中有一个连通的组成部分。现在想象一张图，从两个节点gi和g_j及它们俩之间的连接g_{ij}=1开始，然后建立另一个节点gk和新的连接g_{ik}=1和g_{jk}=1，完成一个三元组。我们接着增加另一个节点g_ℓ，并将它与现有节点中的两个相连，以使连接不相交。这样，我们可以想象这个图按照一系列三元组扩展，建立一个六角蜂窝状的结构。很直观地可以看出，如果当g_{ij}=1时，我们把从一个节点到另一个节点的距离当作d_{ij}=1，那么这个图每次增加一个新节点，其增长的距离不会超过两个单位距离。即，图中的总距离D（N）可以定义为：

$$D(N) = \sum_{\substack{\forall i,j \\ \text{当}g_{ij}=1}} d_{ij} \propto N。 \tag{3.41}$$

那么很明显，图中的平均距离收敛为一个常量，而每个节点的入度（或出度）的平均数同样也收敛为$N \to \infty$。这些结果适用于其他种类的二维图，可以看出每个节点的平均入度的最大值小于等于6，同时其度分布更像一个随机图；即图中没有幂律度分布，也不太可能出现大型枢纽（Barthelemy，2010）。

这适用于类似街道的网络，这种网络中很少出现超过6条或7条连接进入或离开的节点。当然，在网格模式中连接数平均为4，而且大多数街道网络的合理入度的范围可能遵循左偏态分布，其均值大约为4。对于轻轨网络和重轨网络来说，入度平均数更小；实际上，对于在世界城市中的一系列地铁系统来说，在它们的环线内，密集核心区的平均入度的阶为2.5（Roth、Kang、Batty and Barthelemy，2012）。实际

上，在所有此类网络中，平面性倾向于理想化的结果，因为道路有时候并不相交而是通过隧道和桥跨越，铁路网络就是个明显的例子。甚至公共事业网络也按照这种方式相交，也许更甚，因为它们的选址比供给人和货物移动的网络更加灵活。对于信息网络来说，到目前为止我们对它的形态甚至拓扑结构都还没能形成清晰的认识，但如果我们能够把它们在二维空间上画出来，很可能发现大量的交叉。此外，与通过优先选择生成的、遵循幂律度分布的网络相比，这种平面的网络聚类更小也更少见。

图3.8展示了一个在伦敦内城中心区的密集街道网络，该图是一个6英里见方的街区（总共36平方英里，大约93平方千米）。我们简单地用节点来代表每个街道交口，用节点之间的连接来代表街道片段，从中我们注意到图中的二维图形有几个关键属性。原始图是有向的，由各个位置上的单向街道组成，有很多尽端节点，以及在交通灯、交叉口等位置分隔街道片段的节点。实际上，真实的网络表现远远超出一个纯粹的二维图，但因为我们的兴趣只在任意两个节点之间是否存在连接之上，我们不考虑方向。使用这些简化手段，N=22 260个节点中大约有52 448个连接或边缘。通过方程3.3的计算，其平均连通性很低，只有0.000106，这表明平均度（注意本图是对称的，入度和出度相等） $NC(\Psi)=2.356$。这个度分布非常简单，最大连接数为6，其中一个节点有1到6条连接的分布为[4，615，6，313，10，130，1，194，7，1]。

图中的总距离是边e的数量，由方程3.41可以计算出D=52 448。如果我们用图本身来计算它的实际距离，那么总距离是3 179千米，我们可以计算每段街道的真实平均距离为63米。与任意节点相关的平均距离，即到该节点最近邻点的距离除以所有这类距离的总数，为143米。在图3.9中，节点是任意排列的，我们把与每个节点相关的累计距离画为节点数量的增加（需要被连接的节点），可以看出这个距离与节点数成简单的线性比例增长，与节点所处的区域也呈线性关系。这个网络的最后一个值得注意的特性，是在图3.8中我们用粗线表示的最小生

成树。该图表现了一个没有任何自环的二维图，所有节点都是相连的。因此这是个树图，而且它表现了穿越全图的更小的总距离（即到达每个节点）。当然，它并不是一个在伦敦这么密集的区域投递材料到每一个节点的高效系统，但如果材料必须从这些节点中的一个投递到另一个的话，它可能是一个高效的系统，正如我们对整个城市形态学的分析所能看出来的，我们将会在下文讨论。

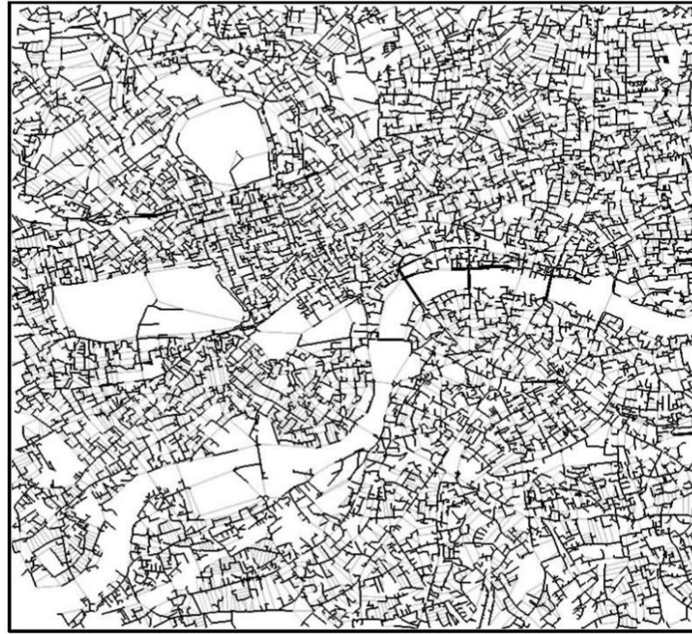


图3.8 伦敦中心街道二维图，图中最小生成树（图中最多）为黑线

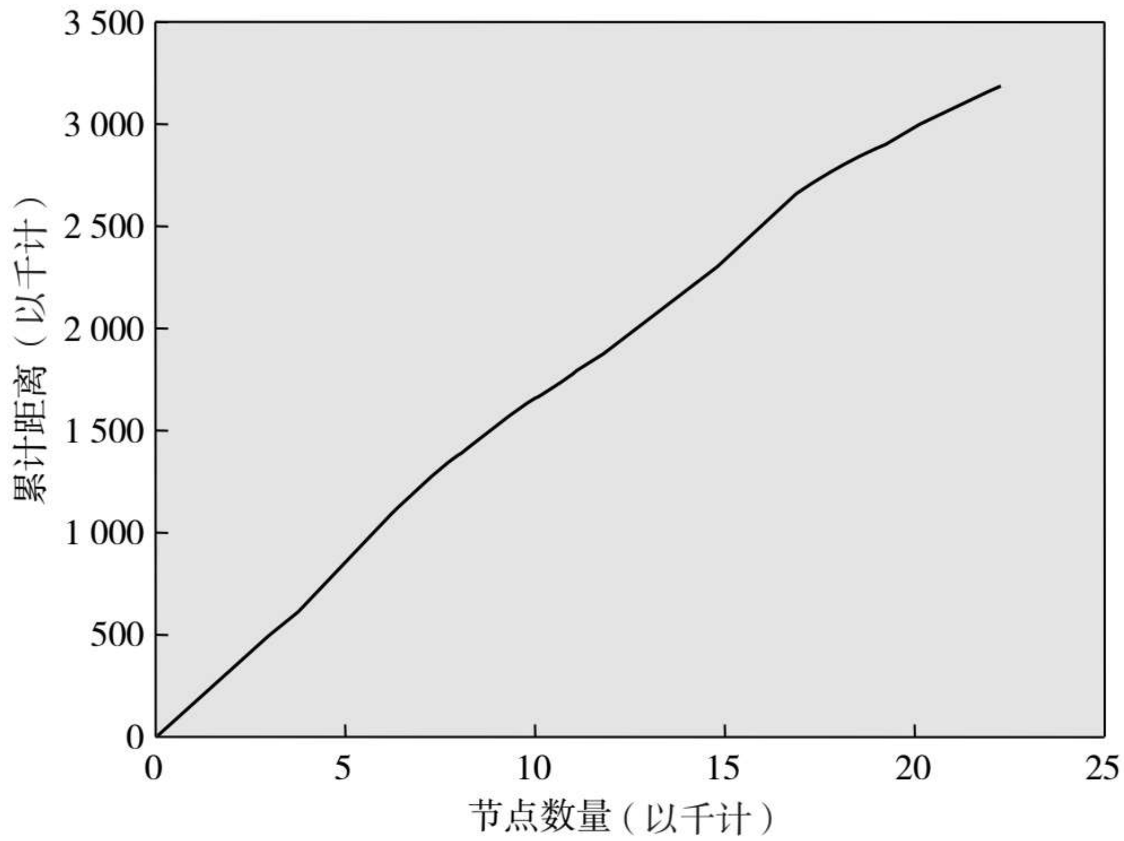


图3.9 二维图中的累计距离

作为对二维图分析的总结，我们用相同的方法分析了大伦敦区域内的网络。图3.10a、3.10b和3.10c分别展示了这一网络大致按照容量，被分解为三个重要性层级，在3.10d中叠加了地铁和地面轨道网络。表3.1中列出了这些网络的不同测量值，可以清晰地看出道路指数明显聚集，但两种轨道网络与其他网络的区别很明显，在这类网络中树图更加适用。这些轨道网络的节点之间的平均距离远大于道路网络，而且它们的连通度更高，片段数量与可能的片段数量之间的相关性大于道路系统。实际上，尽管道路系统在三个不同的层级上，但它们相互之间很相似，连通度很低而所有的三个节点间的平均距离都小于100米。很明显，这是这些网络相交方式的一种加工，说明在包含高速公路和干线公路的主要道路级别，很少有立体交叉建设，因为大多

数主要道路是从普通道路系统的不可或缺的部分逐渐演变而来的，这构成了当地交通的一个关键元素。

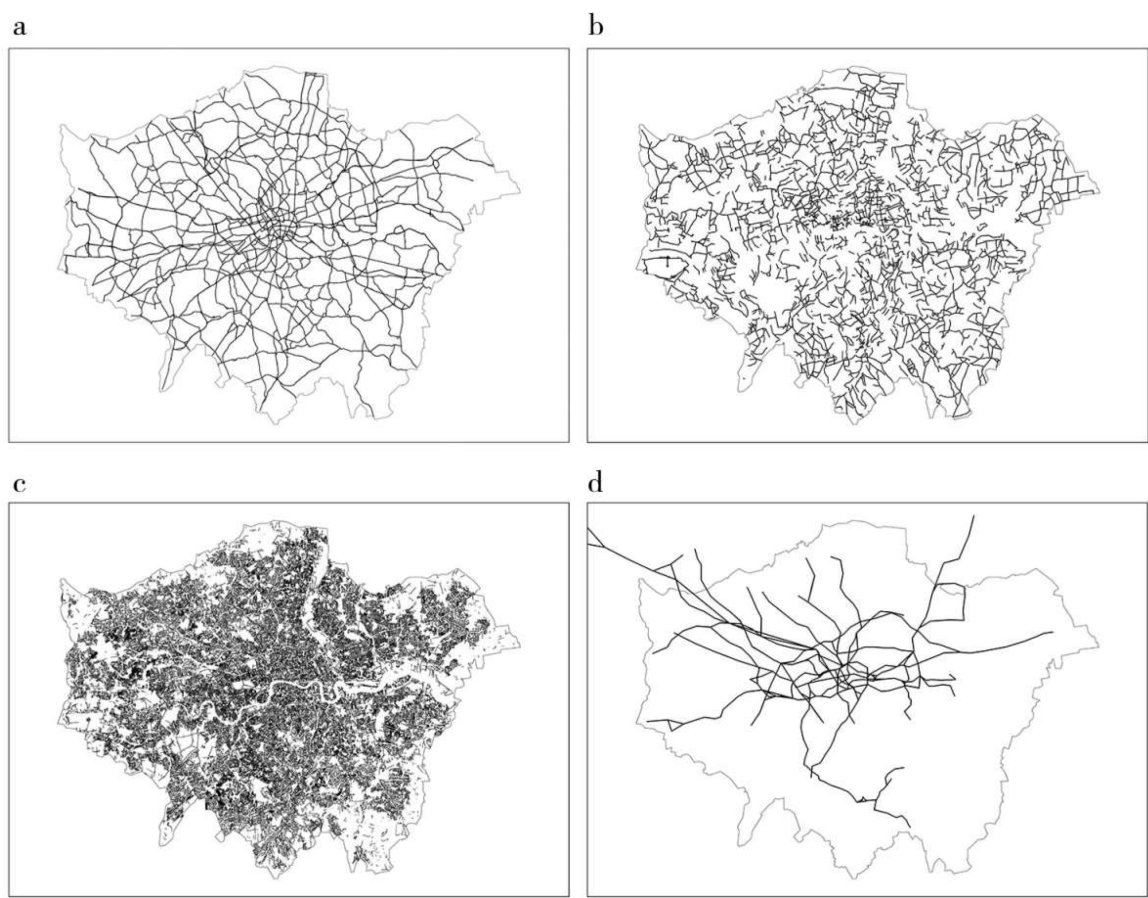


图3.10 大伦敦地区分级交通网络图

注：a.大伦敦地区内的高速公路和主干线公路。b.二级公路和次级路。c.大伦敦地区内的地方道路和路径。d.地铁和地面轨道网络。

表3.1 大伦敦地区内不同实体网络的特性

网络类型	节点 N	边 E	连接 $C(\Psi)$	平均度 $NC(\Psi)$	总真实距离 km	平均真实距离片段 km
主干线公路	19 321	50 484	0.000135	2.613	3 436	0.068
次级路	21 694	55 577	0.000181	2.562	4 305	0.077
地方道路	96 477	327 386	0.000035	3.393	25 685	0.079
延长的地铁系统	589	813	0.00235	1.380	996	1.225
地面轨道系统	58	115	0.0348	1.983	173	1.502

这一分析也表明，在出行过程中从一个网络切换到另一个网络的游客，他们的行为可能会受到这些网络之间的区别的影响。分析多模式切换及其对耦合网络的可能影响是网络科学领域的一项较大挑战，我们在这里不再展开。同时也要注意表3.1中的计算，地铁网络与第2章以及接下来部分所采用的计算方法不同，图3.10d中的网络是基于穿过相同站台的线路之间的连接，而不是之前使用的拓扑形式。这些网络表明我们需要更有效的方法来把它们连接在一起，但是因为我们还没有有效的方法来分析它们如何相交，如何共同发挥作用。第三篇的后面部分，我们将关注顺序耦合的网络，这将涉及解决冲突的问题，并引出“网络的网络”，但我们的科学并不会转到这一领域。

3.6 中心性、可达性和空间网络的异速增长

3.6.1 图形中心性的测度

在网络系统中，与第2章中介绍的“可达性”或流系统的“势能”相当的概念是“中心性”。入度或出度可以很好地测度节点的到达情况，但入度和出度只考虑了直接连接，不同于对流势能的测度，没有反映任何大于直接相邻节点的距离。在二元图中，测量度的方法只是简单地

计算到达或从任意节点出发的连接的数量，即相邻的数量，而不是实际距离，如果用真实距离对图形进行加权，可以计算出更加传统的测度指标，即可达性。我们把度方程3.13和3.14重复为

$$\left.\begin{aligned} d_j &= \sum_i g_{ij} \\ d_i &= \sum_j g_{ij} \end{aligned}\right\}, \tag{3.42}$$

如果实际距离d_{ij}被用在二元连接g_{ij}上，将提供一种与二维欧几里得空间相关的测量方法。如果所有可能的连接都被考虑进去，那么对每个节点进行测量可以反映系统内从所有节点到考虑中的节点的总距离，有必要用一些方式对这些测度方法进行转化，以生成相应的可达性指数。其中一种相关的测度方法被称为“邻近中心性”（closeness centrality），它被用于社会网络理论中（Jackson，2010;Prell，2012），计算邻近中心性首先需要计算总相邻距离D_i:

$$D_i = \sum_j d_{ij}。 \tag{3.43}$$

我们只用出度来展示这一方法，因为出度的衡量需要遵循方向，但这确实是一个衡量分散性的方法，而且通常转化为L_i:

$$H = -\sum_i \sum_j p_{ij} \log p_{ij}, \sum_i \sum_j p_{ij} = 1。 \tag{2.32}$$

K是一个常数，往往等于节点数减去1，即N-1，d_{ij}是从i到j之间的最短距离。

一个更令人满意的方法是“中介中心性”（betweenness centrality）c_k，特别是用在二元对称图中，弗里曼（Freeman，1979）第一次提出了中介中心性的定义，即：

$$C_k = \sum_i \sum_j \frac{\sigma_{ikj}}{\sigma_{ij}}, \tag{3.45}$$

其中σ_{ikj}是从节点i到j且通过节点k的最短路径的数量，而不是距离。这显然可以看出一个节点与其他节点之间是怎样联系的，但它需要被加权，因为从i到j之间可能有好几条距离相当的最短路径。当存在超过一条路径时，那么每条路径就作为总路径σ_{ij}的一部分。当有两条路径的情况下，每条路径计算1/2；当有三条路径时，每条路径计算1/3，以此类推。

根据对距离的不同定义，在度、邻近性和中介性三种测度方法基础上有很多变体，但为了展示它们的用途，我们选择了一个真实但相对简单的空间网络——伦敦地铁系统。以城市中心为中心，伦敦地铁系统或多或少呈现放射树状形态，但在构成扩展CBD边界的环线内部有一个复杂的多中心交联组（Roth、Kang、Batty and Barthelemy，2011）。这个系统中共有307个节点和353条连接，其连通性为C（Ψ）=0.0077。密度是连接数除以自连以外的可能连接，即$\Sigma_i\Sigma_j g_{ij}/N$（$N$-1）=0.0038，它的值是连通性的一半（因为这是对称系统）。我们将不在这个系统中展示所有三种方法，只在图3.11中画出了中介中心性，但我们计算了它们之间的相关。度分布和邻近中心性（注意由于是对称系统，入度和出度分布是相同的）之间的相关系数很高，为0.727；但度和中介中心性之间的相关值较低，为0.513；邻近中心性与中介中心性之间的相关系数为0.492。简而言之，这些方法确实可以计算出相当一部分不同种类的可达性，而且这些方法也有可能有潜力用于分析流系统，从而丰富了第2章介绍的可达性和势能测度方法。

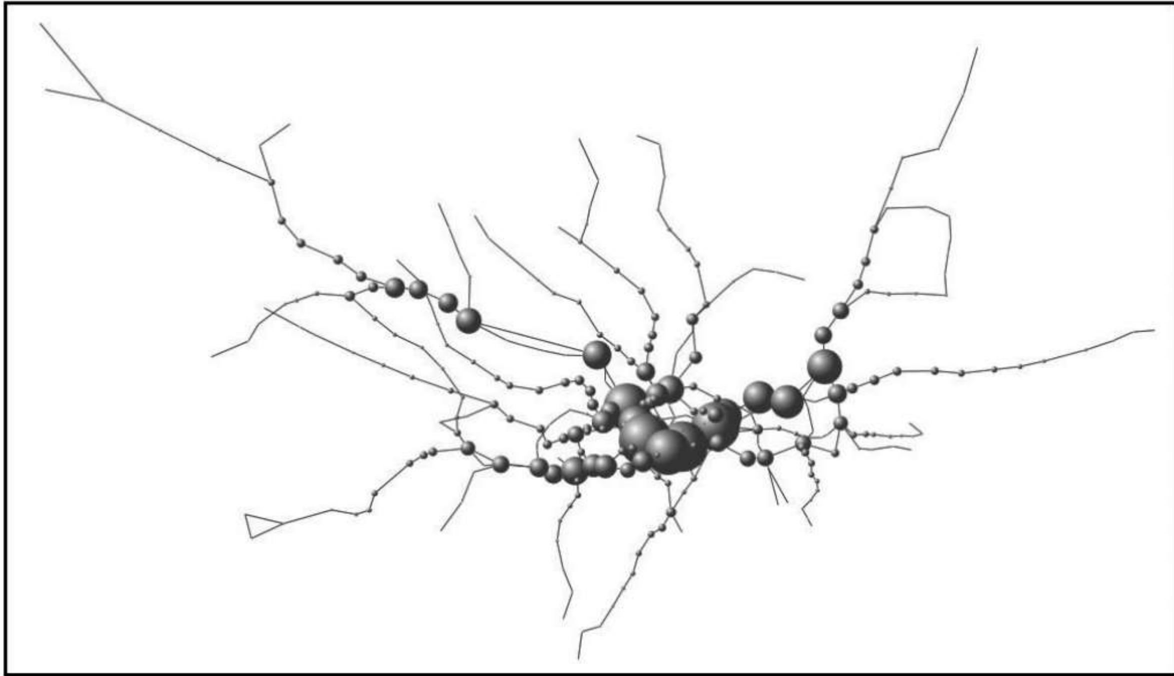


图3.11 伦敦地铁网络中，以站点作为节点的中介中心性

图3.11以球形方式展示了中介中心性指数，说明该网络系统相对简单（与大多具有相同节点数的社交网络相比）。但是，这也说明了呈现包含多个节点和连接的图的困难程度，即使在这个案例中该图主要是（但不完全）平面的，嵌入在地理空间中，并且是树形。在这种情况下，地理嵌入对于理解CBD的节点聚类是很重要的，但是其他图形表达对于空间网络仍是有用的。这类图包含了显示节点和边的一种方式，相交数量最小，并且边的长度尽可能相等，这种方式是展示结构的好方法，在图3.12中，我们展示了“力导向”算法如何帮助我们真正洞察并理清关系。

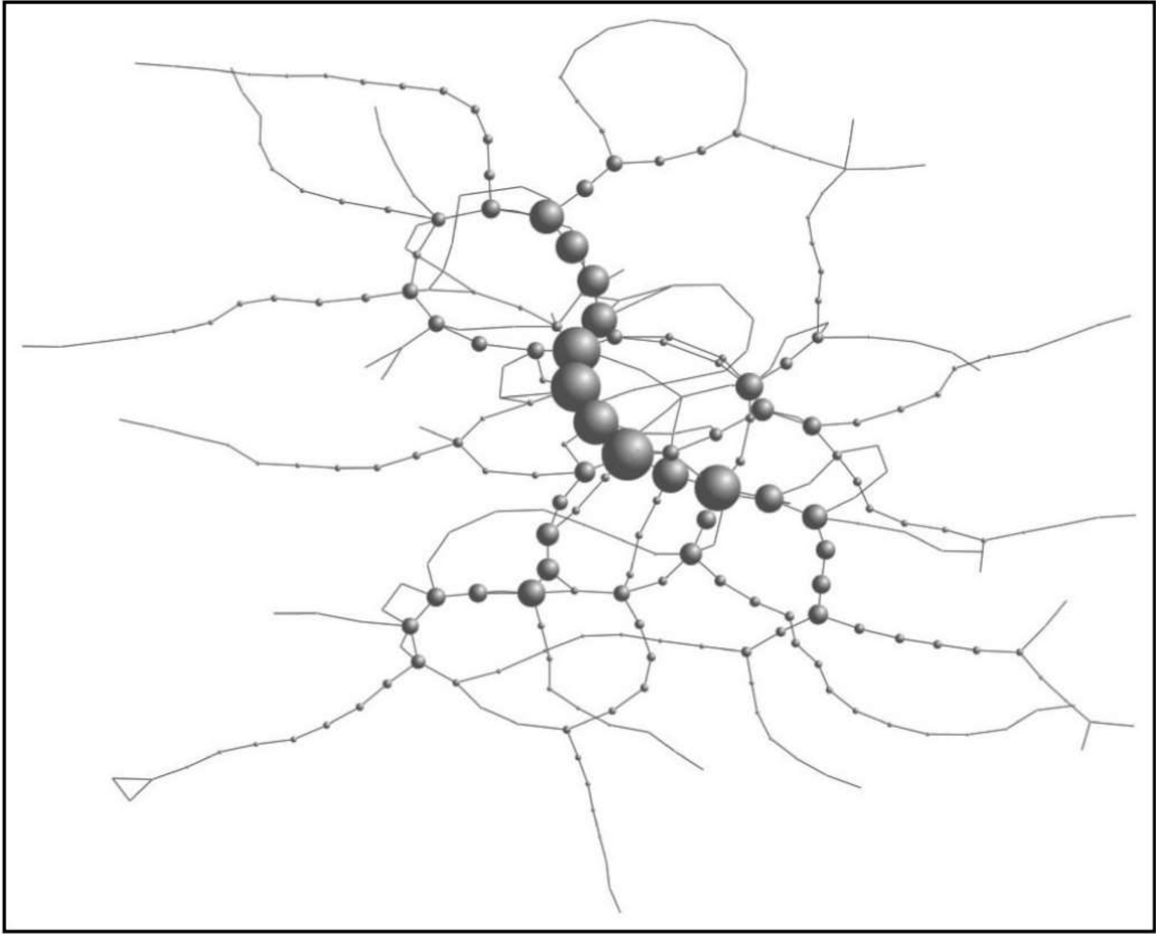


图3.12 用哈雷尔科伦的力导引算法计算的伦敦网络中介中心性（锚定在希斯罗机场，左下）

我们用于生成图3.12的特定做法是，如果是弹性的就将力分配给边，如果是带电粒子，则把力分配到点，而这些力把节点拉在一起或使它们分开，通过不断迭代直到建立某种均衡，最终形成的图每条边的长度尽可能相等。这一方法也有很多变体；其中生成了图3.12的是哈雷尔和科伦（Harel and Koren，2002）提出来的。其效果是扩大中心区域，并定义系统内的循环，以使CBD中的多中心枢纽的复杂特性变得清晰。可以生成这类可视化效果的软件包有很多，在本书的后续部分我们间或应用于表达网络。

3.6.2 空间异速生长和网络规模变化

一个很难但与空间网络互补的方法是关于网络的比例性，与节点数量或距离无关，但与它们定义出来的区域有关。我们可以建立道路空间数量R，每个空间起始中心的人口数量的总和——N个节点，与典型出行者从起点到终点的平均出行距离为$\bar{d}$之间的关系函数：

$$R = N\bar{d}。 \tag{3.46}$$

平均距离是区域A的平均半径，定义为$\bar{d}=A^{1/2}$，由此方程3.46可以被写为通用形式：

$$R = NA^{1/2}。 \tag{3.47}$$

实际上，如果我们把人口密度定义为$\rho=N/A$，或者$N=\rho A$，那么方程3.47还可以写为：

$$R = \rho A^{3/2}, \tag{3.48}$$

这是一个关于区域超线性缩放或正异速增长的典型案例。此关系等价于对三维空间有机体的代谢率方程进行1/4次方缩放，其中相似关系为$V（R）=\rho V^{4/3} \propto V^{（D+1/D）}$，$D$现在是对象存在空间的维度（West、Brown and Enquist，1997）。

多个起点对应一个终点，网络形成树状并铺满整个空间的系统具有典型的单中心城市形态，所有出行都朝向城市中心以开展工作、交换或其他。这个集中的系统可以得出方程3.47和3.48，我们在图3.13a中展示了一个向中心节点移动的严格的树状分形层级体系。然而，大多数系统更加倾向于去中心化，图3.8中展示的极端情况更像一个拥有多起点和终点的网格。萨马涅戈和摩西（Samaniego and Moses，2008）认为在这样一个系统中，出行的平均距离与密度成反比，即$\bar{d} = \sqrt{1/\rho} = 1/\sqrt{\rho}$，这一结果是从假设密度的倒数是一个空间单位得出的，从中我们可以提取出系统的半径。那么方程3.46和3.47变为

$$P_s(r) \sim r_s^{-\zeta+1}。 \tag{1.5}$$

可以简写为：

$$R = NA^{1/2}。 \tag{3.47}$$

明显可以看出，区域的规模变化现在是线性的，当我们注意到$R=\rho^{1/2}A$。这在我们检验图3.13b时很有意义，图中分布的是随机分配到城市空间中起点和终点之间的线。

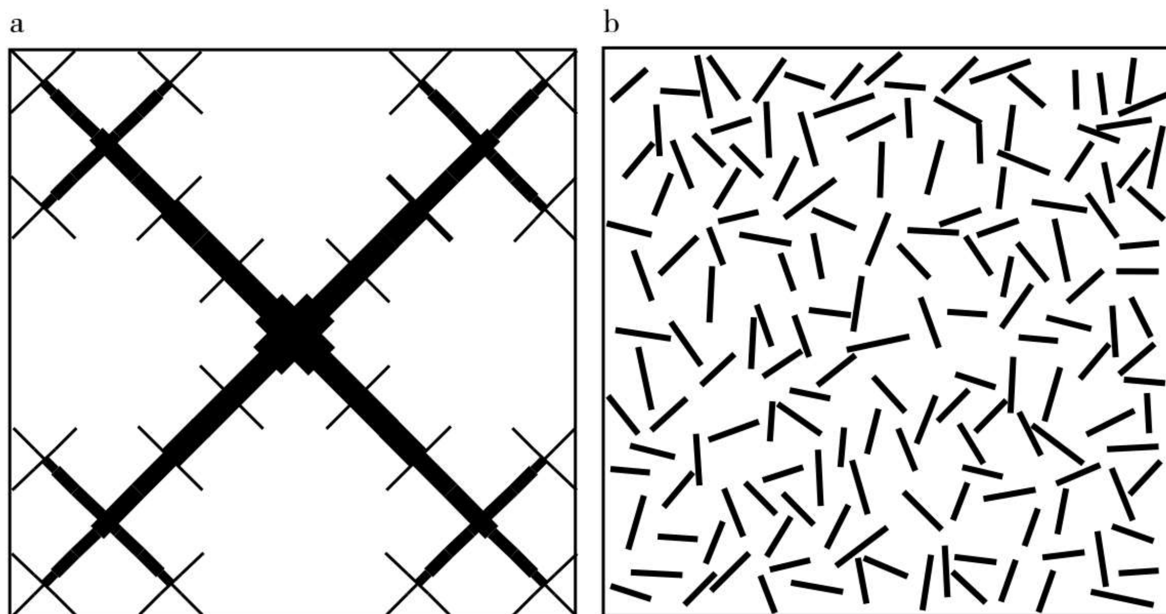


图3.13 （a）中心化的网络形态（b）去中心化的网络形态

3.6.3 演绎、工具和可视化

这里将要对本书第一篇进行总结，我们已经介绍了用于构建我们的城市科学的模型、方法以及工具，在描述城市结构和动态时，我们是将其作为用各种方法和工具来模拟和影响其形态的范例，而不是将其作为自身的演绎。在本书剩下的部分中，位置和互动的概念基础上，我们将更多关注流和网络作为城市进程和形态的根本组成部分的实质性意义。本章主要介绍了表达和探索网络的工具，我们特别强调：虽然网络发源于空间和位置，但是网络在城市中跨多个维度存在，存在大量不涉及空间维度的非空间网络或社会网络。我们的想法是将空间网络作为建立城市区位结构的基本框架，但实际上这一理念只在本章及之前各章谈及流的时候，以及相对于面积的网络比例性（图3.13）时做了概要性探讨。建立在流和网络之上的城市区位，其

范畴从高度集中到去中心化结构，从单中心到多中心，从严格分层到重叠的网格，在第二篇中，我们将在许多应用中探索这些可能性。

为可视化复杂系统，网络被假设为易于在二维空间中呈现的节点和连接，从而被视为重要范例。不植根于空间的社会网络最容易可视化，因为不需要将连接与其自身空间分离；即它们互相之间不交叉，这与本章介绍的大部分网络都不一样。除了这方面制约，当节点数量增加到50或更多的时候，二维（甚至三维的）可视化就会变得很杂乱。即便简单如伦敦地铁这种网络也是这样，我们在前文曾经提到，伦敦地铁很大程度上是树形结构。此外，考虑到节点及其连接都包含了自身维度，在网络中很难以可视化途径对模式进行识别，这些网络中远不止一些节点而已。因此，虽然接下来仍会大量使用这些图纸，我们认为可视化途径有其明显的局限性。为了理解互动如何造就区位并决定城市形态和结构，诸如层级划分法、传统图绘法，以及下一章将要介绍的轨迹法等大量其他手段与网络分析方法一样重要，图3.7已经展示了这一点。

到目前为止，还有很多种其他网络我们没有介绍。具体来说，包含神经网络的连接主义方法很可能成为多变量分析的一部分（Gurney，1997），这也建立在黑格尔名言“万物皆有联系”的缺省模型基础之上。我们将在第三篇中简要提到这些，包括考察不同行动者和要素之间的矛盾，这本身是城市规划的固有内容，但值得强调的是，在任何情况下，网络都有利于简化各组成部分之间的关系。在许多方面，我们研究城市的方法都提醒我们，无法清晰地区分利益现象的原因和结果，将其分割为特定的离散关系（往往是二元的，单向或双向关系）不可避免是对现实的过度简单化。在某种程度上，这把我们推回到流的世界而不是网络的世界，或至少是加权的、完全连接的网络。

最后，我们这里的焦点在于积极应用并标准化这些工具。也许本书的第二篇和第三篇之间区别很大，但不能将第二篇看作城市科学而

将第三篇看作城市规划科学，因为我们希望它们之间能够结合得更紧密。在第二篇，我们的主要视角是认识和理解城市，通过各种方法描绘现实情况并模拟其形态和过程，而在第三篇，我们的焦点转向探究如何通过区位和交互作用对城市进行设计和控制。尽管我们在本书中不会过多引用“优化”这一概念，因为我们把规划和设计更多看作一个协调的问题，而不是优化的问题，或者使用西蒙（Simon，1956）的经典术语——“满足”的问题，我们在第三篇中对网络的使用主要聚焦于用它们实现改变的标准过程。本书将通过不同的方法应用这些主题，随着观点发展，我们将建立一门同时包含实证和规范两种视角的科学，演绎愿景并扩展到设计，反之亦然。

---

1. 二维图（planar graph），通常翻译为“平面图”，本书译作“二维图”。在城市规划和研究中，平面图有着比较强的布局属性，而本书所提及的planar graph是一种与维度相关的分析图。——译者注

第二篇

城市的科学

在阐述我们这门科学时，我清醒地意识到，我不可能知道读者已有的城市背景知识，也不知道他们将如何用这些知识来理解已有的思想和方法。这是一个巨大的问题，因为我们将要做的是从一个特别专注和正式的视角来探讨我们应当怎样建立对城市的理解，而不只是复述每个市民都具有的城市常识。从某种意义上说，即使是最一般的读者都可能发现关于城市的一些兴趣点，但要想提出让所有读者都信奉的一般化视角却很难。建立一门新的正式的科学需要大量方法论方面的考虑，并应当包容多种维度，这对这样一本刚始于致辞的书而言是

一个挑战。我决定从将城市重新定义为一系列行动、互动和交易开始，由此提出一系列方法和工具，并建立我们这门学科的基础。在第二篇，我们将使用这些工具来探索城市的不同方面，如增长、大小、规模、形状，以及这些属性差异的产生过程等（Batty，2008）。在第三篇，我们使用类似的工具来显示如何通过设计规划师、政策分析师、政治家等可能影响有关未来共识的人，来管理变化中的城市。

因此，本篇将从六个看待城市的不同视角来应用第一篇中所介绍的工具和方法。首先，在第4章中，我们将通过规模和增长来探索城市体系，关注整个体系中的城市规模分布规律，并指出真正的谜题，城市体系中的规模分布保持稳定，但组成体系的城市却大小变化很不稳定。这里我大量引用了第一篇介绍的比例律，这就在第5章引出我们的第二主题，即：城市体系及其各部分如何按照它们之间或之内的层级比例变化。我们因此开始研究个体城市，研究支撑城市增长的关系网络，揭示出不仅区位存在系统化的比例缩放，将人口与城市中心区和其他城市联系在一起的关系组或网络组也同样在以相似的方式比例缩放。

这也将我们带到第6章所讲述的第三个主题，我们找到一个更好的比例方法来研究网络。这里我们强调一下本书最为重要的思想：网络提供了一个抽象的概念帮助我们概括城市如何运行，预测远比观察更加重要。为实现这一点，我们可以将网络理解为两个集合之间的关系（像二部图所表达的），从而推导出两个集合对象之间的关系网络。进一步分析城市中一个集合中的对象如何与另一个集合中的对象彼此连接，我们就能够预测他们的形式和结构。如果我们代入街道网络和街道相互交叉，这个概念就变得实体化了，继而引入关于我们如何看待网络的原始问题和对偶问题。我们将介绍一种空间句法，可以用来表达街道和他们彼此之间的关系。这种手段帮助我们阐明街道及其交叉口的重要性，在对特定节点或区位所发生现象的测度基础上，丰富了我们对连通性和可达性的理解。在空间句法基础上，我们将在第7章讨论第四个主题——可达性问题。除对街道等物理网络和关系进行更

加抽象的定义，与这类网络相一致，我们也展示了距离、形状和形态。我们因此引入城市形态的讨论，也为耦合网络这一网络科学的前沿问题的研究打开了一扇小门。

在第8章和第9章讨论的第五个和第六个视角，我们略微改变了策略，讨论不同的城市仿真方法。第8章侧重于增长和发展的“自下而上”分层过程，介绍了分形思想，并连接回到层级网络、比例法、自相似性等概念。我们展示了这些想法可以通过元胞自动机模型实现运转，将城市作为物理结构“从下到上”来培养，我们描绘了这些思想如何提供操纵杆以帮助我们控制城市动态发展过程，我们介绍的大量材料涉及这一点。第9章展现了另一组基于空间互动的模型，我们的关注点在于对空间分区之间流的层面来对城市体系进行仿真。这里我们再次强调平衡的概念，同时聚焦于开发工具以引导对城市未来的讨论，高度结构化的可视化方式将会有巨大帮助。在展现这些思想时，虽然我们用了相当翔实的方式来可视化我们的模型和进程，焦点逐步转向土地使用交通模型，以及本篇最后一章所讨论的各类“如果……那么？”问题。

有很多种不同的方式对这些方法进行分类。在第一篇，我们重点关注的是呈现，虽然抽象但在很大程度上是基于网络的。在第二篇，我们的重点是对生成物质形态的一般过程进行建模，不管是基于区位还是基于网络。在第三篇，我们将看到，我们会回到审视直接改变城市形态的设计和政策过程。在所有这些角度中，我们关心的概念是区位和枢纽、网络链接，以及作为网络节点的决定城市所发生现象的行动者和代理人。将这些相对贡献或相对重要性进行排序的一种方法是计算他们彼此之间的联结性或可达性。事实上，这种方法的很多逻辑在各种不同的连通性和可达性概念中也有所体现，因而第一篇所介绍的网络和流分析工具同样有助于我们将这些思想加以应用和实践。

一件非常吸引人但我没有做的工作是向读者呈现更全面的城市科学领域到目前为止所取得的成就。序言部分我略有提及，但因为存在

很多不同的观点，这项几乎是不可能完成的任务。然而，我们可以介绍一下此前的研究者为这样一门科学做过的努力。事实上，这一领域的体系结构在很大程度建立于不同的行业角度，城市如何将经济学、地理学、工程学、环境学和社会学等不同学科应用到住房、工业、交通等不同行业并实现自身运转。在经济学中，城市和区域如何运行一直是宏观区域分析和微观城市理论的关注重点，价格机制被认为主宰了土地使用和交通连接如何改变自身并形成我们观察到的城市。社会物理学已在一定程度上丰富了这一传统，并引入了操作性和实践性工具，虽然社会理论往往从地理学视角提出关于城市结构和隔离形成的理论，但仍然在一定程度上与城市经济学理论的推演结论相一致。区域科学和城市经济学学科关注的是定义各种方法，辅以交通建模和各种来自人口统计学的方法。但很少有研究突出城市中的能量交换乃至信息交换过程，也很少从坚实的生态学基础上思考城市如何运行。到目前为止，现有的（在复杂性理论之前）理论和模型，在很大程度上是描述性的且大多很肤浅。这对我们了解如何建立一门新的科学提出了巨大的挑战，如果我们想要设计全面拥抱复杂性的未来城市，这又明显是必不可少的。

在后面的章节中，我将试图提供这样的见解，但对于那些寻求一门整合的科学，各种应用都已经打好包亟待使用，无须考虑具体的城市问题的人来说，他们恐怕要失望了。不存在这样的包，可能永远也不会存在。如同物理学，看起来整个领域都渴望一个整合理论，或者说终极理论，但正如物理学，这是海市蜃楼。更加可能的情况是，一门新的城市科学将由采纳并修正大量方法和工具而来的一系列方法组成，在一定程度上是一种集成，而这只能建立在一致的哲学基础之上，我们可以称之为复杂性哲学。接下来六章的一些部分联系相当紧密，但他们只能帮助我们建立更好的理解，我们追求设计更可持续的城市的道路注定弯绕曲折，它们能够帮助我们设下一些路标。

第4章

城市增长：等级、规模和钟盘

我在小城镇所讲的故事并不比我在大城市讲的少。大多数历经沧海桑田的小城镇起初规模就很小，大多数在我有生之年迈向伟大的城市起初也不过是小城镇罢了。

——希罗多德（Herodotus），《历史》（摘自简·雅各布斯，《城市经济》，1969）

大约在公元前8000年，依赖狩猎和采集生活的原始人类开始发展定居农业。然而，对于人类何时建立第一座城市仍有诸多争议。许多人认为定居农业在满足人类日常生活所需之外使得生产有了剩余，剩余带来了劳动分工，劳动分工促进了各种社会及科技创新，并进一步提供了建立城市所需的要素（Bairoch，1988）。雅各布斯（Jacobs，1969）等其他一些人则认为城市其实伴随着人类产生而产生，即便城市的建立不能被推到农业革命以前，至少也与农业革命同时进行，与人类游牧和耕种活动并存。有事实证明，公元前4000年左右，苏美尔地区就存在着城镇，但是城市化人口比例非常之低。如此低的比例持续了几千年，直到17~18世纪西方国家开始第一次工业革命才发生改变。

在第1章中，我们提到由于人口集聚带来的经济效益高于成本，城市规模扩大会带动城市经济总量上升。不同历史阶段的情况也表明，随着人口增长，城市规模扩大，积极的集聚使城市居民的收入不断提高。当然，这一结论并非放之四海而皆准，不过基于我们对于效益和城市规模的合理估算，过去200年的城市发展显然如此。自史前以来，

世界人口呈现指数型增长，但直到近几百年之前，生活在城市的人口比例一直稳定地处在低位。确切的比例不得而知，不过根据钱德勒（Chandler，1987）的调查，从公元前500年到第一次工业革命，全世界最大的50座城市人口总和约占总人口的2%~3%。随后，城市人口比例迅速增长。截至目前（2012年），全世界城市人口约占总人口的52%。有预测认为到21世纪末，所有人都将生活在城市，这也意味着届时全世界约90亿人都将被城市化。我们为之奋斗了将近10万年的目标将得以实现。如此大规模的城市化变革带来的影响难以想象（Batty，2011）。

然而，城市化和城市建设的历史远没有如此顺利。莫里斯（Morris，2010）认为文明的发展总是会遇到“瓶颈”，比如，在第一次工业革命之前，城市在集聚了100万人口之后，很难再扩大规模。城市文明和那些大城市在时代变迁中交替兴衰。然而城市规模在不同阶段以及不同时间有明显的变化规律，在本章中，我们就将探讨一些持续发生的变化。这些变化由于对资源的残酷竞争所致，并且很可能愈演愈烈，因为全球将完成生育率从高到低的转变，人口总量将稳定在较高的水平。在本章中，我们将试图理解这些变化：首先，城市如何自行发展成不同的规模？其次，某一城市的规模如何随着城市等级的变化而变化？我们将从一个近乎无政府状态的模型出发，探索人口聚集如何随机发展却又与城市规模密不可分。在这一模型中，一方面，富人会更富裕，穷人会更贫穷，另一方面模型中也存在足够的机遇让富人变穷，穷人变富。随后，我们将依据城市具有的资源建立模型的变量，研究不同城市规模的分布。通过比较模型与其他规模，比如固定规模与建造规模，我们将引入下一章关于城市等级和规模的讨论。

4.1 人口增长与城市规模

4.1.1 最简单的模型

增长模型的基本假设是在任意两个时间段（t，$t+1$）之间，变化与目标（主体）的规模互成比例。如果城市发展随着时间推移而继续增长，那么两者就是正相关的。如果我们假设净增长率“λ”保持恒定，目标的变化，也即人口变化P与增长率之间的关系为

$$P(t+1)=(1+\lambda)P(t)。\tag{4.1}$$

方程4.1中一个简单的递归所导向的回升或复合可以表示为：

$$P(t+T)=(1+\lambda)^T P(t),\tag{4.2}$$

该方程是通用的增长方程。从中我们很容易得知当$\lambda>0$时，人口急剧增长；当$\lambda<0$时，人口急剧下降；如果$\lambda=0$，人口保持恒定，也就是说$P(t+T)=P(t)$。如图4.1所示，我们可以看到关于此方程清晰的变化。然而，如果各个时间段的净增长率在$-\xi<\lambda<\xi$范围内随机变化，且平均净增长率为0，这一增长率将产生复合，人口从正值开始，增长率逐渐趋于0，人口最终也将归于0。当然，这也取决于增长率围绕0上下随机波动的次序，如果这一随机增长率自始至终均为正值，人口将呈现指数增长。这一原理可以用于解释一个较大的人口数量样本，比如城市系统中的人口。接下来，我们将进一步探究。通过图4.1我们发现，在我们选择的典型随机增长率出现次序下，人口下降到0。为了使人口在据其最初数值固定的范围内上下波动，我们需要引入加性模型（additive model）而不是乘性模型（multiplicative model），各个阶段的增长独立于之前的增长率。

似乎我们设计的人口模型和太多不同的目标相关，人口也似乎总是正增长的。而当我们将随机选择的增长率应用于每个不同的目标时，结果会不同。若随机增长率大于一个单位，结果是基数较大人口的小幅增长，而当随机增长率小于一个单位时，结果是基数较小人口的大幅增长。到这里，我们可以总结单个目标的模型为：

$$P_i(t+1)=(1+\lambda_i(t+1))P_i(t)。\tag{4.3}$$

方程4.3递归的结果是在T点之后的长期方程：

$$P_i(t+T)=(1+\lambda_i(t+1))^T P_i(t)=\prod_{\tau=1}^{T}(1+\lambda_i(t+\tau))P_i(t)。\tag{4.4}$$

这意味着人口规模将呈现对数变化。我们将此方程应用于10 000个城市，每个城市从一个单位的人口开始，并将随机选择的增长率λ_i（t）在-0.01<λ（t）$_i$<0.01代入每个城市i。人口分布如图4.2a所示：显然，由于无人口规模的限制，人口分布向左倾斜，并随后表现为正态对数，甚至幂函数。经过10 000个时间单位之后，最大人口为12 119，但平均人口仅为9。实际上，对于模型的解读源自季布兰特（Gibrat，1931），他用此模型研究公司规模中比例效应与增长过程的关系。此后，该模型也被多次用于强有力地证明该过程与上述规模分布的关系（Sornette，2004;Saichev、Malevergne and Sornette，2010）。

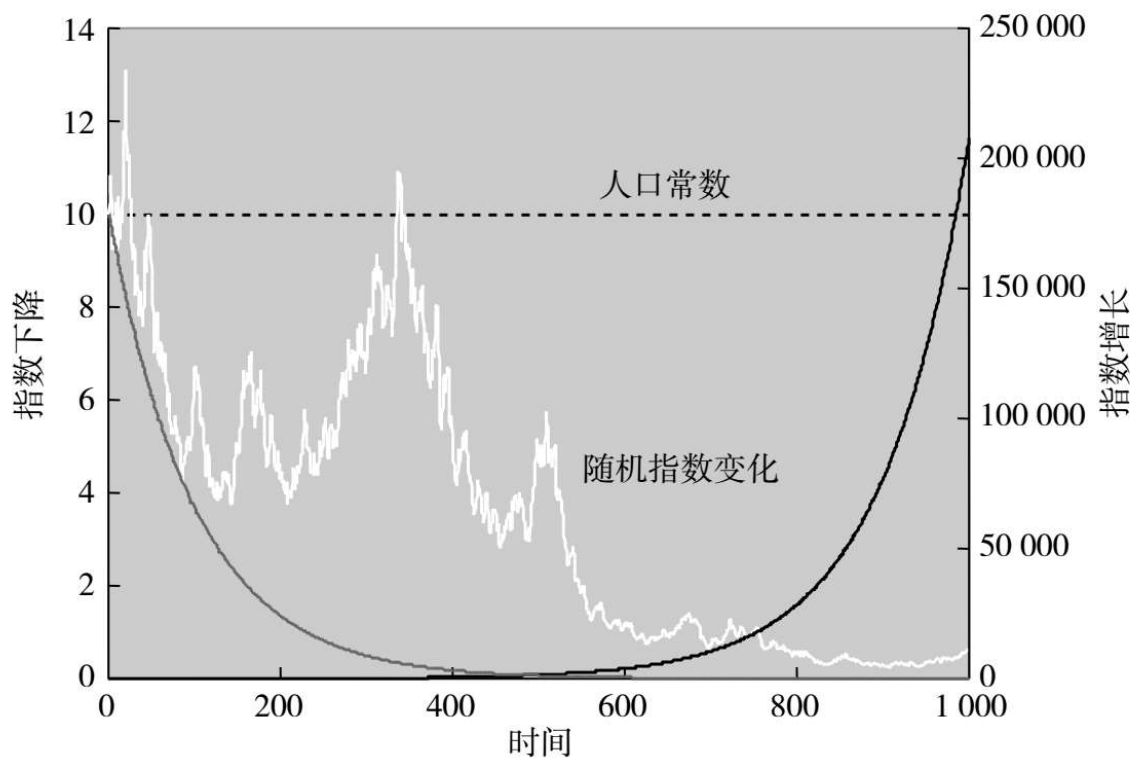


图4.1 指数变化

（黑色，连续增长；浅灰色，持续下降；连续常量虚线，下降；白色，随机变化）

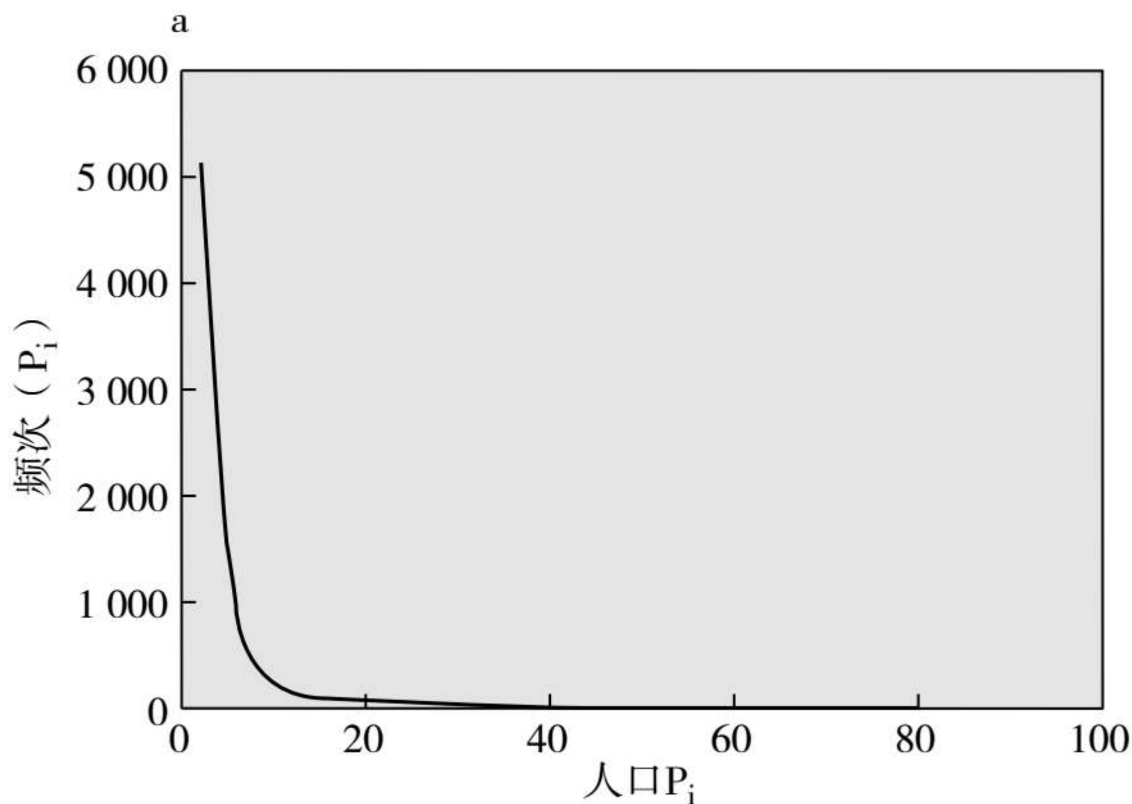
布兰克和所罗门（Blank and Solomon，2000）发现，如果采用更小的约束值，比如在此次研究中保证人口数量不低于1个单位，分布将

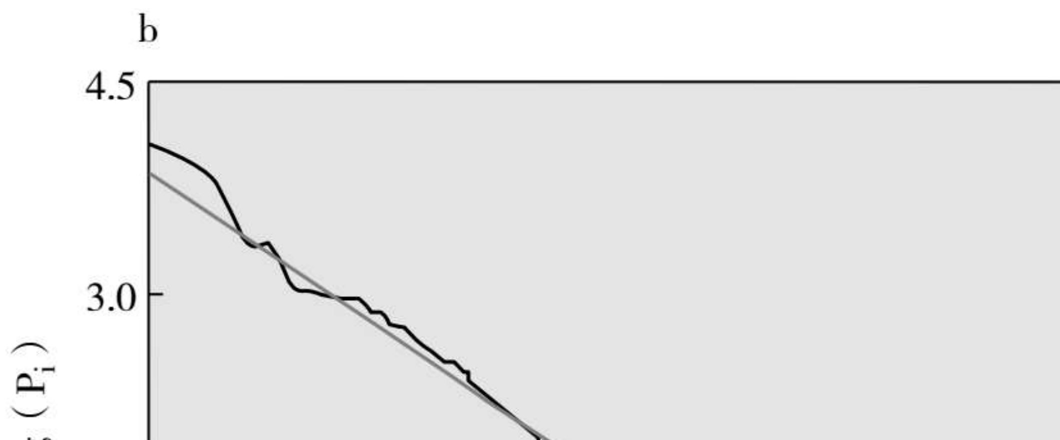
呈现为幂函数。图4.2a清晰地展示了如果我们使用$f[P_i(\tau)]$，我们将得到

$$f(P_i(\tau)) = KP_i(\tau)^{-\alpha}, \tag{4.5}$$

K是比例的常量，α是分布的反幂。我们可以通过使预计值之间平方差的和最小化来拟合方程4.5，将参数K和α进行回归分析，从而将方程4.5转化为：

$$\log f(P_i(T)) = \log K - \alpha \log P_i(T), \tag{4.6}$$





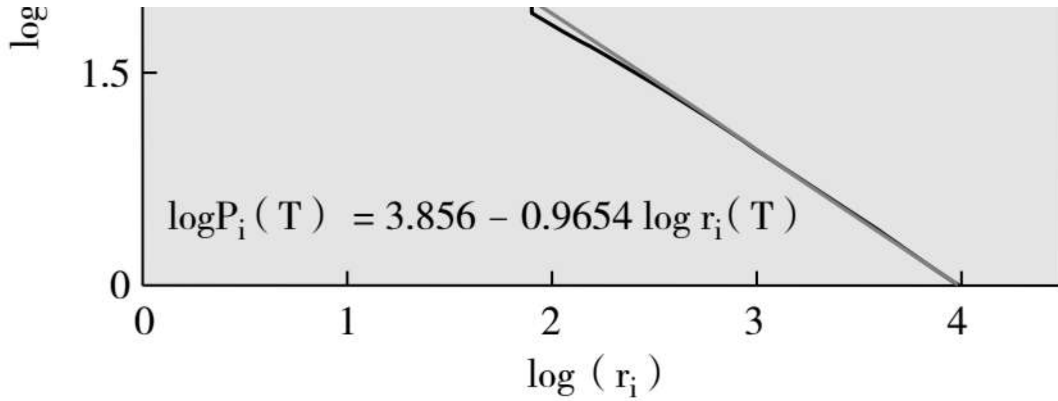


图4.2 比例增长

（a）频度范围100以内的分布，最大值为12 000；（b）整个范围的位序规模分布。

如果我们认为方程4.5是f（P）$=KP^{-\alpha}$的延续，我们求下界至上界的积分得出累计计数$\int_r^\infty KP^{-\alpha+1}dP$，这与$r$相等。在离散条件下，时间断面τ的人口位序人$P_i$（τ）为：

$$r_i(\tau) = KP_i(\tau)^{-\alpha+1}, \tag{4.7}$$

当$\beta=\alpha-1$（Adamic，2002），我们可以将其改写线性形式：

$$\log r_i(\tau) = \log K - \beta \log P_i(\tau), \tag{4.8}$$

方程4.7是由齐普夫（1949）提出的位序规模律，也就是我们在第1章中提到的定律，我们可以用以下方程表示：

$$\log P_i(\tau) = \frac{\log K}{\beta} - \frac{1}{\beta}\log r_i(\tau) = \log Z - \frac{1}{\alpha-1}\log r_i(\tau)。 \tag{4.9}$$

方程4.9图示请参照图4.2b，显然大部分时候的关系是线性的，也因此证明了规模是基于幂律分布的。实际上，这一模拟产生了几乎典型的幂函数关系，β为0.965，99%的变化都得到了解释。这与齐普夫定律也就是α=2且β=α-1=1时的位序规模律极其相似（Zipf，1949）。

4.1.2 基于资源交换的模型

人口呈现幂律分布的基本原因是边界之间交流的不对称，人口既不会呈现负增长，也不太可能不断膨胀。某种程度而言，幂模型并不

能进一步解释交流不对称的情况，因而也只能是一种数学的构造。下一章我们将会看到，尽管这一模型展现了人口分布过程，城市规模增长时间跟现实生活中城市的变化并不相符。在我们开始考察经验证据之前，我们还需要更深层次的理论解释。接下去，我们就将探讨一种理论。

假设某一城市体系在时间点t的总人口固定为P（t），N个时间段人口总和为P_i（t），即：

$$D'_j = \sum O_i p_{ij} = \sum T_{ij}, \quad (2.30)$$

城市规模发生变化的唯一途径来源于迁徙。我们设任一时间段[$t \to t+1$]中城市移民为ΔP_i（t），且$0<\Delta P_i$（t）$<P_i$（t）。如果我们假设一种最简单的情况，在随机选择的时间t内，随机选择的两个城市j和k之间发生的移民使得城市j在人口数量P_j（t）基础上增加ΔP_j（t），而城市k则减少了相同的人口，方程可表示为：

$$\left.\begin{aligned} P_j(t+1) &= P_j(t) + \Delta P_j(t) \\ P_k(t+1) &= P_k(t) - \Delta P_j(t) \end{aligned}\right\}。 \quad (4.11)$$

方程4.10中的守恒也很容易被表示为：

$$\sum_i P_j(t+1) = \sum_{i \neq j,k} P_i(t) + P_j(t) + \Delta P_j(t) + P_k(t) - \Delta P_j(t) = P(t)。$$

$$(4.12)$$

这一过程就好像原子随机对撞中获得与失去能量（人口数），总能量（总人口数）则保持恒定。在一个系统中，两城市分别具有人口P_1（t）和P_2（t），两个人口事件分别为ρ（P_1（t））和ρ（P_2（t）），其相乘的概率为ρ（P_1（t）$+P_2$（t））$=\rho$（P_1（t））ρ（P_2（t））。因此，唯一符合标准的就只有玻尔兹曼分布律（Boltzmann-Gibbs distribution）ρ（P_1（t））$=C\exp[-P_1$（t）$\bar{P}$（t）]和ρ（P_2（t））$=C\exp[-P_2$（t）$\bar{P}$（t）]，其中$\bar{P}$（t）为每个城市平均人口，C是比例常数（Dragulescu and Yakovenko，2000）。

这一结论适用于很多事件与城市，若稳态分布满足：

$$\rho(P_i(t)) = C\exp[-P_i(t)/\bar{P}(t)]。 \tag{4.13}$$

负指数分布与概率分布直接相符。如果我们用反向累积方式做积分运算，进而线性化并利用最小二乘回归法计算参数，我们也可以将其看作位序规模分布。现在，设方程4.13为连续式方程，算$\int_r^\infty \rho(P(t))dP(t)$积分，回归到离散型方程，负指数分布类似的位序规模分布方程可以被写成：

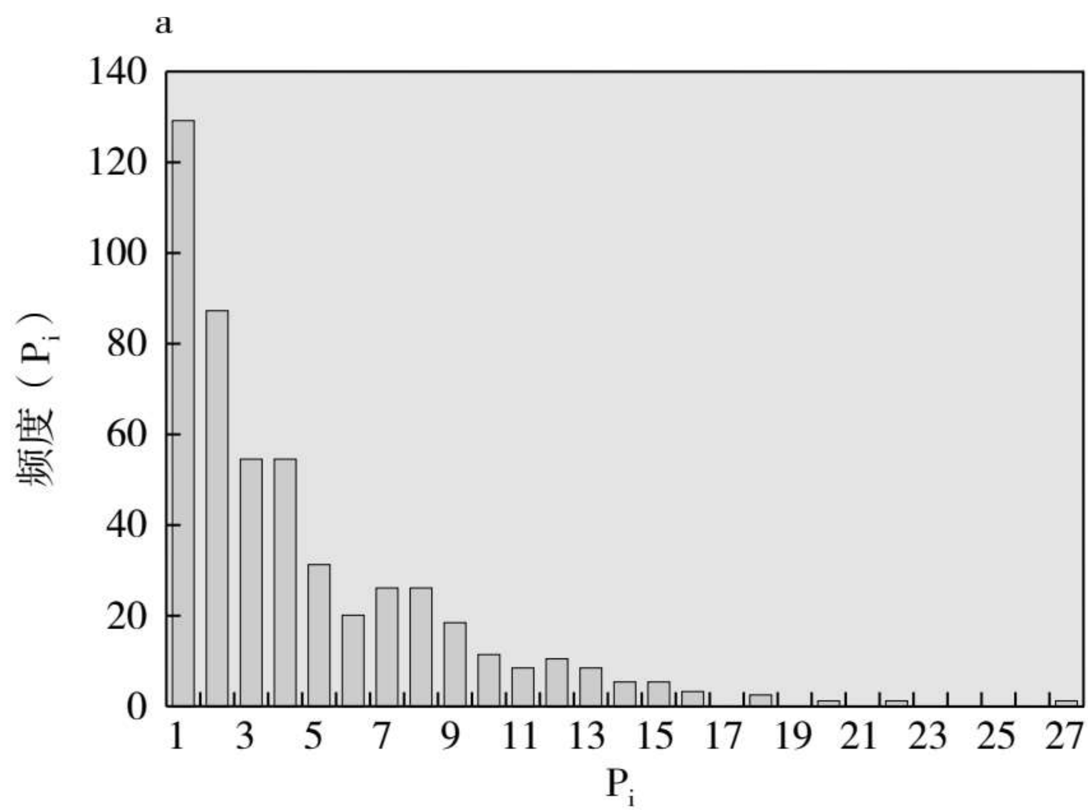
$$r_i(t) = K\exp[-P_i(t)/\bar{P}(t)] = K\exp[-\lambda P_i(t)], \tag{4.14}$$

方程4.14可以被线性化成$\log r_i(t) = \log K - \lambda P(t)$。为了与前文所定义的位序规模关系保持一致，我们实际上将其写成：

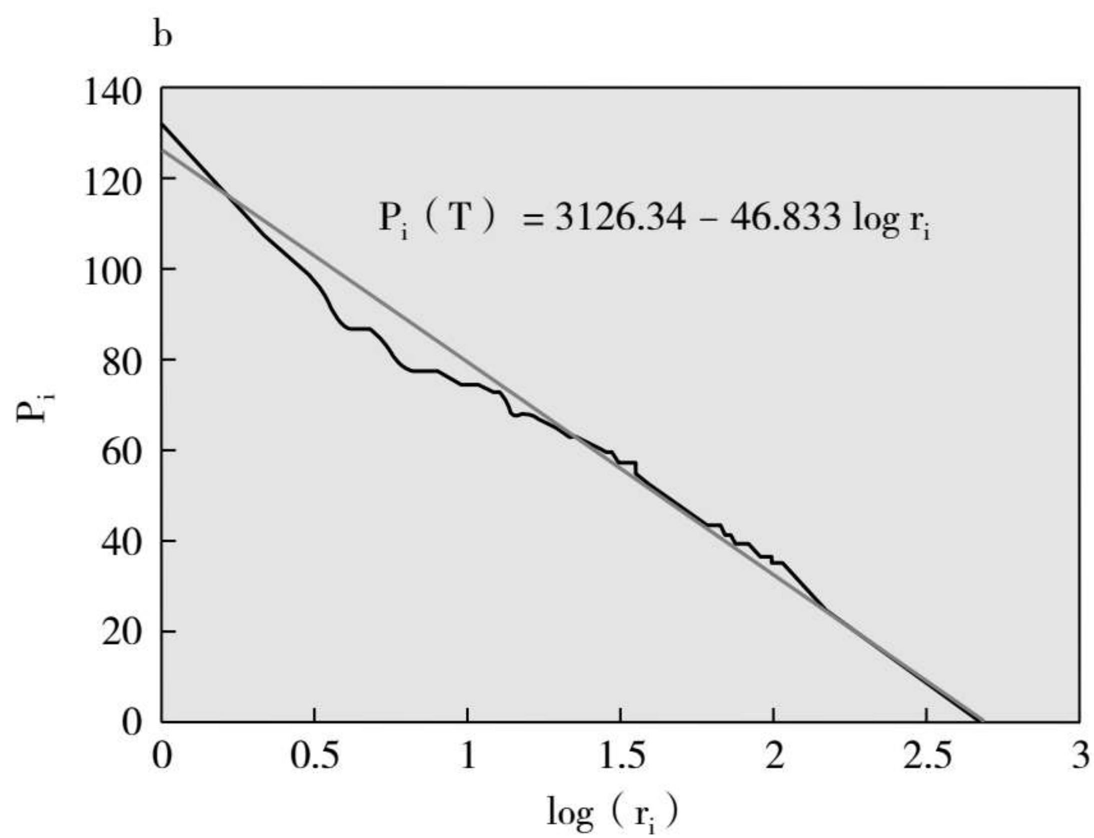
$$P_i(t) = \log K - \frac{1}{\lambda}\log r_i(t), \tag{4.15}$$

其中很明显参数$\lambda^{-1} = \bar{P}(t)$。

至此，我们已经利用简单的资源交换模型建立起了分布方程，适用的参数包括N=500城市，总人口10 000，时间点总数为100万。我们从平均分布的情况开始，即每个城市有20人，固定每次增长或减少数为$\Delta P_j(t) = 2$，$\forall j, t$。模型开始运作后，我们确保人口数不少于零。如果我们选择的城市人口数小于零，直接放弃这组数据，重新选择城市，采纳人口数大于等于零的情况。如方程4.14所示，城市规模的分布逐渐导向玻尔兹曼律。我们在图4.3a中展示了概率分布，在图4.3b中展示了位序规模对数模式，两者都证明与理论分布十分吻合。如德勒吉列斯库和雅科文科（Dragulescu and Yakovenko，2000）所示，概率分布在吻合度上略低于位序规模分布，但原因主要是人为误差，如果计算次数接近100万，吻合度也会接近完美。每个城市的平均人口通过位序规模分布中的斜率表示，这与各系数及交换模型的初始条件相符。尽管这并不是严格意Pi义上的幂次定律，通过放宽条件，使用相同的代数，我们也可以看出交换—移民的过程会趋向幂次定律的分布。



a
140
120
100
80
60
40
20
0
频度（Pi）
1
3
5
7
9
11
13
15
17
19
21
23
25
27
Pi



b
140
120
100
80
60
40
20
0
Pi
Pi（T）= 3126.34 – 46.833 log ri
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
log（ri）

图4.3 加性交换模型生成玻尔兹曼分布

注：a.频度到27的分布；b.全部范围的位序规模分布。

在很多交换模型过程产生的人口规模分布会与等级规模法则相符，乘性模型而不是加性模型会使得分布趋向幂律形态。然而，这些模型容易受到交换率和交换量的影响，并且它们无法保持系统中应有的人口总量。比如类似方程4.11所示，城市是随机选择的，并随机新增与城市人口成一定比例的人口数，并从随机选择的另一城市人口中去掉相同比例的人口。由于两个城市的人口基数并不相同，对称性就被打破了。

$$\left.\begin{aligned} P_j(t+1) &= P_j(t) + \Delta P_j(t) \\ P_k(t+1) &= P_k(t) - \Delta P_j(t) \end{aligned}\right\} 。\qquad (4.11)$$

方程4.16中，我们设随机选择的变化率为ξ_j（t），且$0<\xi_j$（t）<1。只有当人口值小于1时，交换才会发生，也即若P_j（t），P_k（t）<1，交换被放弃。如果我们大量进行此类交换，城市规模的概率分布将逐渐汇聚，但具体是哪种分布模式仍不清晰。举例来说，我们采用与上述玻尔兹曼律模型相同的起始参数，也即N=500城市，总人口10000，时间点总数为100万，每个城市20人的统一分布。然后，使用总是小于0.5的随机变化率，分布将接近幂次定律，见图4.4所示的位序规模模式。然而，当增长率更低时，其他模式更接近指数型。若人口数被作为资本或财富来考虑，即人口数可以为负值，又会有全新的模型。这些模型在其他研究中也曾被使用过（Ispolatov、Krapivsky and Redner，1998）。

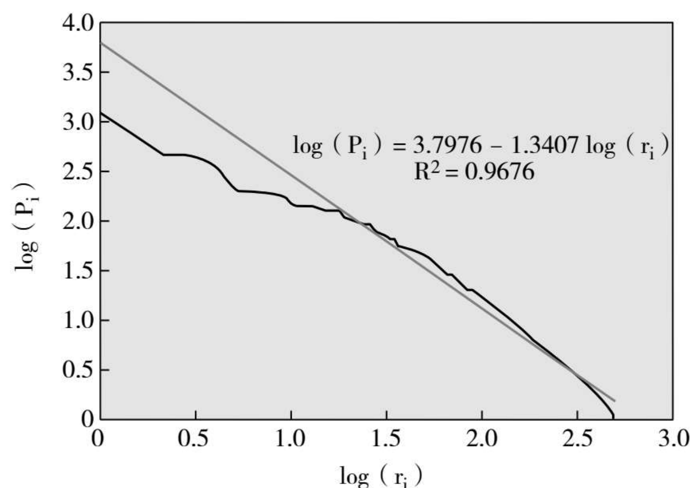


图4.4 乘性模型生成类幂律分布

4.2 复杂系统特征——比例率

在本书中，我们将证明复杂系统的一个重要特征是分布状况会随着系统中成分及主体规模的变化而有规律地变化。比是否构成严格意义上的幂次定律更加重要的是在各种比例变化中都存在规律性本身。城市规模分布规律与不同等级城市的空间影响相关，这一样例已经揭示了这一点。我们在第一章中讨论了构成城市的不同模式，在此我们将讨论城市最简单的组织形式将在何种程度上解释城市空间和时间变化的规律。我们已经介绍了概括这些特征的办法，即根据齐普夫（1949）的城市等级顺序来考察城市的规模分布。如果分布符合幂次定律，则位序规模规律符合方程4.9所示；若分布呈负指数型，则符合方程4.14或4.15所示。

用于解释分布规律的最简单模型将在最后一节中介绍，这些模型或基于乘性增长或基于加性增长，前者符合幂次定律分布，后者符合指数定律分布。在两种情况中，不同规模城市的产生是由于城市可以无限制地扩大，但当城市人口低于一定限制时即不复存在。在这些模型中，刚好触及限制门槛的城市被认为处于衰退，但仍有可能获得增

长的机会。随机比例增长模型产生幂次定律分布，但更普遍的分布模式是对数式的。只有当模型具有硬性较低门槛，幂次定律分布才有可能在稳态下建立起来（Simon，1955;Gabaix，1999;Blank and Solomon，2000;Sornette and Cont，1997）。

接下来，我们将探讨城市分布如何随着时间和空间变化而变化。城市分布随着时间变化相对稳定，城市很少在几百年乃至几十年间发生规模上的变化。然而，当我们考察城市的位序与时间的关系时，变化非常明显，城市等级通常在50年到100年间发生变化。我们引入了很多衡量城市等级随空间及时间变化的方法，并通过“位序钟”的方式来表示（Batty，2006a）。我们以意大利城镇在1300年至1861年的人口变化为例来介绍这种办法。然后，我们会分析比较城市规模分布的规律，包括公元前430年起的世界各城市，1790年起的美国城市，1901年起的英国城市及1950年起的以色列城市。各个“位序钟”所表现出的增长与变化形态大相径庭。当我们将“位序钟”的城市规模分布，与美国公司在世界500强中的分布（从1955年起），以及纽约高层建筑与世界高层建筑分布（从1909年起）相比较，我们将形态和数据制成了不同的视觉盛宴。这为我们理解微观层面动态迥异的体系如何在宏观层面保持规律与稳定提供了丰富的材料。

在解释规模的时候，我们所建构的模型其实太过简单，甚至有些无力，因为模型中所假设的前提——竞争关系，并不能被很好地解释。模型无法证明为什么乘性增长本身是合理的。简单来说，就是为什么城市间的竞争以此种方式进行，这一问题没有被解释。我们所建立的加性（或其他乘性交换模型）都很难解释现实中发生的规律。下一章中，我们会进一步解释网络效应，网络中的节点通过比例效应增加网络连接点从而实现规模增长，其间也会产生竞争（Batty，2006b）。事实上，巴拉巴希（2005）的模型基于偏好性的附加，可以被视为网络竞争效应模型下的一种情况，因为他们都强调共同累积优势。

用此种概括的体系可以解释好几种增长过程。就城市而言，人口规模会扩大也会缩小。城市从小型定居点演变而来，成为大城市必须首先是小城市，因而其增长本就是不对称的。当然，这也是所有增长过程的共性。由于我们难以确定构成城市的最低人口水平是多少，更因为缺乏数据支撑，我们只能从大城市入手，取最大的一两百座城市建立分析模型。在这一模型中，当一座城市进入我们选取范围内——比如说前100，那这座城市就诞生了，否则即宣告其不再属于城市的范畴。当然，城市分布通常符合克里斯塔勒（Christaller，1933/1966）在中心地理论中提出的空间竞争等级模型，随机增长模型似乎也符合上述逻辑。然而，尽管下一章会讨论，我们现在还不打算讨论从个人和公司在市场环境中进行空间选择的角度建立城镇与区域体系的社会经济空间模型。此时，我们还是倾向于简单地论证基本的乘性与加性增长模式可以为城市规模分布体系提供一个基础。

界定城市的空间范围会有困难，但这个问题总体上可以被解决，因为城市空间范围往往决定了城市规模。相比而言，公司更难以被界定，因为一旦兼并发生，集团规模就会发生变化。在最近一百多年间，城市的建筑本身可能并没有太大变化。尽管一般来说城市建筑会随着城市规模扩大而升高，但就最近一百多年来，摩天大楼的建设才是首选。很多摩天大楼都曾被推倒重建，只有少部分被改建、扩建或缩建。观察公司与城市如何在竞争中扩大规模比观察建筑高低更加容易。然而，如果一些地方已经有了摩天大楼，也会出现占地更广的建筑。随机的乘性增长模型适用于城市之间互相模仿，跟风建设第一高楼的情形。因此，对于建筑，我们可能会见到与城市、公司规模不同的动态变化。在我们讨论的时间段内（近一百年左右），我们将不考虑被拆除的小部分高楼，而仅仅关注拆除之后重修且目前仍在服务期的那部分。

4.3 城市的时空动态

我们从一个简单的案例入手，即14世纪至19世纪间意大利半岛上的城市增长（Bosker、Brakman、Garretsen、De Jong and Schramm，2007;Malanima，1998）。案例中的时空动态并不复杂，因为在14世纪及意大利统一期间建立的主要城市（博洛尼亚、佛罗伦萨、热那亚、米兰、那不勒斯、帕多瓦、巴勒莫、罗马、威尼斯、维罗纳），到1861年（分析结束点）并没有发生大规模扩张或等级的大幅度升降。我们设了七个时间点1300年、1400年、1500年、1600年、1700年、1800年及1861年，并且我们找到了这一时期内555个城镇的人口数量，并根据人口规模对城镇进行了排序，分析了等级变化的情况。上述重要的城镇自文艺复兴开始就一直占据着人口数量前十五的位置。之后的分析中，尽管一共有195个不同的城镇都曾进入过前100，我们只考察各时间点的前100名的城镇。有的城镇进入又掉出前100，我们只计算在时间点截止时仍处在前100的城镇，因为我们没有足够数据去考察各时间点期间城市人口规模的变化与排名。数据中，有360个城镇从未进入前100，因此从头到尾都只能算是村镇，有的甚至只是微不足道的居民点。需要注意的是，尽管我们希望考察的是人口规模前100的城镇，第二个时间点（1400年）列入的城镇数目只有95个，而其他时间点则因存在人口相等的情况而使得城镇数目超过100个。

考察这一时期的人口相对稳定度，1300年人口规模排名前100的城镇的人口总数为210万，1500年下降到171万（很可能是由于黑死病与战争导致人口减少），1700年人口恢复至222万，1861年增至397万（因为政局统一及工业化开始）。我们也发现人口的相对稳定度与城市位序规模关系的稳定度直接相关。然而，这种稳定仅仅局限于重要城镇，小村镇的位序发生了剧烈的变动，因为意大利城邦中重要城镇的影响使得小村镇的维系日益艰难。

上述案例对于我们使用各种工具分析描绘城市的空间时间动态十分有利。我们先将7个时间点上位序规模关系归纳为P_i~r（P_i）$^{1/1\text{-}\alpha}$，取对数变化，设logP_i=Φ-ϑlog$r$（P_i），斜率ϑ与规模系数1/（1-α）相

关。此时，暂不考虑时间系数t或τ，将位序与规模相联系记为r（P_i）。与上述方程4.9相同。我们在图4.5a中更清晰地展示了两者分布模式的相似性。衡量规模系数的方法有很多，最传统的也最受偏爱的办法是利用普通最小二乘法（ordinary least squares，*OLS*）估算ϑ，可得比例系数为$\hat{\alpha}_{ml}=1+\vartheta^{-1}$。相对不那么受偏爱的方法是最大可能性法（maximumlikelihood method），纽曼（Newman，2005）曾将其改写为幂函数形式，求解每个分布的可能性的方程为：

$$\hat{\alpha}_{ml} = 1 + N\left[\sum_i \log\frac{P_i}{P_{min}}\right]^{-1}, \tag{4.17}$$

其中，$\hat{\alpha}_{ml}$是比例系数，N是城市数据集（随时间的点变化而变化）中的观察数，P_{min}是界定每个城市规模分布的最低人口界限。传统的观点认为规模分布可能在上尾部分呈现稳定状态，下尾部分则被最小值截断，正如克劳斯特、沙利齐和纽曼（Clauset、Shalizi and Newman，2009）所认为，这可能是实验的一大问题。我们在可用的软件中尝试了这种办法估算$\hat{\alpha}_{ml}$，设最小值为P_k，平均值即为：

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{M}\sum_k\left\{1 + N\left[\sum_i \log\frac{P_i}{P_k}\right]^{-1}\right\}。 \tag{4.18}$$

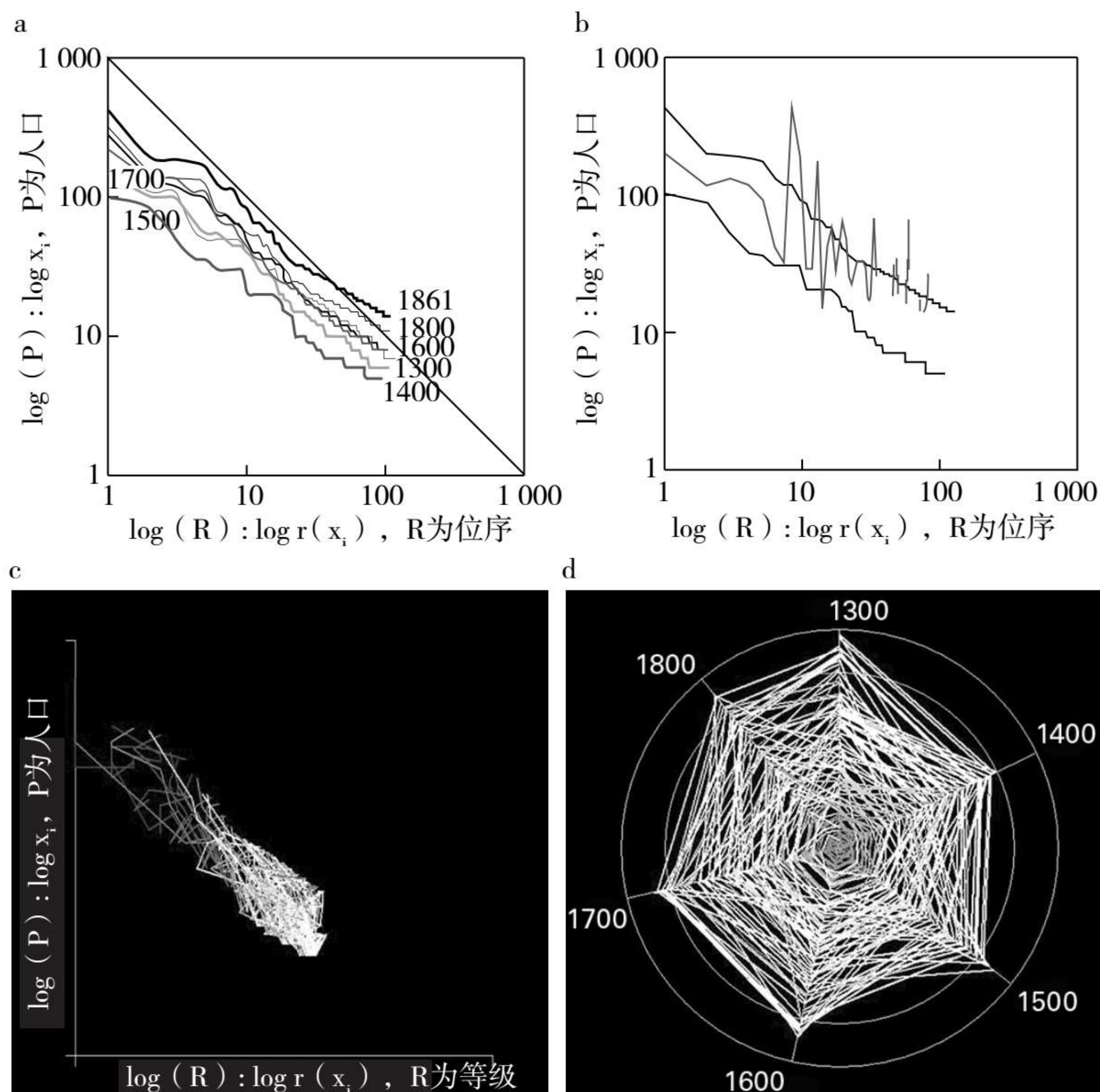


图4.5 位序变化的时空动态可视化

注：a.七个时间的Zipf图；b.1400年与1861年的位序变化；c.所有城镇在七个时间段的位序变化；d. 位序钟（颜色灰度变化依据1300年以来城镇出现年代及其位序。第一个城镇，1300年位序最高的城镇为红色；最末一个城镇，在最晚年代位序最低的城镇为蓝色，根据红蓝光谱绘制为同等的灰度级别。）

表4.1 大致的排名规模

年份	$\hat{\alpha}_{ml}$	α	$\hat{\alpha}_{OLS}$	r^2
1400	2. 836	2. 696	2. 393	0. 851
1500	2. 606	2. 522	2. 283	0. 858
1600	2. 500	2. 438	2. 262	0. 873
1700	2. 631	2. 506	2. 277	0. 871
1800	2. 698	2. 594	2. 403	0. 893
1861	2. 582	2. 562	2. 365	0. 899

如表4.1所示，估算值之间非常接近，这也意味着在500年间顶级城市并没有发生显著的变化。

4.4 比例的可视化：位序钟

有两种探讨时空动态分布的方法。其一，我们可以考察两个时期城市的位序变化，假设任意两个时间点，记录城市的位序变化，利用两次时间点的城市分布位序绘制钟盘。在图4.5b中，我们已经绘制了1400年及1861年的城市分布，展示了意大利城市规模的变迁。该图示是目前为止我们所见到的变化性较大的图示之一。在图4.5c中，我们追溯了每个城市变迁中发生的等级及规模变化，并记录了各个时间点的情况。图中颜色安排如下：最大且最古老的城镇为全红，城市规模越小，进入顶级城市越晚，颜色越冷，依次为红橙黄绿紫（均出现在灰底上）。本章之后部分提及的“位序钟”也使用了此种颜色标注的方法。尽管图4.5b暗示了显著的位序变化，图4.5c表现的变化更加温和，色彩间的平衡表示最大最古老的城市一直都保持着它们的地位。我们需要做的是用更显而易见的方法抽象出重大改变，正因如此，我们引入了“位序钟”的概念。

“位序钟”专注于表示位序的变化，通过钟内城市位序的抛物线变化来表现位序的变化。任何时候，最高层的城市总是位于中心，最低层的城市则位于外圈，即便没有到钟盘也是位于离钟盘最远的地方。时间用顺时针的方法表示，用于分析的时间段在钟盘上标记，钟盘为完整的一周。要想比较两个位序钟，我们必须假设例子在钟盘上直接可比，也即假设各个不同的系统行为可以被表示在钟盘范围内，进而进行比较。并且，如果系统具有不同的目标数量，即便各系统可以合理地用钟盘进行表示，各系统间也往往无法直接比较。下述例子展示了不同钟盘配置可以界定不同的规模系统，因而构成对城市时空动态分布进行分析和可视化的新形态。

图4.5d即我们所说的钟盘。钟盘具有两项突出特点：第一，在中世纪末期处于最高等级的城市直至文艺复兴早期仍占据着中心的位置（零散的证据表明在21世纪初期仍然如此），这一趋势被清晰地用红色标记在钟盘中心；第二，大多数起伏变化发生在钟盘外围，颜色的交叉变化也显而易见。在钟盘上我们几乎没有看到中心的大城市缩减成小城市，更没有退出钟盘的情况，也几乎没有城镇快速成长为大城市进入钟盘。与我们之后的样本不同，意大利城市系统中发生上述变化的城市屈指可数。都灵直至1500年才进入钟盘（进入前100），并于1861年列居第四。另一方面，尽管锡耶纳于1300年时排名第7，但到1861年时已降至45。这两座城市都很难在钟盘上清晰呈现，但现有的软件已经使得这种情况很容易被观察到，我们在后续的例子中会进一步阐述（Batty，2006a）。

钟盘也让我们关注了变化的其他方面。因为形态变化以钟盘方式表现，时间点之间的等级变化很容易从轨迹的变化距离中看出。我们可以确定目标城市i在时间t时的等级$r_i(t)$为“第一变化距离”。我们还没有在这里讨论“规模钟”，但距离仍可以被设为：

$$d_i(t) = |r_i(t) - r_i(t-1)|。 \tag{4.19}$$

各个城市每个时间间隔增加的距离可以被设为：

$$d(t) = \sum_i |r_i(t) - r_i(t-1)|/N(t), \qquad (4.20)$$

其中N（t）为各时间段的城市数量。如果城市位序中不存在并列的情况，则N（t）=100。意大利的例子中，因为存在并列的情况，数量在各个时间段可能有些许不同。这就使得我们需要衡量那些始终处于列表内的城市所发生的平均变化。事实上，如果需要的话，第二、第三、第四，乃至更大的顺序变化都可以被计算出来，累积变化也可以被衡量（见4.21）。

$$d(\tau) = \sum_{i,t=1,\cdots,\tau} |r_i(t) - r_i(t-1)|/N(t)。 \qquad (4.21)$$

在本例中，从1300年到1861年间，所有城市（包括曾进入前100位的195座城市）、所有时间点的平均变化可以被表示为：

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t)\, p_{ij}。 \qquad (3.19)$$

其中，T是变化发生的总时长，如本例中为561年。计算结果如表4.2所示，平均来看，一个城市在100年间发生位序d变化为15位，这与数据中城市在100年间可能发生的位序变化d（t）为12~17位相一致。

表4.2 距离测度：全部城市在整个时间段的位序变化

时段	$d(t)$	$d(\tau)$
1300—1400	16.949	16.949
1400—1500	16.797	21.612
1500—1600	17.064	23.775
1600—1700	11.780	25.371
1700—1800	13.063	23.940
1800—1861	14.518	21.446
平均距离 d	15.519	

测度时空动态分布的最后一项指标是各城市进入或退出前100的速度。计算时间点t时位于钟盘内的城市数量并不困难，计算t之前或之后

（如t+τ或t-τ）依然位于钟盘内的城市也不困难。我们设数量L（t，t+τ）为在时间点t与时间点t+τ均排名前100位的城市数量；另设数量L（t-τ，t）为在时间点t与时间点t-τ均排名前100位的城市数量。稍加比较即发现L（t，t+τ）=L（t-τ，t）。我们可以计算给定时间段t内始终位于前100的平均城市数量为：

$$\Delta x_j = \sum_i p_{ij}(x_i - x_j), \Delta y_i = \sum_i p_{ij}(y_i - y_j)。 \quad (2.8)$$

自始至终均位于前100的平均城市数量为：

$$L = \sum_{\ell \neq t, m \neq \tau} L(\ell, m) / (N-1)^2。 \quad (4.24)$$

上述方程都假设城市数量N为恒定，如果城市数量像意大利案例那样出现了变化则需要修改；如果有要求，比例方法与可能性方法也能够加以计算。

我们需要参照整个时间段T定义半衰期。我们没有具体的函数来描述城市维系排名的过程，鉴于时间间隔往往不能很好地计算半衰期，我们需要通过检查和插值得出。我们可以在整个时间序列中都这么做，也可以在每个发生变化的时间点做。归根结底，对时间点t，我们需要对方程L（t，t）/2=L（，t）=L（t，）求解。因为没有正式的一般化函数可以用来测度维系程度，我们需要考察矩阵L（t，t+τ）。然而，若假设存在指数型衰退，排名最前的城市数量可能减少。如果数量没有减少，则证明该体系非常具有高度的稳定性与规律性，半衰期与排名最大值的接近程度可以用来测度该体系的稳定性。

意大利的案例很好，因为时间点不多，我们可以对矩阵L（t，t+τ）的结构进行因果关系的考证，结果如表4.3所示。尽管最前的城市的最大数量为118，1300年至1861年间共有195所城市曾进入排名。核心城市的等级存在很强的持续性，74座城市自始至终都在前100内。其他城镇位序波动性较大。因此，在这个体系中，尽管核心城市的地位波澜不惊，较小城市间正不断为了位序而进行激烈斗争。表4.3显示，所有案例的半衰期可能都比所考察的城镇分布所跨越的561个时间段要

长一些，这意味着空间重构情况很少和较低的增长水平。这意味着其几乎没有发生空间重构，增长率也较低。1300年的118个城镇中大约有55%到65%在1861年中排进前109。可以估算平均半衰期为600年，但这与我们马上要讨论的案例相比要大很多。

表4.3 从时间点ℓ到m存在于排名的城市数量L（ℓ，m）

时间(ℓ，m)	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1861
1300	*118*	81	80	71	70	67	65
1400	81	*94*	81	65	62	64	59
1500	80	81	*106*	82	76	73	70
1600	71	65	82	*104*	85	80	76
1700	70	62	76	85	*103*	89	79
1800	67	64	73	80	89	*107*	86
1861	65	59	70	76	79	86	*109*
$L(t)$	72	69	77	77	77	77	73
L	74						

不同比例的城市体系

我们已经讨论了若干用来分析规模体系时空动态分布的工具，现在有必要做一下小结。第一，衡量规模稳定性的工具是齐普夫图形，特别是规模系数α，或倾斜度ϑ。在纯粹的齐普夫图形中，P_i~r（P_i）$^{-1}$，ϑ=1且α=2，图形可以比较不同构成主体间的相互竞争。当ϑ<1或α>2时，分布中较大城市的规模与较小城市相对比较接近，互相竞争较少，反之亦然。当然，幂律之于齐普夫图形的适用性测度及其随时间发生的变化，同时也可以测度这些图形之间有多接近。我们讨论的最大可能性法和普通最小二乘法这两种方法尽管也存在各种各样的偏向性，但却是标准的方法（Newman，2005;Clauset、Shalizi and

Newman，2009）。第二，最好的图形表达是位序钟，因为每个目标个体都能够通过其轨迹被追踪考察，目标整体又形成了一个完整的形态。钟盘由各种不同的轨迹线构成，我们在图4.6中展示了其中的5条，我们的总体目标是将各种不同案例的形态放在一起，以展现不同比例体系所具备的不同的动态过程。我们现在就开始尝试进行整合，本节的下半部分会讨论城市的不同形态，下一节会讨论公司及高层建筑的形态。

图4.6的钟盘中，每一圈层代表相同排位的对象。一些对象螺旋进入钟盘，另一些对象则系统性衰退并滑出钟盘。理论上，一个对象可以任意次数地进入、滑出钟盘。事实上也确实存在一些极端案例：如果一个对象在t时进入钟盘，在t+1时滑出，在t+2时进入，以此类推，那么该对象的轨迹将是根据其进入钟盘的时间留下的一个个间隔点，因为在进入排名表之前没有在钟盘上留下任何标记。如果我们确实有更细致的等级数据，我们是可以用轨迹线进行表示的，方法之一就是扩大钟盘范围。图4.6也显示存在这样的情况，一些对象进入后退出又再进入，或者退出钟盘后再进入又再退出。钟盘的圆心十分重要，因为对于很多比例体系来说，往往有某个对象始终保持最大，比如在过去的200年中，纽约始终是美国第一大城市，伦敦是英国第一大城市，巴黎是法国第一大城市等。

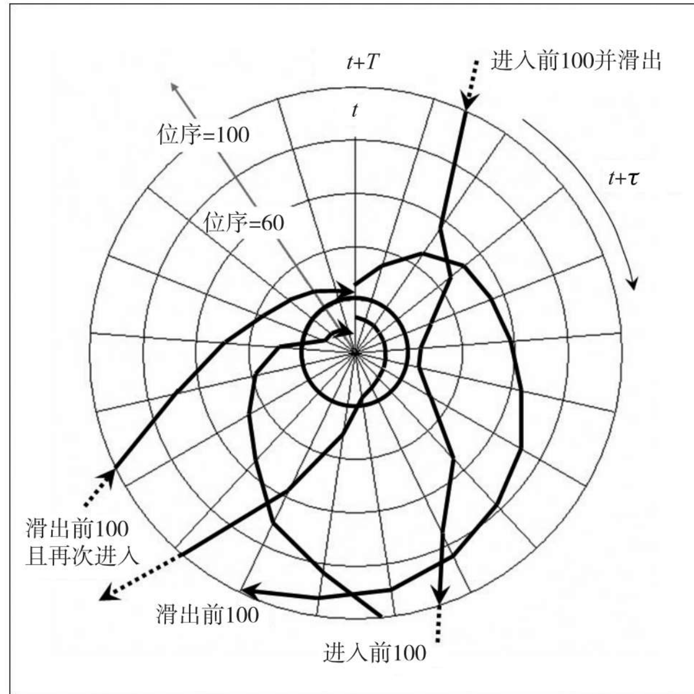


图4.6 定义位序钟形态的可能轨迹

测量变化的两种方法，一种是基于距离，一种是基于对“半衰期”的估计，都对测量位序的实际变化有重要作用。距离取决于时间间隔跨度以及位序变化的幅度。在意大利城市数据中，时间间隔为100年（第七个时间段被调整为61年）。表4.2表明100年间平均位序变化为15位次，这也意味着500年间平均位序变化为75位次。第二种统计方法是“半衰期”，在600年时间里，大约有50到60座城市会掉出前100。当城市离开或进入排名，简单地假设平均距离*d*的间隔为5或6将对这种变化造成高估，但这仍然表明，审慎地使用半衰期或距离测量方法能够帮助我们生动地描绘出这些动态变化。实际上，累积变化距离*d*（）是一个能够更好地反映位序变化的指标，它充分地考虑到了系统演进过程中城市进入以及退出后又重新进入排名的情况。

我们现在需要选择并考察不同比例的不同城市体系。我们已经利用钱德勒（Chandler，1987）的数据库分析了公元前430年至公元2000年间不同时间间隔下排名世界前50位城市的变化，这也是我们考察的时间最长规模最大的一些城市。后来，我们又以10年为间隔探讨1790

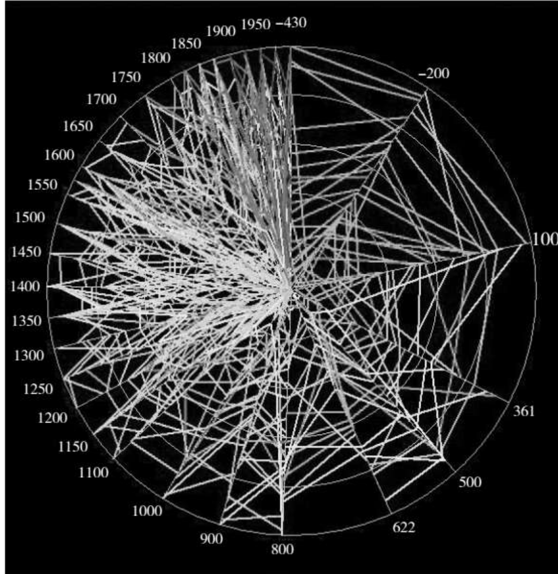
年至2000年间美国排名前100位的城市（数据来自美国人口统计局；参见Gibson，1998）。我们也以10年为间隔讨论了1901年至2001年间英国前100的城市（ONS，2010）。最后，我们以变化的时间间隔为基础考察了以色列前172位城镇在1950年至2005年间的变化（Benguigui、Blumen-feld-Lieberthal and Batty，2009）。以色列在尺度上更像是个大都市区，但其中的每个城镇都具有独特的地理及文化特征，从而为样本增加了多样性。

在每个体系中（包括意大利案例），我们或者选取了固定的排名作为标准，或者根据数据库总体情况来决定城市数量。比如说，以色列的案例中，在1950至2005年的55年时间内共有172个城镇；1950年共有34个被纳入范围，在2005年则有164个。然而，只有8个城镇在13个时间点中都出现了。这种情况并不普遍，在英国，城镇数量458在100年内未曾发生变化。我们在每个时间点（共10个）只考察其中的50座，一共有70座城镇曾被纳入考察范围。为了更好地比较，我们必须注意到城镇数量及时间点对等级变化数据的影响。

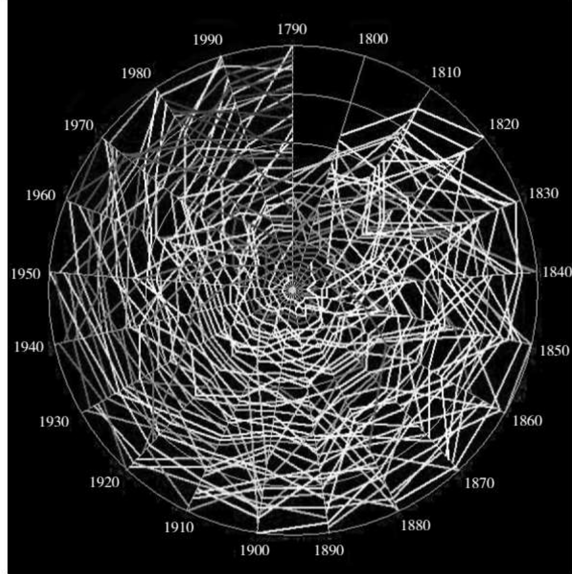
世界城市体系变化更加剧烈。2000年处于前50的城市中，没有一座是公元前430年时前50的城市，只有6座在1453年君士坦丁堡陷落时也位于前50。一个城市衰落的周期原本大约是200年，到了2000年衰落周期降至100年。简单来说，文明的兴衰可以透过数据库中城市的轨迹线来观察，尤其是希腊、罗马的兴衰，黑暗时代（中世纪）的到来，中国的增长—衰落—复兴以及发展中国家爆炸式的城市化发展。意大利例子中的位序钟如图4.7a所示，很显然，并不存在始终占据中心地位的城市。几百年中一致保持在考察列表内（世界前50）时间最长的城市是中国苏州，在2430年的考察期内保持了2158年，即便如此，苏州现在也掉出了前50（尽管苏州增长迅速，但除非被纳入上海，苏州很难再次进入前50）。在世界城市体系考察中，城市衰落周期明显加快，保持每25年减少20年的速度，目前已经降低至75年。与这一衰落期最相近的是美国的城市系统，如图4.7b所示，与图4.6中特征几乎一样。从1970年开始纽约一直处于钟盘中心，芝加哥、洛杉矶及休斯敦

等城市则随着人口在近150年迁往中西部、加利福尼亚及西南部而掉出了中心。自美国从19世纪中期工业化以来，前东部的殖民地城市，如查尔斯顿，更是退到了钟盘外。

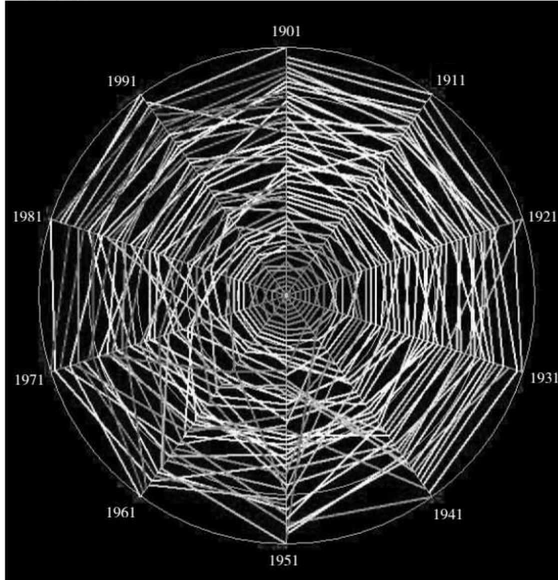
a.世界



b.美国



c.英国



d.以色列

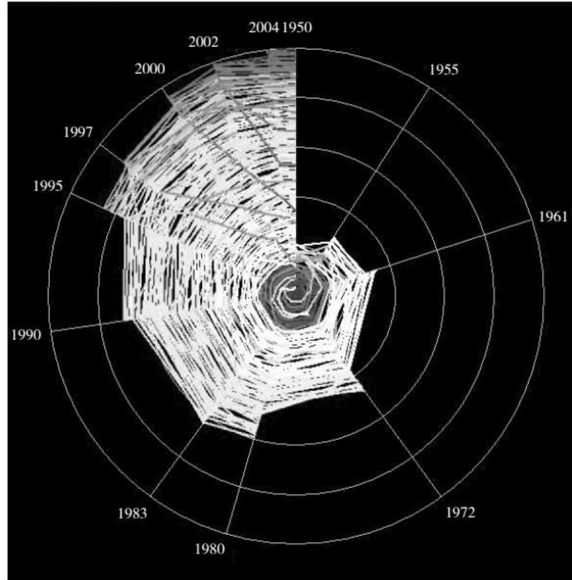


图4.7 城市体系位序钟

我们所举的两个例子也各不相同。英国（包括英格兰、苏格兰和威尔士）城市的衰落时长是美国及世界城市体系的两倍，约为150年，

并且该时长并没有变化的迹象。这是因为核心城市在19世纪就都被建立起来了，20世纪的逆城市化也并没有改变城市的整体模式。如图4.7c所示，核心城市的轨迹如意大利城市体系那样略向外扩散。以色列的位序钟如4.7d所示。以色列的城市体系完全不同，其城市的衰落期很难被确定，因为在过去的半个世纪中随着国家建立并稳定发展，不断有新的定居点建立起来。在增长的情况下，衰落期与增长完成的阶段比是体现吸引力的表现。粗略的估计可能是50到70年，但1950年建立的34个原始定居点到2005年仍处于中心地位，因为掉出钟盘的数量很小，因此很难衡量。除了矩阵L（ℓ，m）的对称，半衰期是一项不错的衡量指标。好的测度法涉及距离，我们下面将要讨论。图4.7d显示了以色列城市体系的位序钟。

将位序规模函数应用于所有城市体系所有时间段的结果如表4.4所示，得以解释的变化占到了85%到95%。比例系数都大于2，这意味着一线城市的统治地位要弱于其在纯粹齐普夫模型（α~2）的情况，若体系最终演变成稳定的状态，这种情况将更加普遍（Gabaix，1999）。平均距离变化必须通过规模轨迹线变化所经过的平均时间段来解读。有趣的是，经过工业化的城市体系（美国、英国及以色列）位序变化为每10年4~8位，而世界城市体系每80年的位序变化才是8位。因为时间段划分太过不同，距离考察不是那么可靠，意大利的城市体系每80年位序变化16位，每10年变化5个位次，与其他国家的城市体系差不多。

最后是关于位序钟之间的比较。美国及以色列的位序钟并不是从前100的城市开始，因为起初它们没有那么多城镇。美国的位序钟至1840年时出现了100个城市，并且在之后保持相对稳定。以色列的位序钟则没有出现数量稳定的情况。两个位序钟都显示了显著的增长，以色列位序钟的特点是核心城市稳定但新兴城市数量庞大，美国则因为人口西迁与南迁的趋势而导致位序钟的核心城市不是特别稳定。英国位序钟是最典型的缓慢增长，很多轨迹线呈完整的圆，等级相近，核

心城市也保持稳定。世界体系是最不稳定的，早期文明的城市与中世纪、中国各朝代及现代世界的城市显著不同。

图4.4 五个城市体系的相对位序变化测度

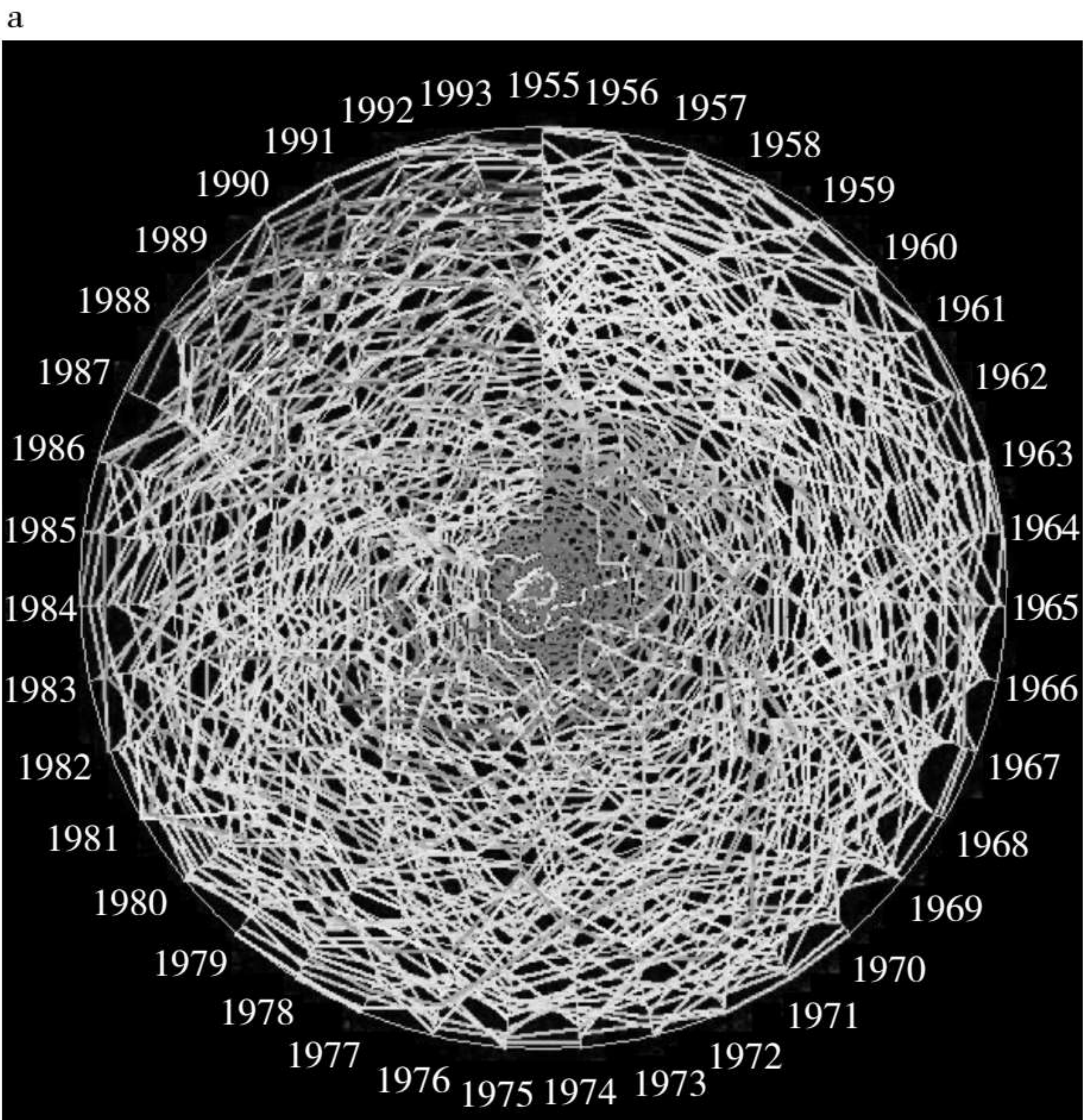
城市体系	数量 N	时间 T 年	$t \rightarrow t+1$ 年	Min $\hat{\alpha}_{ml}$	Max $\hat{\alpha}_{ml}$	Min r^2	Max r^2	Min $d(t)$	Max $d(t)$	d	L
世界	47－50(390)	2430	80(25－260)	2.127	3.236	0.906	0.945	4.914	10.973	7.785	14
美国	24－100(266)	210	10	1.952	2.674	0.911	0.944	2.242	7.559	4.667	25
英国	50(458)	100	10	2.746	4.062	0.948	0.951	1.941	9.857	4.220	41
以色列	34－164(172)	55	4(1－11)	1.748	2.035	0.782	0.850	1.578	5.917	4.032	83
意大利	94－118(555)	561	80(61－100)	2.493	2.836	0.851	0.899	11.780	17.064	15.519	74

人口分解：公司规模与建筑高度

我们最后要讨论的公司规模和建筑高度所涉及的体系大相径庭。公司规模的数据来自500强统计（CNN，2009），涉及1955年至1994年美国公司规模分布；世界及纽约高层建筑（摩天大楼）的数据则来源于安波利斯建筑数据库（Emporis，2009）。公司规模分布不是空间上的，高层建筑高度分布则是空间上的，尽管高层建筑的空间化程度比城市规模分布的空间化程度要低很多。公司规模的考察中，我们关注的不是所有500强企业而是前100强，因为随着目标越来越多，位序钟轨迹线会越来越密集，考察单个目标的时候就不得不多次放大（O'Brien 2012）。公司像城市一样可以通过等级进行排序，我们以公司的收入与盈利比为指标，因为该指标能反映公司的运作是否良好。我们并不会在此给出后一部分的等级排序（如需要请参看Batty，2007）。从图4.8a所示的收入钟盘中，我们可以得知公司等级的变化巨大但有规律。

本质上看，有一批核心公司确实独领风骚，但它们的排名并非固若金汤，而且排名的下降还相当有规律。图4.8b很好地表示了这一规律，其中前100的公司数量为L（ℓ，m）。我们可以从中发现公司体系的半衰期大约为25年，图4.8a显示了起始年份1955年排名居前的公

司。公司进出排名的情况在中间点1975年反转。图4.9单独列出了六个公司的轨迹线，很明显，钢铁及重工业公司远离圆心，而高科技公司（比如IBM）则靠近圆心。美国最大的汽车制造商，如美国通用，兼具双重性质，因而得以维持它们的地位。通用（不在图中）在40年里名列第一。2012年的情况发生了很大变化，因而我们的分析也应当及时更新以进一步对相应的变化进行探究。表4.5中，位序规模关系非常符合，几乎所有分布中r^2都接近99%。从距离方法来考察公司位序变化所得结果与城市规模分布相比变化更加剧烈。



b

120

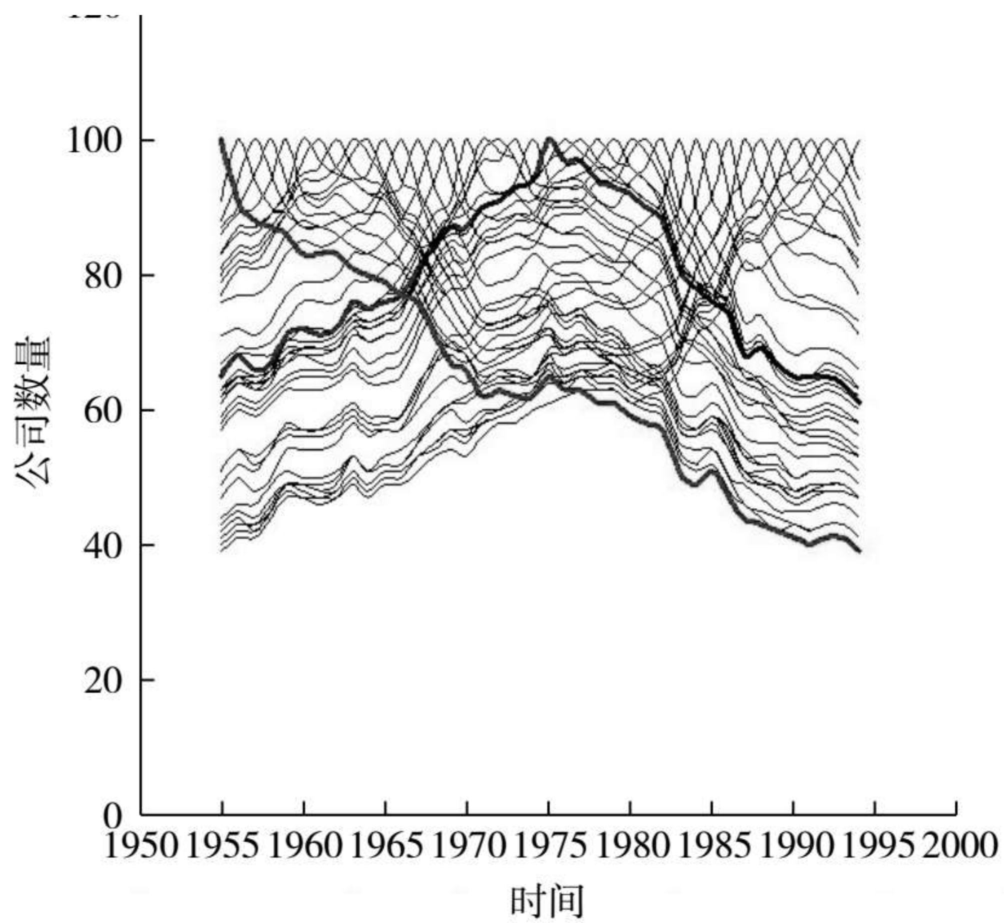


图4.8 （a）财富100强的位序钟和（b）基于1955—1994年排名的公司存续与衰落情况

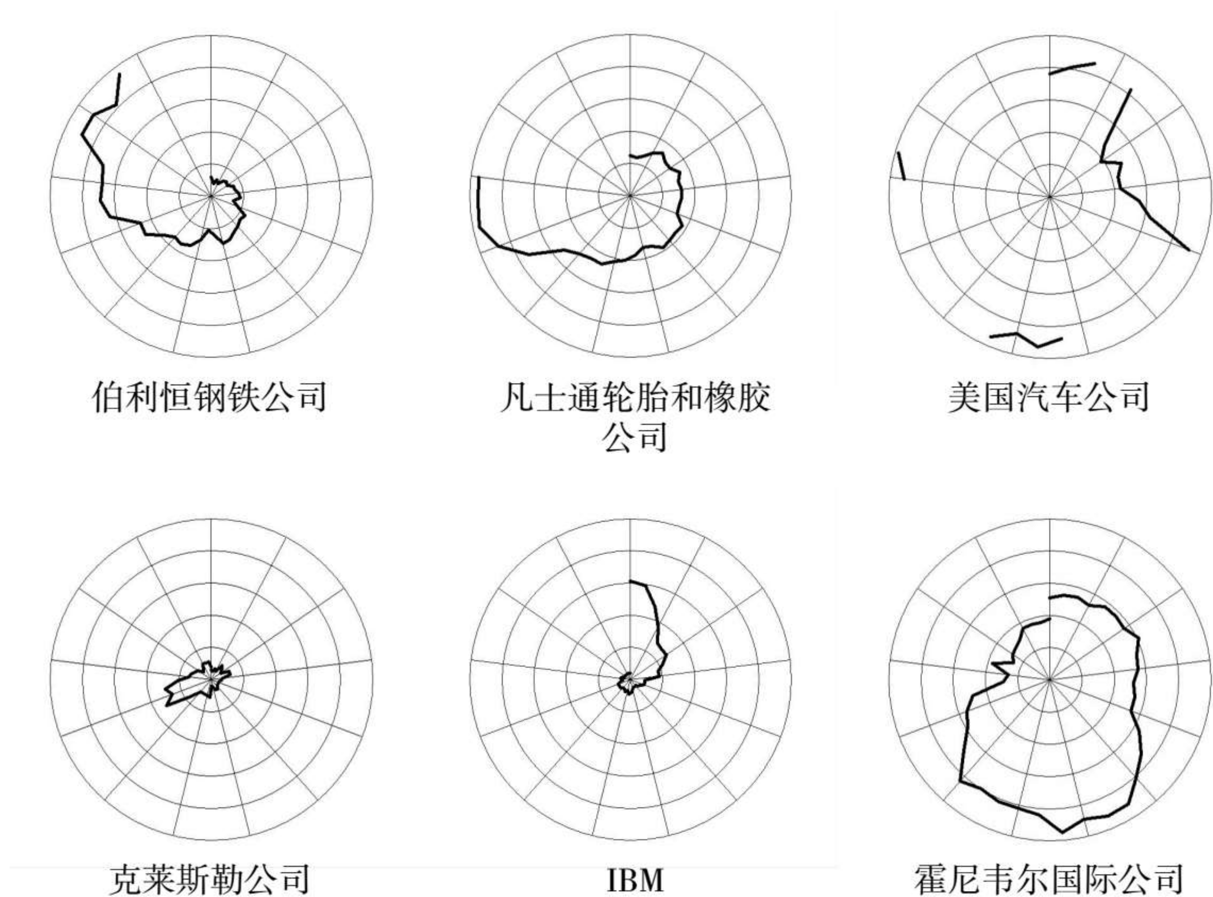


图4.9 1955—1994年财富500强中特定企业的位序轨迹

如前所述，我们要讨论的第二个方面，高层建筑则显著不同。目前为止，我们数据库中所有的高于12层或40米的建筑从竣工之日起就没有发生高度的变化。只有在如香港那样快速发展的地区，我们才能看到高层建筑被推倒重建。可能有人会认为那推倒重建相当于是产生了新的建筑。这意味着建筑本身不会出现位序上升，它们只是处于一个特定的位序，这一原始位序不再会升高。建筑不会在数据分析的时候变高。事实上，如果体系稳定的话，建筑往往处于相同的位序。总的来说，一旦建筑处于某一位序，只有当新修的建筑比它高时，它才会出现位序下降的情况。此处我们考察两组数据：一组是纽约（典型的高楼城市），另一组是安波利斯（Emporis，2009）数据库中的60 000座高楼。

尽管事实上有高楼早于1909年修建，我们仍假设每组数据中的第一座高楼建于1909年。纽约在20世纪20年代与30年代间修建了大量高层建筑。因为高度相等，1916年共有119座建筑位列前100，这也意味着如图4.10a所示的位序钟将有约120条轨迹线。钟盘完全基于高楼列入前100后的位序变化所绘制。20世纪20年代末及之前修建的建筑为红色、橙色、黄色，这些建筑被30年代初所修建的建筑（绿色）所取代。尽管有些旧的建筑仍位于前100，总的来说，新建的建筑要比原有的建筑高。为了观察更加清晰，我们得放大钟盘以考察具体的轨迹线。这在纸质版中无法做到，因而我们必须得借助相应的软件（Batty，2006a；O'Brien，2012）。图4.10b表示的是世界高层建筑的数据，早期世界范围内所修建的一些高层建筑至今仍在钟盘内，增长的时间段也明显晚于纽约，因为很多高层建筑是随着发展中国家经济腾飞而修建。如果我们比较两组钟盘在任一时间点的数据，比较矩阵L（ℓ，m），我们就可以找到一座建筑的修建时间及其位序。

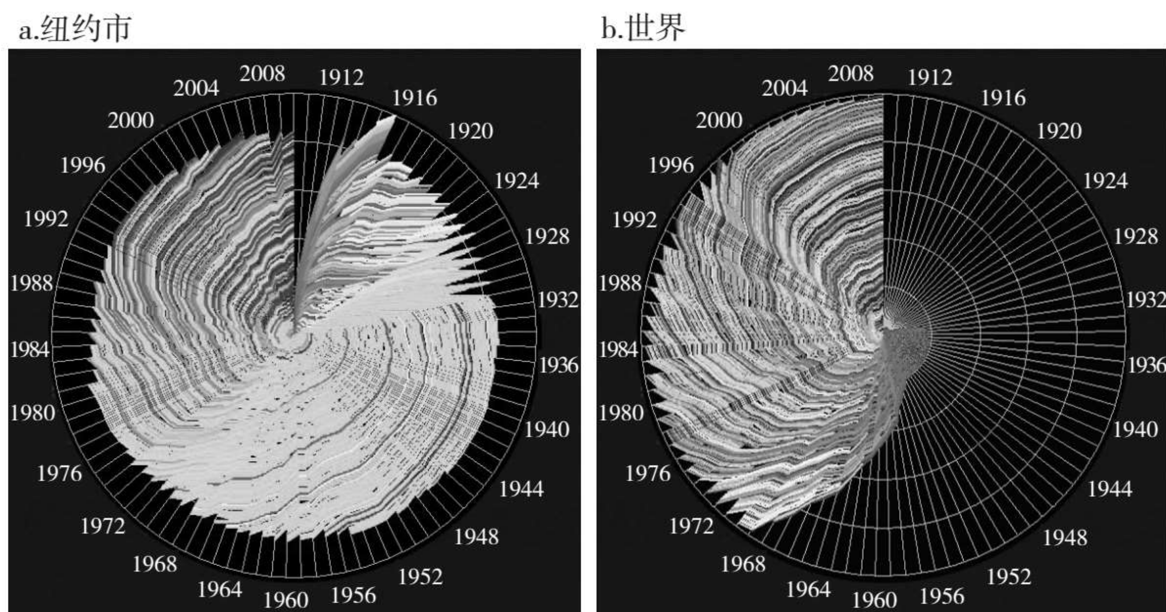


图4.10 1909—2010年前100位的高层建筑位序钟

表4.5中列出了两个案例的大量信息。正如r^2所表明，纽约的位序规模函数非常符合猜想，且越往后分布越符合。尽管世界范围函数的

早期表现不尽如人意，但后来也同样符合我们在其他分布中得到的结论。如规模系数α所示，让这些分布迥异的因素之一是竞争。参数值远大于2，意味着位序规模曲线比齐普夫模型（ϑ=1）要平得多，也即城市内修建高层建筑的竞争要小得多。高层建筑的动态变化与此前城市、公司的动态变化也明显不同，这也要求有更进一步的研究，但我们可以用跟风或时髦效应模型加以解释。在距离数据方面，因为时间间隔都非常相近，所得的数据也就缺乏辨识度；早期，原有建筑一直存在，但没有新建筑出现，因此位序没有变化。此外，距离方法所指向的位序变化统一向下，这也意味着我们需要修改我们的模型，以便展示本身没有变化却因为其他样本变化而发生改变的情况。在这种情形下，半衰期方法也很难发挥作用。20世纪20年代为10年，70年代为20年，但我们仍然无法用这些数据去预估之后可能发生的情形。

表4.5 公司和高层建筑的相对位序变化测度

测度系统	数量 N	时间 T 年	$t \to t+1$ 年	Min $\hat{\alpha}_{ml}$	Max $\bar{\alpha}_{ml}$	Min r^2	Max r^2	Min $d(t)$	Max $d(t)$	d	L
财富100强	100（343）	41	每年	2. 205	2. 739	0. 987	0. 995	3. 397	7. 988	5. 158	56
纽约高层建筑	12－119（516）	101	每年	3. 048	6. 259	0. 873	0. 959	无	无	无	39
世界高层建筑	1－101（500）	101	每年	3. 997	7. 462	0. 627	0. 962	无	无	无	19

城市规模基本论点的延伸

涉及人口的规模体系在宏观层面具有明显的规律性，并掩盖了微观层面的动态变化。我们通过城市在位序规模分布系统的相对变化来展示这些微观层面的动态。尽管到目前为止我们仍没有详尽地认识这一动态过程，我们知道各个要素之间的竞争根植于此消彼长的态势。事实上，传统理论认为，城市体系中的中心城市都是从底层开始发展，城市越来越壮大，服务越来越多的人口，进而具备越来越多的功能。这些传统理论花了很多时间解释城市宏观层面的变化。随机的按

比例增长解释了单个城市的发展与其他城市相关，但并未就城市间如何竞争提供良好的解释（Rozenfeld et al.，2008）。在微观层面，一方面公司的增长由于兼并重组的可能而更加复杂，另一方面体系构建正面临独特的变化基础，比如建筑由开发者对于高层建筑的需求而决定，且因建筑过程和投资决策等因素而变得更加复杂。

我们对于这些变化的认识意味着不同的规模增长展示了不同的形态，我们也已经开始尝试用“位序钟”来对这些形态进行分类。但我们仍需要更好的方法来进行不同体系间的数据比较，因为在比较过程中，衡量与比较的客体数量、间隔时长、时间点很难控制。尤其是，半衰期的概念需要进一步澄清。规模比例系数与特定体系内各竞争要素之间的关系需要进一步确定，分布模式中各单独要素之间的联系也需要借由更系统的方法进行跟踪分析。“位序钟”上的轨迹帮助我们关注这类跟踪分析，但我们的分析仍然没有将各要素联系起来。

因此，网络分析，也即分布模式中各要素之间的联系，将大有作为。我们现在了解的很多关于不同客体之间增长与变化的关系可能可以被拆分、解读成新的网络连接的发展与增长。我们至少需要考察三个层面的问题：第一，基于现有成果，为规模体系研究提供更详尽的时空数据；第二，构造与规模体系类似的网络模型，增加分析的广度，比如将城市规模分布延伸至城际交流、贸易及移民的网络；最后，我们需要不同空间、不同规模的城市案例，进而准确解释城市、建筑及公司之间的关系，这些都是人口集聚形成规模经济的要素。下一章，我们将探索如何将这些思想延伸到网络，回到第3章中的联系主义学说。我们将关注规模与乘性增长如何与网络相关，结构如何在不同空间尺度上呈现。

第5章
等级体系与网络结构

对于一个柏拉图主义者来说，世界上的一切都是相互关联的，或许事实正是如此。万物相连，只是有些事物之间联系更为紧密。世界就是一个充满交互作用的大矩阵，其中大多数元素取值都接近于零，按照这些元素的数量级来排序就可以确定一个特定的等级结构。

——赫伯特·西蒙（Herbert Simon），《发现的模式》（1977，第258页）

对于“城市”而言，等级层次是内在的。城市由村落、乡镇发展而来，然后进一步扩大成为大城市甚至特大城市。世界级的大城市被称为国际大都市。从某种意义上来说，所有城镇聚落，不论大小，都可以统称为“城市”。但是，从最小的城市单位到最大的城市，这样的城市序列包含着一个等级体系，其中规模较小的城镇数量比规模较大的城镇要多得多。这就是所谓的中心地学说，最早由克里斯塔勒（1933/1966）提出，而后由廖什（Losch，1940/1954）发展成为一种经济逻辑，最后经过贝里（Berry，1967）的总结，在20世纪50年代和60年代得到了广泛应用，如今这一学说已经成为基于空间交互作用零售模型的理论基石，至于其他理论，我们将在第9章继续探讨。正如我们在上一章讨论位序规模关系时提到的，等级层次体现在城镇体系中城镇的排序上，这点是毋庸置疑的，然而我们并没有考虑它们是如何嵌入六边形空间的。在这一章中，我们将从简单的比例增长模型，扩展到单元结构中的城镇，最后到连接城镇的城镇网。我们的模型还会坚持简化的原则，只保留重要部分，但是这次的模型会把关注点放在

城镇之间在空间和时间上的交互影响。正如第3章所指出的，我们可以把等级层次从关系网中抽离出来。在此我们将提供几个简单的例子来佐证这一点。然而本书的主要意旨在于提供研究城市体系的分析工具，而不是为所有可想象到的情境尽可能详尽地列举可应用的模型。基于这一意义，我们的研究仅仅是所有可能存在的方法示例中的一种，我们希望读者能将其应用到不同的问题背景中，来获得更多关于城市形态和功能的认识。

5.1 城市规模的内在等级

5.1.1 走出“城市汤”：最简单的模型

在上一章中，我们假设城市在狩猎采集社会出现是由于人类归属于一个聚落以繁衍后代和自我防御的需要，同时也是为了实现社会交流和劳动分工以改善物质条件，也就是为了发挥集聚经济效应。关于生命起源本身，传统的观点大致认为，生命起初是由于一次偶然的电击引发了同质的“原始汤”中的化学反应，从而催生了多种多样的核苷酸，这些核苷酸继而构成了生命的基石——RNA（核糖核酸）和DNA（脱氧核糖核酸）。同理，我们可以推测，社会和城市起初是一些随机分布的家庭单元，各自之间的活动间距取决于狩猎和采集所能获得的食物量。这些单元，当然，出于生存的需要会有往来，但是这个时期主要的模式还是家庭单元之间互相争夺领地，因为领地大小关乎生存。渐渐地人们就意识到，相较于竞争，合作能带来更大的生存希望，所以人们建立了村庄和乡落，最初的目的在于保障自身的防御力量，随着时间的推移，由此带来的社会交往慢慢地推动了劳动分工，并带来了财富的增长。

我们将从上一章中提及的模型讲起，在这个模型中，人口单元——家庭、聚落或者群体，随机发展但是基本与它们自身的规模成比

例。类似于“原始汤”，在最初毫无差别的聚落中，一些单元比另一些获得了更快的发展，这仅仅是因为它们总是能抢占先机，而其他的单元则落后于潮流，最终往往不幸消失。就这样，那些我们称之为城市的大规模聚落出现在了地图上，而正是这些聚落构成了城镇网。等级是这一结构中不可或缺的一部分，但是在我们说明等级如何在这一发展过程中出现之前，我们先退一步来说明在这个人类创造的世界里城市如何根据规模组织起来。在这里我们把等级定义为基于规模的自然排序，其中规模可以通过多种不同的方式来测算。在城镇中，规模大小往往取决于人口、家庭或者劳动力的数量，但也有可能取决于占地面积，能源消耗或者是区域影响力。让我们先看看最简单的一种可能性：同样规模的聚落在一个平面上随机分布。在这样的世界里，聚落的存在是个随机事件。这个模型与上一章所介绍模型的一大区别就在于这一模型中的城市和聚落都是基于空间意义上的网格的。我们将会看到，这对于理解等级结构如何演化出城市系统或中心地是十分关键的。

我们假设在这一过程中，一个地区是随机发展的，但是其发展速度与自身规模是成比例的。那么，假如一个地区i在t时规模为$P_i(t)$，发展速度$\lambda_i(t+1)$是随机的，则该地发展或衰退后的规模可以表示为：

若 $P_i(t) < \Psi$，则 $P_i(t) = \Psi, \forall i$。　　（5.2）

方程5.1与方程4.3是相同的，所以如果用迭代法解方程5.1，就可以测算出不同时间段所对应的发展速度。这些数据反映了任一地区或者网格i在随机发展过程中成比例扩大的趋势。这个结论初看时会觉得出乎意料，但是深思之后，就会觉得合乎情理。

在一个包含许多地区的地域体系中，在任一时间t，所有地点，从小到大，发展速度都是一致的，有可能都是负值，也有可能都是正值。然而，随着时间的推移，一个不断扩张的地区获得持续高速发展的机会就会越来越小。同样，如果一个地区规模不断减小，其衰退的

速度也会随时间推移而放缓，当然在这一情况下，如果一个地区变得太小了，那么可以说它就是消失了。所以这一发展或衰退的过程存在着一种内在的不对称性。事实上，越来越少的地方会变得极其之小，而我们往往也会降低判定一个地方消失的标准。如果我们把这个发展过程应用于少数几个对象上，然后从一个给定的区间内选择随机发展速度，反复代入方程5.1，我们就能够很轻易地得出结果。规模变大的对象数量会越来越小，大多数保持在规模较小的水平，而有一部分则直接消失了，但是问题的关键在于：这样的规模分布中有没有什么规律？在上一章中，我们把这一现象解释为人口规模的比例定律，即规模大的对象数量会远远小于规模小的对象，现在，基于我们的网格，我们来看个例子，虽然不是实例，但是却形象地说明了这一点。

我们的例子基于一个21×21的网格，最初设定的人群均匀地分布在网格里的441个对象，也就是地区里，其中P_i（t）=1，$\forall i$，t=0。发展速度λ_i（t+1）是从区间-0.1<λ_i（t+1）<0.1中随机选择的任一数值。方程5.1的比例发展模型能迅速地将对象按规模大小分类，当t=100时，频率分布很明显就是对数正态分布。事实上，这个模型我反复运行了1 000次，形象地说就是运行了一千年。在这1 000年的模拟中，对象之间在相对规模上有很大的变动。当然，这一点在第4章中我们也用实例说明了，所以在这里我们要探究这一变动的意义。与往常一样，我们根据规模大小对频率进行分类，然后将它们按顺序绘制在图上，由此对这些规模分布进行特征提取。这种位序规模分布（即齐普夫分布）事实上是非累进式的，我们在第4章中已经通过方程4.5到4.9得出了这一结论。在图5.1中，我们绘制了t=1 000时的位序规模分布。很明显，这是一个对数正态分布，是人口规模对位序的对数变换。

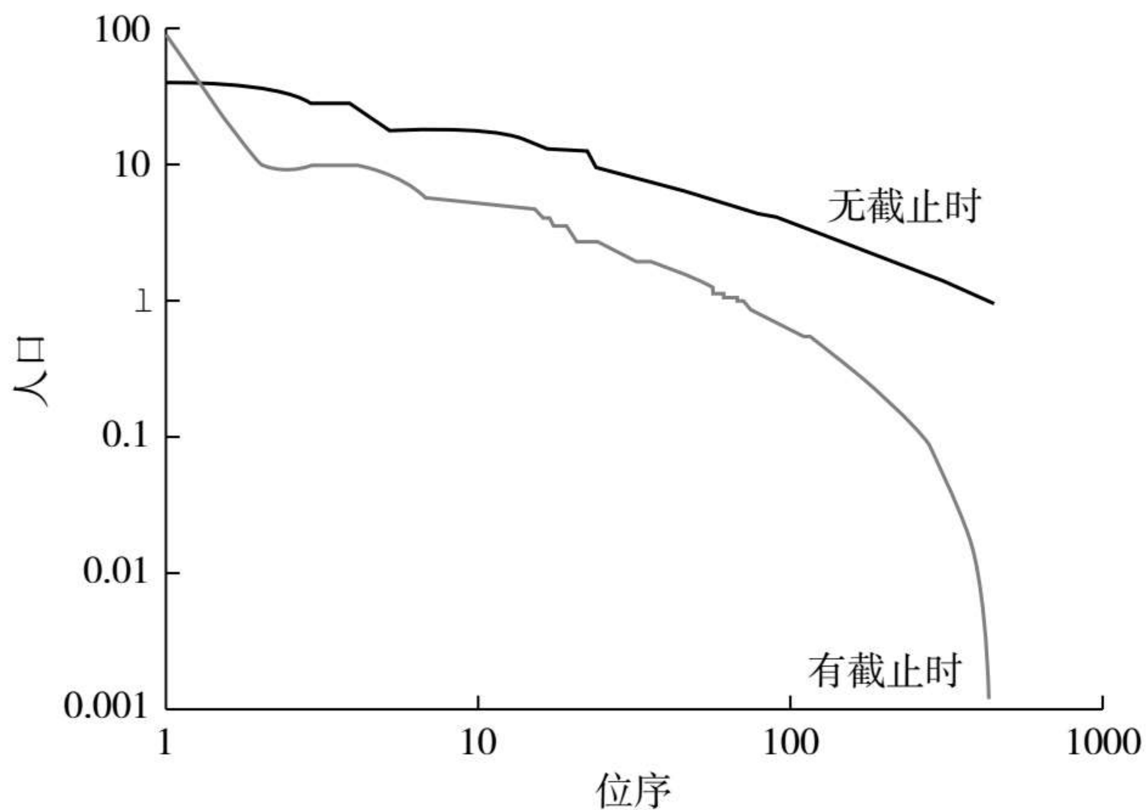


图5.1 通过比例效应和幂律比例缩放并设置最小阈值得出对数正态分布

实际上，很多之前的学者都证明了这种随机发展会导致规模呈对数正态分布（Pumain，2000）。吉布列（Gibrat，1931）是第一个提出关于城市和收入分布理论的学者，但是尤尔（Yule，1925）比吉布列更早了解这一模型及其结果。如果我们继续延长时间，取大于1 000的t值，就会发现人口会越来越趋于汇合，并且最终，我们假设，在这样的离散系统里，所有活动都会聚集到一个中心点上。然而，这样的模拟系统，实际上为不可分割性所局限。因而，为了完善原有的模型，我们有必要引入一个规模阈值，一旦低于这个阈值，人口就不会再减少。这样，无论何时人口单元i低于这个阈值，都会被恢复到阈值，这一机制可以起到防范和补足的效果。这也可以看成是，在一个旧城市消失的同时引进了一个新城市，这就构成了一个完美平衡的生灭过程。用数学语言表示为：

若 $P_i(t) < \Psi$，则 $P_i(t) = \Psi, \forall i$。 (5.2)

观察图5.1中的对数正态分布，我们可以看到两个部分，长尾部分几乎呈线性，短尾部分则代表规模较小的聚落点。我们很容易会认为，长尾部分可以用一条直线，或者一种比例关系去逼近，然而事实上，如果我们采用上述机制设定阈值，那么单纯从表面上看，我们就已经有效地截掉了短尾部分。运用相同的速度参数，再次运行方程5.2，当t=1 000时，我们就可以得到图5.1中的“近似”线性分布，这与我们上一章中谈到的图4.2b颇为相似。很明显，设置阈值是有作用的，现在我们得出的就不再是呈对数正态分布的曲线了，而是成比例关系的，因为它可以用幂律逼近，其中人口规模P_i（t）与位序r_i（t）成反比，表示为$P_i(t) \propto r_i^{-\gamma} = Kr_i^{-1/(\alpha-1)}$，$\gamma = (\alpha-1)^{-1}$，就是所谓的比例参数。注意，这一比例关系与方程4.5到4.9推导得出的结论一致，其中α就是概率密度函数参数，与城市规模的频率成比例。当城市在等级结构中上升或下降时，我们很可能把长尾部分看成“稳定状态”。确实，理论家如加贝克斯（Gabaix，1999）曾指出，吉布列过程就是这样的，不断聚合到一点，最后形成一个纯粹的比例法则（齐普夫法则），其中参数α=2，γ=1。注意，我们这里使用长尾和短尾这些术语只是为了更为形象地描述图5.1中的位序规模分布，在其他语境中，这些术语使用的情况刚好是相反的（Anderson，2006）。

5.1.2 分布规律性与等级波动性

幂律分布及其他类似的分布广泛地存在于城市以及很多其他分布中，例如收入分配。一百多年来，这已经成为一个不争的经验事实。19世纪末关于城市的理论，比如韦伯（Weber，1899）和奥尔巴赫（Auerbach，1913）的理论，已经把这看成是城市化的必然结果，当然，还有帕累托（Pareto，1896/1967）也提出了著名的收入法则，但是这一法则是基于频率而非位序的。我们在前面几章已经注意到，符合幂律比例分布的最佳例子就是齐普夫（1949）在其著作中所提供的

那些例子，包括词频和城市规模分布。齐普夫指出，这些分布不仅仅存在比例关系，符合幂律，而且很多这样的分布（事实上是所有这样的分布）都符合逆幂律，这意味着不论是一个大洲、一个国家还是一个小镇，不论其规模和水平，人口位序都符合$P_i(t) \propto r_i(t)^{-1}=1/r_i(t)$。这就是齐普夫定律的强形式，它意味着城市规模分布是分形的，因为不论城市规模大小，分布都是一样的。这就是一种自相似性，而且这意味着分布是重新调节过的，所以我们所看到的分布只是原有分布按比例放大或缩小后的状态。假设位序规模按比例放大或缩小了s倍，得出另一个位序sri（t），则位序规模比例扩大或缩小程度可表示为$sP_i(t) \propto (sr_i(t))^{-1}=s^{-1}r_i(t)^{-1} \propto r_i(t)^{-1} \propto P_i(t)$，说明无论数量级为多少，比例扩大或缩小的效果是一样的（Batty and Shiode，2003）。

设置最小值的比例效应就相当于带反射壁的随机游走（Sornette，2004;Saichev、Malevergne and Sornette，2010）。这一模型是极其简单的，因为它不包含对象之间任何形式的竞争和交流。这是极其奇怪的，因为城市之间充满了竞争和交流，而且许多关于城市形成的模型都强调这种交流。设置阈值的比例效应模型，其分布很明显是成比例的，而且符合齐普夫定律，但是在很多情况下，这个模型都是不稳定的。单纯看分布出现的时间以及高位序单位或者地区的波动性就可以知道这个模型并不能反映真实的状况，虽然我们在之前的章节中就已经讨论过波动性的问题而且经常有城市在很短的时间段里发生规模（当然也包括位序）的上下波动。但是仅仅规模分布与现实一致这一点并不足以说明这个模型就是个好模型。例如，随着时间的推移，分布产生的变化并不在于比例而在于它们的形态。这点表现在两个方面。在图5.2中，我们分别呈现了100次、1 000次及10 000次迭代后产生的分布图，随着迭代次数的增加，可以看出越来越明显的聚合趋势。在图5.3中，次数较少的迭代显示的分布相对次数较多的迭代显得更加平缓。

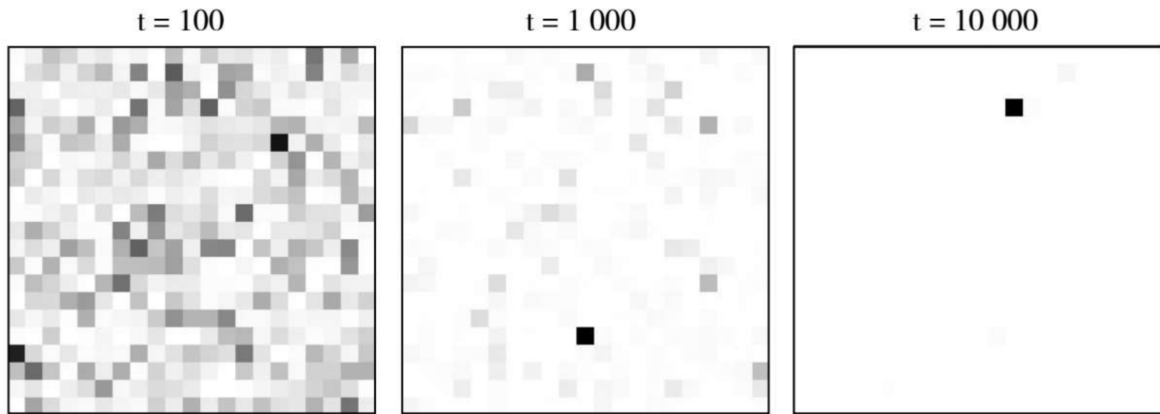


图5.2 设置阈值的比例效应模型下的位序规模分布

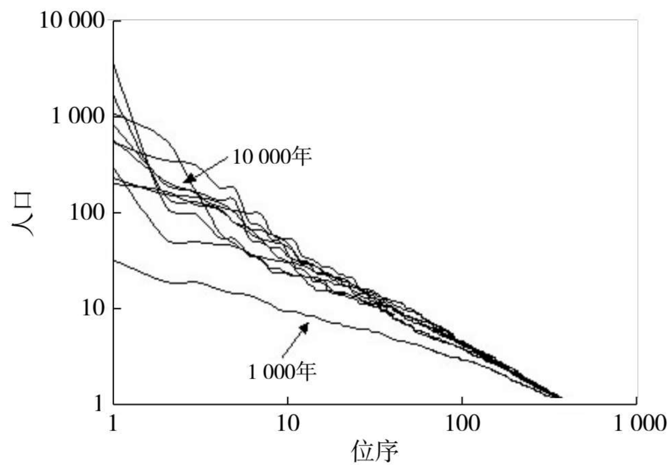


图5.3 随人口分布出现的幂律缩放

然而，随着t值的不断增加，当t=1 000，t =2 000直到t = 10 000时，可以明显看出分布变得陡峭起来。这说明随着人口增长，参数γ也在不断变大。事实上，参数在向齐普夫所提到的统一靠拢，虽然仅仅凭这些数据并不能直接推导出这一结论。但是正如加贝克斯（1999）、布兰克和所罗门（2000）所指出的，大量的理论都说明了这就是带反射壁的随机游走带来的增加。在图5.3中，当t值由1 000上升到10 000时，每间隔1 000，参数γ的值分别为0.668、0.862、0.907、0.977、1.008、0.984、0.980、0.978、1.053和0.962。很明显，参数γ最后的取值在1上下波动，而且每个值的方差都达到了99%以上。这是一

个非常显著的结果。这个没有涉及任何空间竞争的虚构模型产生了一个简单却高度有序的等级结构，这实际上印证了过去一百多年关于很多城市很多地区所汇集的实证数据。图5.4是美国一些行政地区从1970年（大约7 000个地区）到2000年（大约25 000个地区）的位序规模图。图5.4a显示了整个分布，而且这个分布很明显是对数正态分布。当我们去掉短尾部分，剩下的长尾部分就相当于一条直线，也就对应了幂律法则。图5.4实际上是对应图5.1中理论模型的实证数据，而且对应从1970年到2000年的四个10年，γ参数分别为0.986、0.982、0.995和1.014。这四个值的方差与理论模型中的相比更小。法国学者格林佩斯（Guerin-Pace，1995）也做过同样的动态分析，皮曼（Pumain，2006b）也给出了详尽的分析。

虽然这个模型所产生的分布总体上和我们在很多地区观察到的实证现象都很接近，甚至可以说是不可思议地接近，但是当我们仔细审视这个模型的时候，我们会发现它也并不如我们想象中的那么完美。事实上，这个模型存在着很多不一致性。其中，最需要引起我们关注的就是随单元位序变化而产生的结构上的不一致性。在“10 000年”的模拟实验中，有18个不同的单元曾经排位第一。而我们总共才采集了50个时间段的位序信息，所以很有可能在模拟的过程中有多于18个不同的单元曾经排位第一。为了更直观地了解位序波动的幅度，我们在图5.5中给出了第一、第六、第十二及第十八等高位序单元在10 000年中位序的变化。这些单元在不同的时间段都出现过，但是它们保持在高位序的时间却很短，这说明这个模型缺乏一定的连贯性。由于模型中的时间与现实世界毫无干系，因而也就无从得知模型中的“10 000年”对于现实生活中城市体系的演化，例如图5.4中美国城市体系的演化，究竟有何意味。正如我们在上一章中提及的，模型中分布波动的幅度比现实情况要大得多。

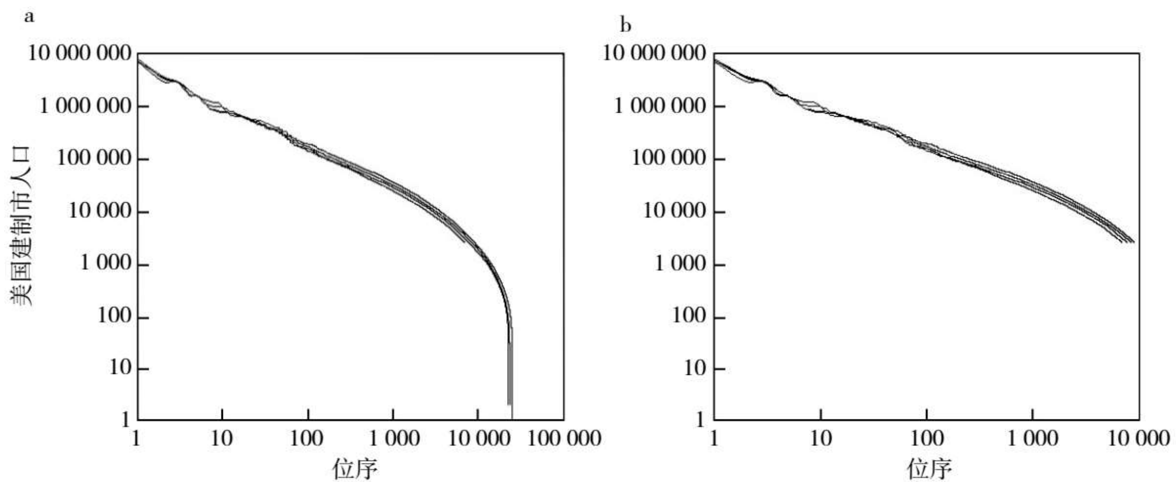


图5.4 美国建制市的人口幂律分布图和对数正态分布图

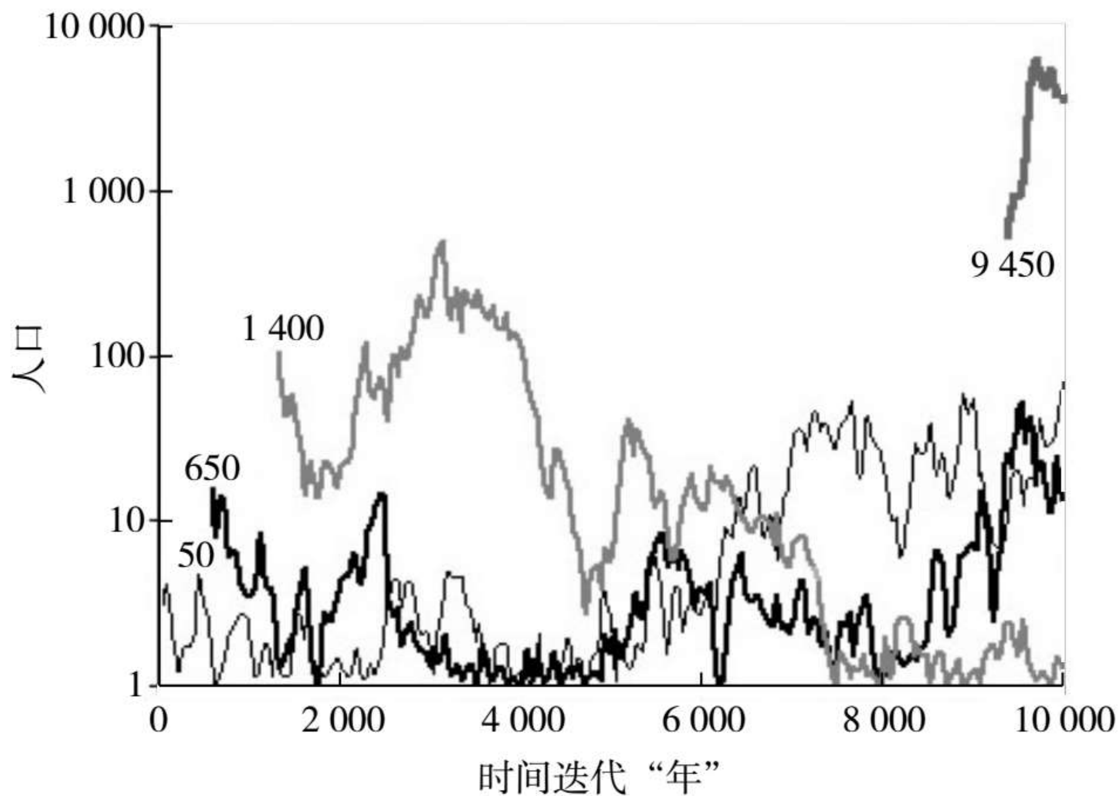


图5.5 位序第一、第六、第十二及第十八的人口单元及其在模拟实验中的发展

在我们将空间交互作用与竞争纳入模型并对之加以完善之前，我们要最后观察一下改变模型空间地理维度可能带来的影响。我们首先将网格由21 ×21改为51 ×51，而后又改为101 × 101，然后通过设置阈

值的模型进行了10 000年的模拟。图5.6中列出了三种情况下的位序规模分布。显然，三种分布的斜率是相似的，说明当地理空间规模变大后，我们的模型也仍然适用。这一结果也是意料之中的，因为城市单元之间并没有任何交流，但是有趣的是随着体系规模的扩大，人口规模也在扩大。这有些奇怪，但或许是因为当空间系统扩大时，极端增长产生的可能性也会随之增大。当然，和模型的其他很多方面一样，这一点也需要进一步研究才能确定，但是这并不会影响模型在空间扩大后的适用性。令人称奇的是，这样简单的一个模型，我们费尽心神进行模拟和数学分析，却也无法彻底了解它。

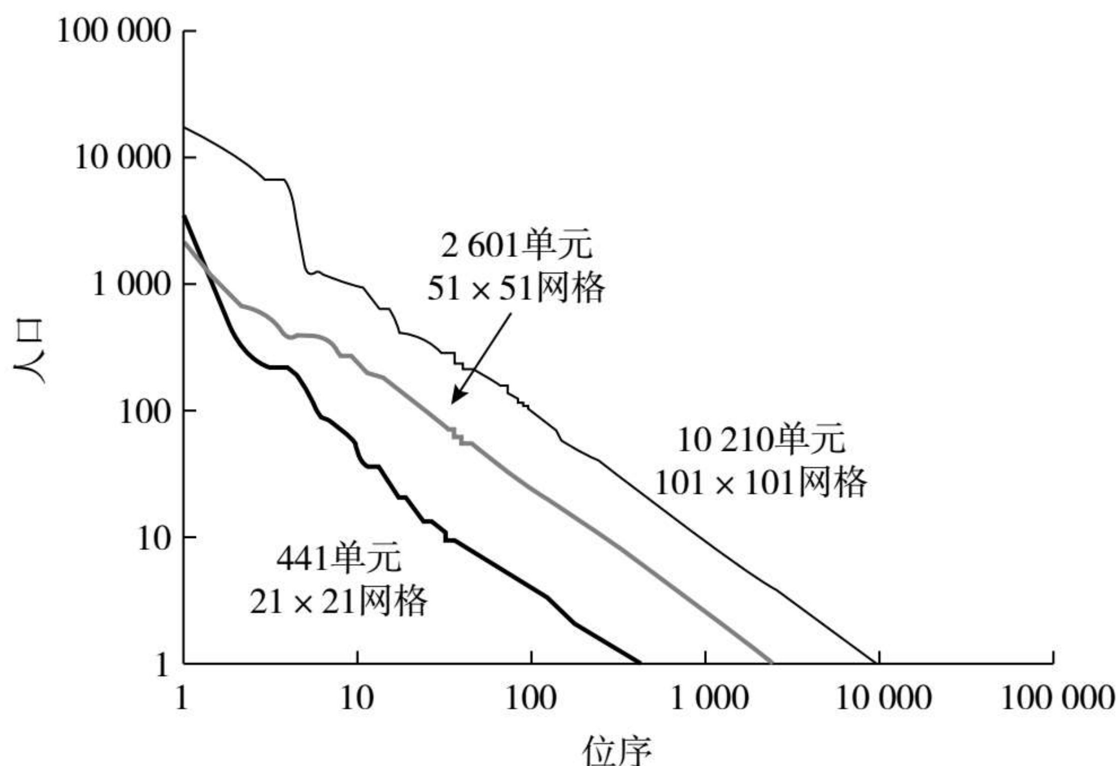


图5.6 不同规模网格具有比例一致性

5.2 竞争、交互和空间扩散下的等级体系

比例效应模型下的城市等级体系是所有可能存在的体系中最简单的。在这个体系中，对象的顺序由规模决定，并且对象之间都是相互独立的，因而这仅仅是一个简单单向的位序规模等级体系。对于研究城市的发展来说，它也就不可能是个好模型，因为它并没有将任何形式的竞争或交流纳入考虑，所以在这个模型中，城市之间是毫无联系的。本章章开头引言中西蒙（1977）所言与等级的定义相去甚远，因为在上述模型中对象之间并没有联系，但是仍旧产生了等级结构。我们现在所需要的就是城市或地区之间，网点之间某种程度的交流，不需要太多，来迎合西蒙（1977）的观点。为了将对象间交流纳入考虑，我们会在每个模拟阶段在相邻的网格单元之间加入简单的扩散活动。简而言之，在每个时间段，都有固定θ比例的人口会由单元i的各个方向迁徙到冯诺依曼区最近的单元k。因而，对于单元i而言，在t+1时人口P_i（t+1）可由以下式子计算得出：

$$P_i(t+1) = (1+\lambda_i(t+1))P_i(t) + \theta\frac{\sum_{k\in\Omega_i} P_k(t)}{4}, \quad (5.3)$$

其中扩散区域表示为$\Omega_i = k_{north}$，k_{south}，k_{east}，k_{west}。这个模型考虑了最小限度内的远距离行为，而且在与一个网格维度成比例的时间间隔内，每个单元都会对除本身之外的其他所有单元产生影响。这种扩散作用还是很初级的，因为这个模型假定一定比例的人口会迁移到邻近地区，却没有说明这样的人口迁移行为具体出于什么原因，而只是笼统地概括为基于社会经济学原理。

我们根据方程5.3运算，并且在t=1 000，2 000，…，10 000这些时间区间里，保留了方程5.2中的截断部分，得出的位序规模分布图即为图5.7。扩散程度参数设置为θ=0.3，意味着在每段时间间隔，每个单元有30%的人口迁移到了邻近单元。由此得出的分布并非比例分布，而是对数正态分布，正如之前不考虑扩散作用的模型一样。在这个模型中，截断部分事实上是被扩散作用抵消了，这与之前曼鲁比亚和安妮特（Manrubia and Zanette，1998）提出的模型相比略有不同。曼鲁比

亚和安妮特模型与这个模型基于同一过程，但是没有设置阈值，而且只考虑正增长，因而得出的分布是符合比例定律的。但是，从某种意义上说，这些模型产生的分布是幂律分布还是对数正态分布都不重要，因为从现象学角度来看，所有倍增过程都隶属于同一类模型（Sornette and Cont，1997）。

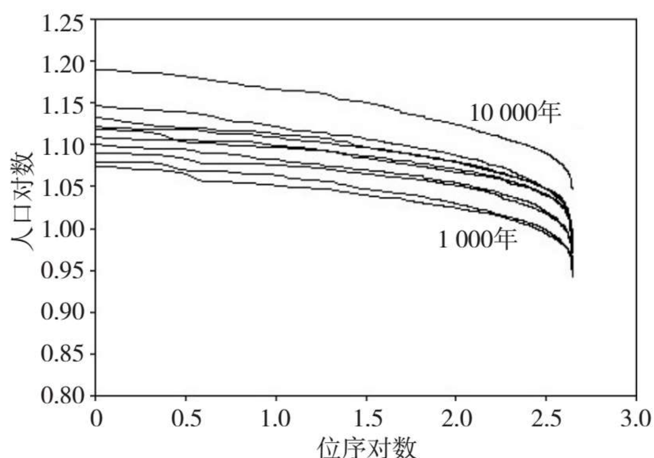


图5.7

在这个模型中，所有的单元在每个时间段都会受到扩散作用的影响。这种影响不仅强烈而且持久，因为时间段的数量远远大于这个系统的规模（即21×21网格），以至于我们无法记录这些单元两两之间存在的交流。通过邻近单元的中介作用，远距离行为得以产生，也因此使得扩散路径组合的总量变得难以估量。人口最多的单元周围扩散路径最密集，正如城市中心往往人口流动最多。通过将单元与更高位序的中心（位序高低由人口规模决定）联系起来，并由此判断它们之间是否仅仅由于距离相近而联系在一起，我们绘制了一个简单的等级结构图，并对等级体系有了一个初步了解。图5.8为模型在t=100、t=1 000及t=10 000时的增长模式，很明显，在一个地区100个时间段内产生的模式，随着时间的推移，也会在其他地点重复出现。通过确定最高位序单元，位序在其之后的3个单元，以及再之后的8个单元、24个单元，乃至最终围绕这一核心的64个单元，我们还可以得出以上图像

的简化版。这能使我们直观地了解了人口密度的分布，也即等级位序的分布。

在图5.8中，我们展示了t=10 000时的模式，而且我们将每个层次的每个单元与位序更高的单元联系起来，不论单元之间存在直接联系还是仅仅通过相似值单元产生联系。由此产生的等级体系表示为图5.9中的半网格结构，类似于第1章中图1.1c的结构。我们不可能将每个单元与更高等级层次上的一个单元单独联系起来因为单元之间的联系无法切断，因而也就无法划定独立的区域。等级体系的这一表现是非常现实的。正如亚历山大（1965）在《城市并非树形》中提到的“交互影响”的概念，城市等级体系内部的联系也是交互错综的。经历了扩散过程后，等级体系中形成了一定的结构，但是模型还是同经历纯粹的吉布列过程后一样具有很大的波动性。在10 000年模拟期限中，所有441个不同的单元（即城市）都曾在某个时间段成为位序最高的单元，而且这些高位序单元的发展模式都显得毫无章法可循。

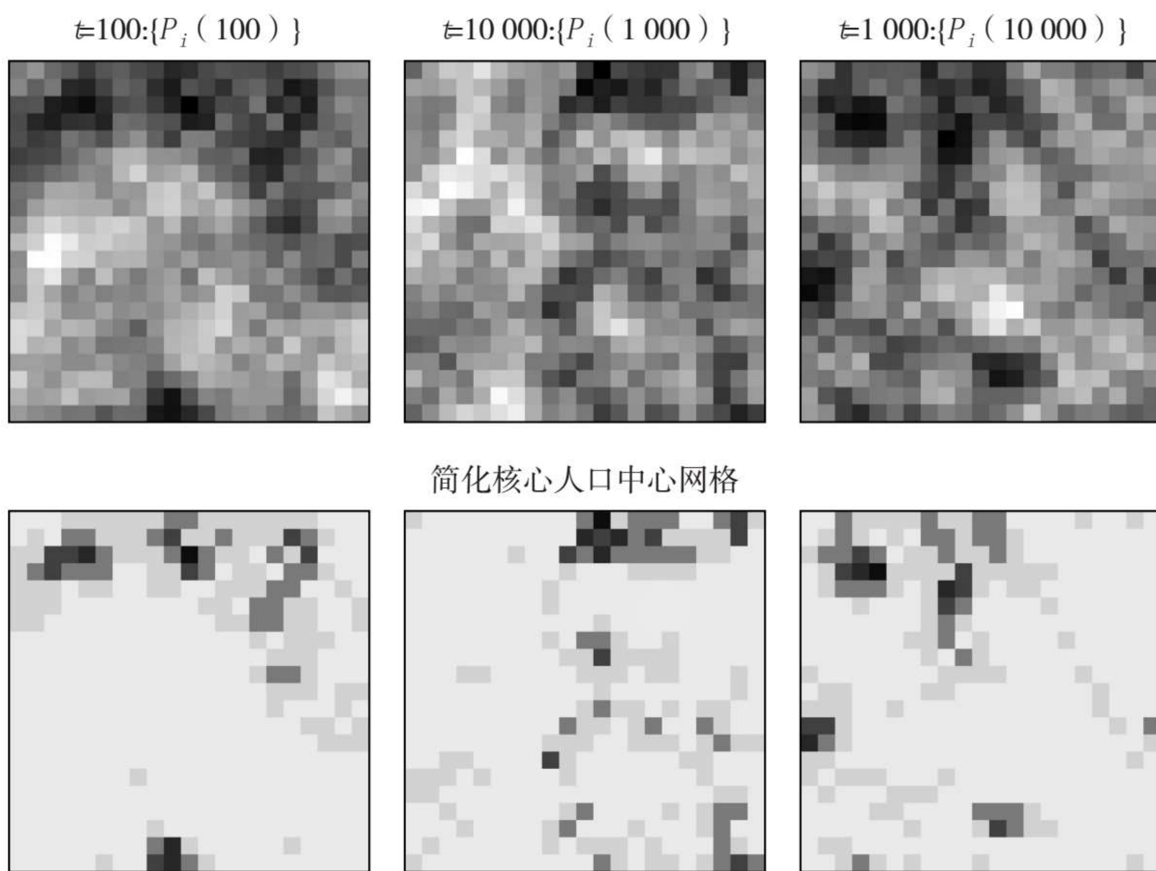


图5.8 空间扩散模式

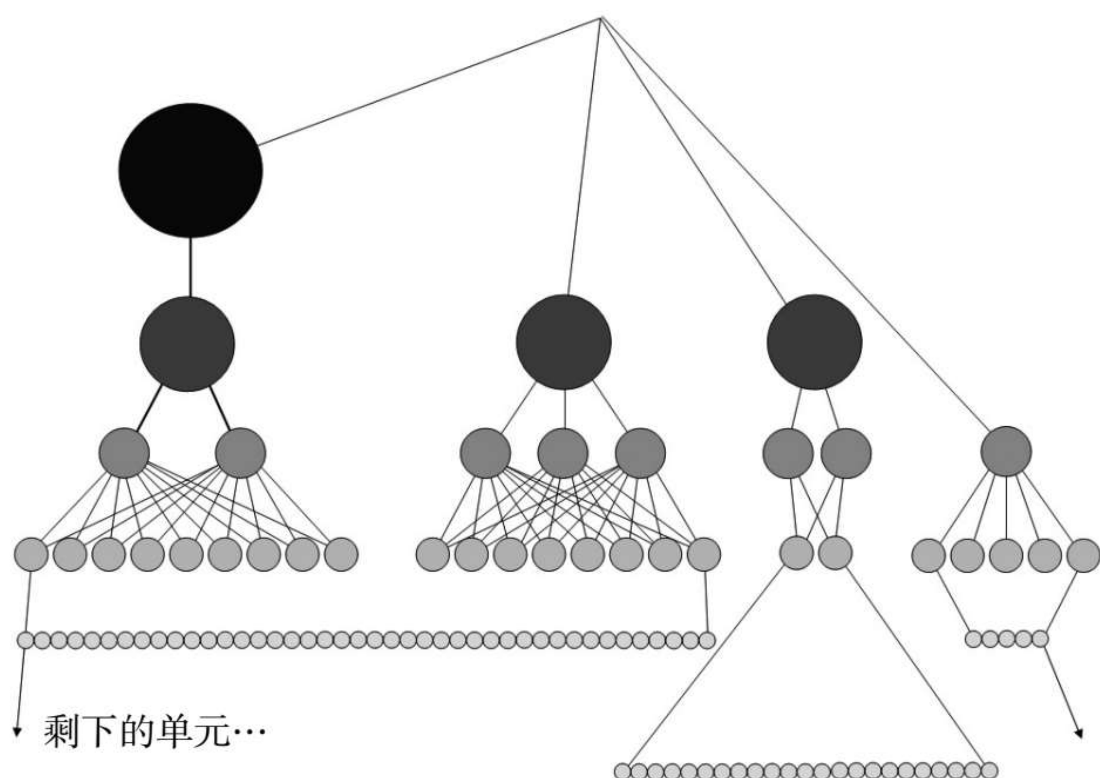


图5.9 *t*=10 000时的模式等级体系

由图5.10可以很明显地看到在模拟过程中，没有任何一个特定的聚落或者单个单元能够成为地区中心，长久保持在最高位序上。很明显，这个系统缺乏足够的延续性，因而并不能反映城市系统的真实情况，因为在现实生活中，在同模拟时间一样长的时间期限里，不可能所有的单元都能够成为位序最高的城市。因而我们需要建构其他模型。

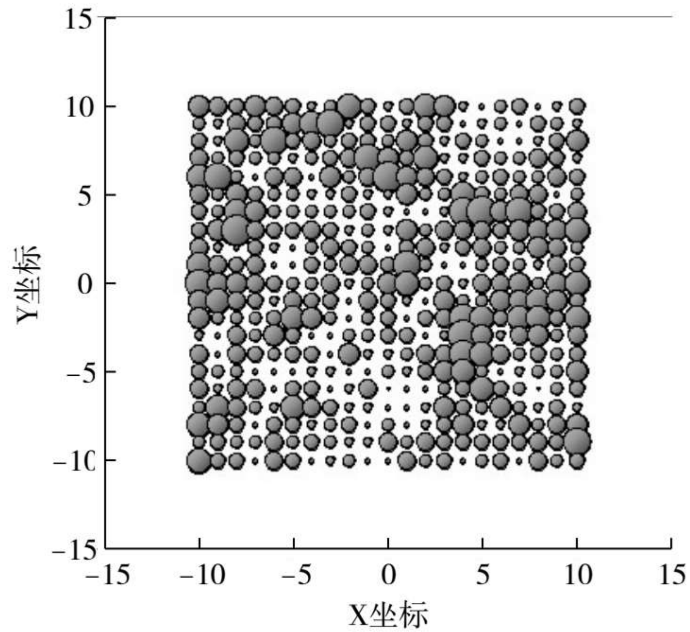


图5.10 10 000年模拟实验中的高位序单元

注：气泡大小范围为1~83个时间段，其中相应单元主导的为平均23个时间段。

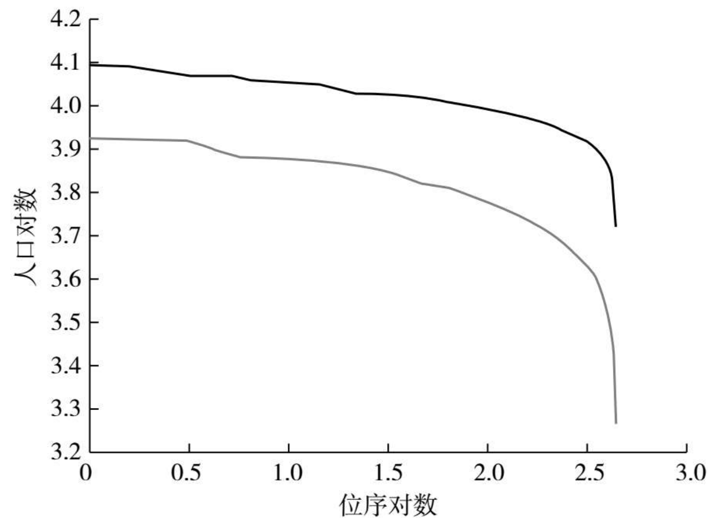


图5.11 当*t*=1 000和*t*=10 000时集聚模型产生的城市规模分布

经历吉布列过程和扩散过程产生的分布较为平直，而且随着扩散作用的增强，等级结构逐渐消失。通过减少吉布列过程的影响并引入聚集经济效应，我们希望能够增强模型的结构性。这样，我们的模型就变成了：

$$P_i(t+1) = (1+\lambda_i(t+1))P_i(t) + \theta \frac{\sum_{k\in\Omega_i} P_k(t)}{4} + \phi P_{it}^{\eta}, \tag{5.4}$$

其中Φ和η反映了聚集经济带来的比例效应。假设Φ=0.2，η=1.08。通过这些参数，我们确实成功地优化了城市规模分布，但是如图5.11所示，这一模型依然保持对数正态分布，所以这一模型并不能带来任何实质性的变化。为了将不同形式的等级结构引入城市体系，我们需要从迅速发展的网络科学中汲取成果，来加深对城市间交互作用的了解（Barabasi，2002;Watts，2002）。接下来，我们将一一做介绍。

5.3 网络层次结构：吉布列交互作用模型

到目前为止，我们的等级模型都在关注城市等级体系的演化，而西蒙（1977）的定义似乎倾向于认为等级体系是固有的，已经存在的。为了确定等级结构，我们需要观察系统内部各部分间的相互联系并确定那些密切联系并构成整体的子系统。我们的模型需要明确这些内部联系，并将吉布列模型应用到网络结构中。通过随机增加单元和单元间联系，我们就可以做到这点。这个模型的运行机制体现在以下方程中。在每个时间段，对于一个与其他节点存在联系的已知节点，我们假设随机增加的联系量为δ_{ij}（t+1）=1，其中P_{ij}（t）指从节点i到节点j联系的总量。与i有关的所有联系量，总和即为i新的人口规模，表示为P_i（t+1）。故而，联系总量的方程可表示为：

$$P_i(t+1) = \sum_k P_{ik}(t) + \delta_{ij}(t+1), \tag{5.5}$$

其中每个时间段更新的联系量为

$$P_s(r) \sim r_s^{-\zeta+1}。 \tag{1.5}$$

是否增加一个联系取决于节点的规模及其与其他节点之间的距离，而这可以通过一个指数加权引力函数计算得出：

$$\delta_{ij}(t+1)=\begin{cases}1,\text{如果 } rnd(\varsigma_{ij}(t+1))>KP_{ij}(t)\exp(-\varphi d_{ij})\\0\end{cases}。\tag{5.7}$$

rnd（ζ_{ij}（*t*+1））代表一个基于潜在交流规模的随机选择，其中d_{ij}指节点*i*到节点*j*的距离，而参数*φ*则表示这段距离中产生的摩擦效应。本质上，这个过程就是“优先连接”中的一种，因为在这个过程中，连接是根据现有连接规模及人口规模成比例增加的。巴拉巴希（2002）及其同事已经对这一模型进行了深入广泛的研究，并且发现这一模型会产生“无标度”网络，即入度和出度的数量是根据幂律成比例增长的（Barabasi and Albert，1999）。

另外，这一过程并没有考虑节点最初是如何产生的，因而，我们需要增加一个新节点产生的机制，类似于西蒙（1955）在他的位序规模经典模型中增加的机制。如果随机变量*rnd*（*υ*（*t*+1））大于预先设定的阈值*z*，则*i*处可增加一个新节点，表示为：

$$\delta_{i}(t+1)=\begin{cases}1,\text{如果 } rnd(\upsilon(t+1))>z\\0\end{cases},\tag{5.8}$$

其中，*z*的取值小于增加新连接的可能性，如以上方程5.5到5.7所示。对于21×21网格，我们设置的新增节点阈值为*z*=0.1，意味着，在过程开始时每个时间段有十分之一的可能性会有新节点产生。当然，这一概率也会随着过程的推进而下降，因为如果选中新增的节点就是已经存在的节点，那么这一节点就作废了。关于已经存在的节点间连接的产生，首先根据与规模P_i（*t*）成比例的原则，随机选择一个节点*i*，而后根据方程5.7中的逆距离函数选择一个从节点*i*到节点*j*的连接，由此，整个网络结构就可以通过与现存节点“优先连接”的规则而建构起来。假设对于每个网格，系统总体尺寸为300×300（*x*-*y*坐标单位），那么方程5.7中的控制参数*φ*就可以设置为0.001，即为441个单元将近1 000个单位之间的平均距离。

图5.12中表示出了节点{P_i（1 000）}的最终人口分布，和节点间所有大于1的连接总量的分布，大于2的连接总量的分布以及大于4的连接总量的分布。这些分布图中存在着一个等级模式。我们可以在集群密度低于不同阈值的节点处切断连接，从而将空间分割为几个区域，来确定等级结构。我们并没有这么做，因为我们关注的不是等级本身，而是等级是如何产生的。在图5.13中，我们绘制了各个节点人口规模相对于位序的齐普夫位序规模图。因为这个例子的数据量非常有限，所以图中的各点并没有连接起来，但是还是可以隐约看出图中各点呈现对数正态分布。将整条曲线看成一条直线，则其比例参数为1.05，变换率为90%。这与齐普夫定律分布图相当接近，在纯粹的齐普夫图中，参数γ=1。这也说明了，基于吉布列过程的“优先连接”模型确实可以产生同上述简化模型一样的分布。

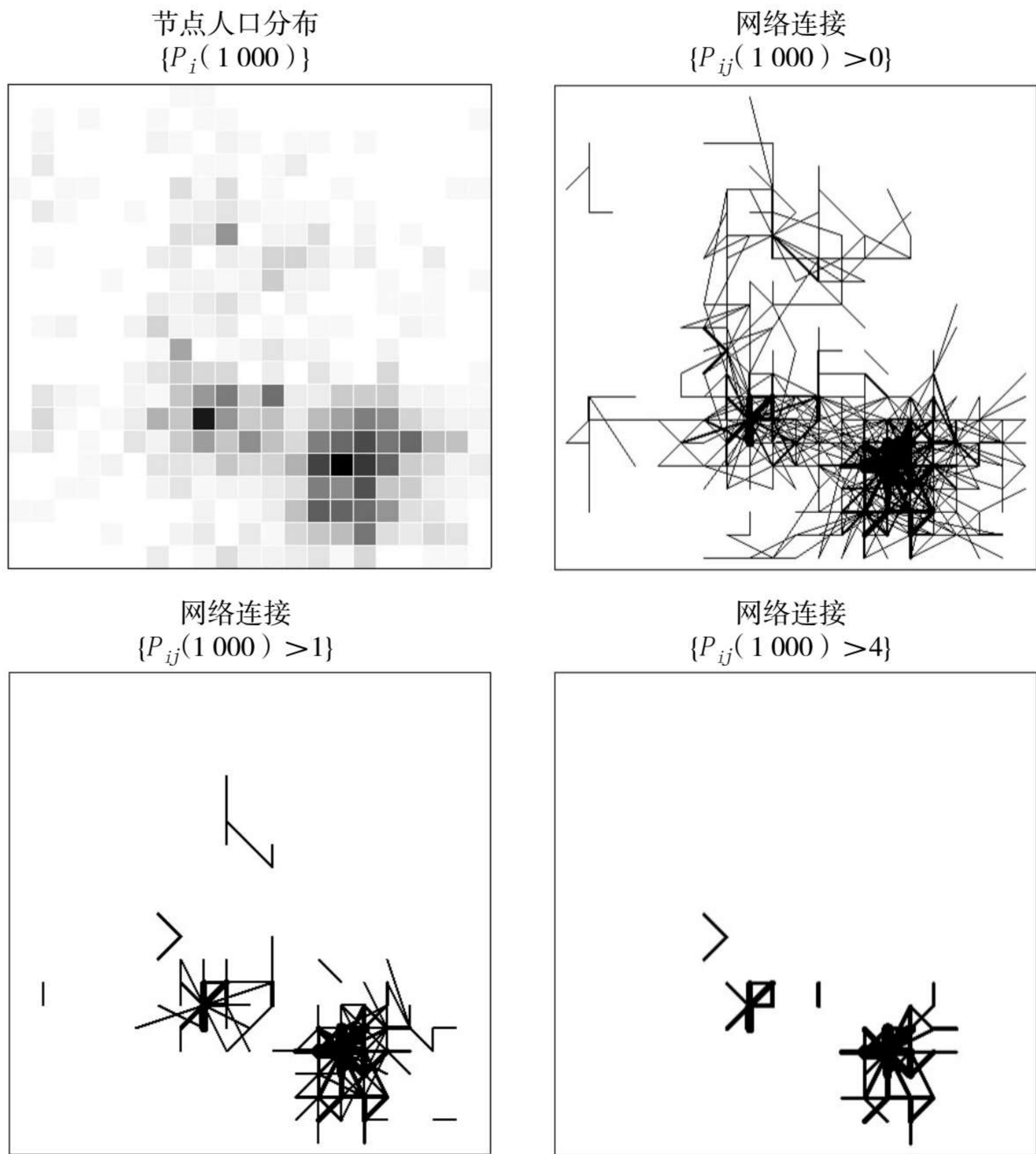


图5.12 网络连接模式

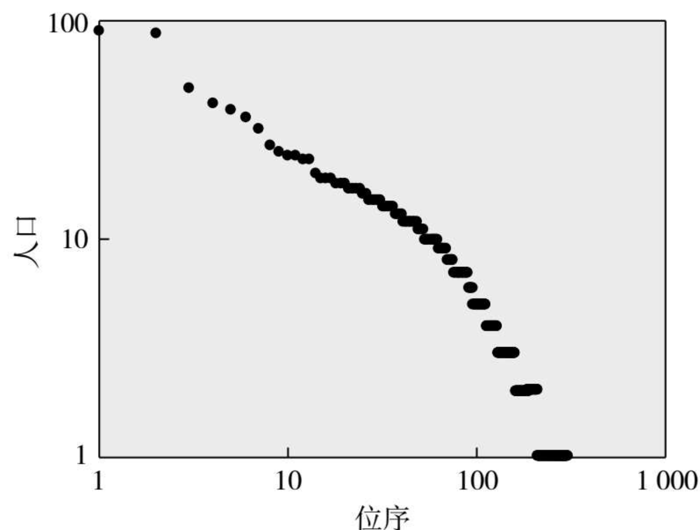


图5.13 节点网络位序规模分布

5.4 连锁空间等级体系

在介绍最后一个模型前，我们将首先观察取不同阈值时的空间活动，从而了解等级是如何产生的，因为在最后一个模型中，我们将回归理论，并基于中心地理论，总结等级体系遵循的位序规模法则。如果空间活动的密度各不相同，我们就可以设置不同的密度阈值，绘制活动结构图，由此产生的等级体系就是一个基于强度的等级体系。事实上，在之前的模型当中，我们就已经绘制了不同阈值水平的模式图，例如在图5.8中，我们就是通过设置不同强度阈值来确定等级体系的。这种方式适用于很多空间体系。我们的第一个例子就是要确定伦敦地区零售活动的等级体系，其中零售活动强度指数为几个单独指标的线性加权和，每个指标都根据地区邮政编码归一化。在一定的规模下，这个指数就代表平均分辨率为50米左右的零售活动（Thurstain-Goodwin and Batty，2002）。根据这些数据，我们插入了一个平面，并将平面切分成5个不同的层次，从而绘制出了图5.14中的零售活动强度等级体系。这是一个内嵌的等级体系，类似于从图5.8和图5.12人口

分布中提取的等级体系。目前的分析并没有得出一个详细的交流模式图，即连接消费者与零售活动的空间移动模式图。不过，零售活动模式图和我们之前的分布图是一致的，也是一种位序规模分布图。

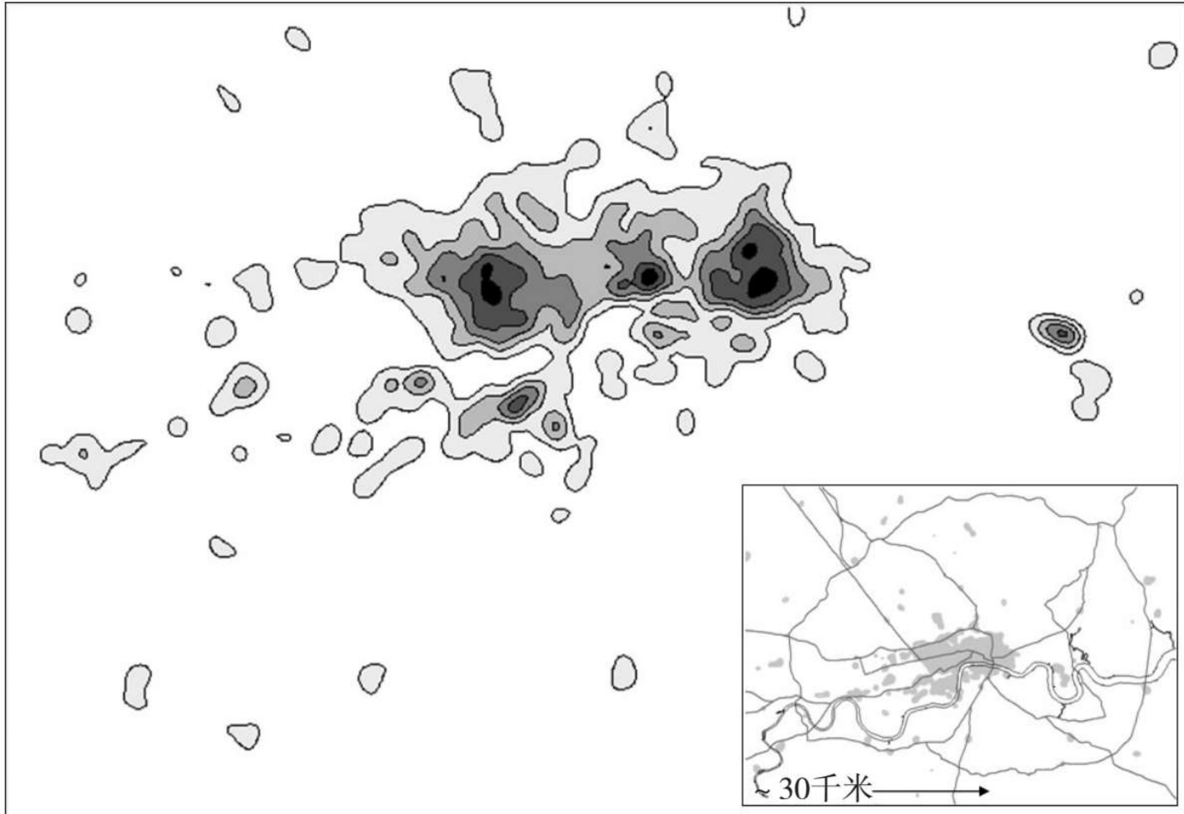


图5.14 伦敦市中心零售活动内在等级体系

第二个例子是一个关于人口分布更为详尽的例子。在这个例子中，我们通过设置不同的密度阈值来确定城市边界。当我们降低阈值时，就会有更多的人口聚集在不断发展的城市群中，通过这样的方式，我们就可以看到城市如何从小小的核心区发展起来。在图5.15中，我们以大伦敦地区为例，最初设置的密度阈值是每公顷人口大于或等于70人（即每平方千米人口大于或等于7 000人），然后我们将阈值降低为50人每公顷，14人每公顷，最后是5人每公顷，这样我们就可以绘制出一个四重等级体系。每个阶段都会有更多的人口出现，加入已有的集群，每个集群又不断加入更大的片区，这样我们就把新出现的集群与上一个等级层次联系起来了。通过这样的方式，一个新出现

的地区就会被自动纳入不断发展的等级体系中。如果新地区与现有的两个集群距离相等，我们就把它纳入较大的集群。如果新地区与多个集群距离相等，这个例子并不涉及这种情况，不过如果存在这样的状况，那么新地区就将随机加入一个集群。图5.15a为伦敦地区四个层次集群状况，而图5.15b则是相应的等级体系。显然，如果我们继续降低密度阈值，每个基层人口单元都会被纳入这个体系。而且，从密度（即分区人口密度）最大的地区开始，每个分区都将被加入前一个集群，从而形成一个多层级的等级体系。其中，层级数就取决于分区的数量。在这个地区，总共有1 500个这样的分区单元，由此我们可以想见这个地区的城市体系有多么复杂。

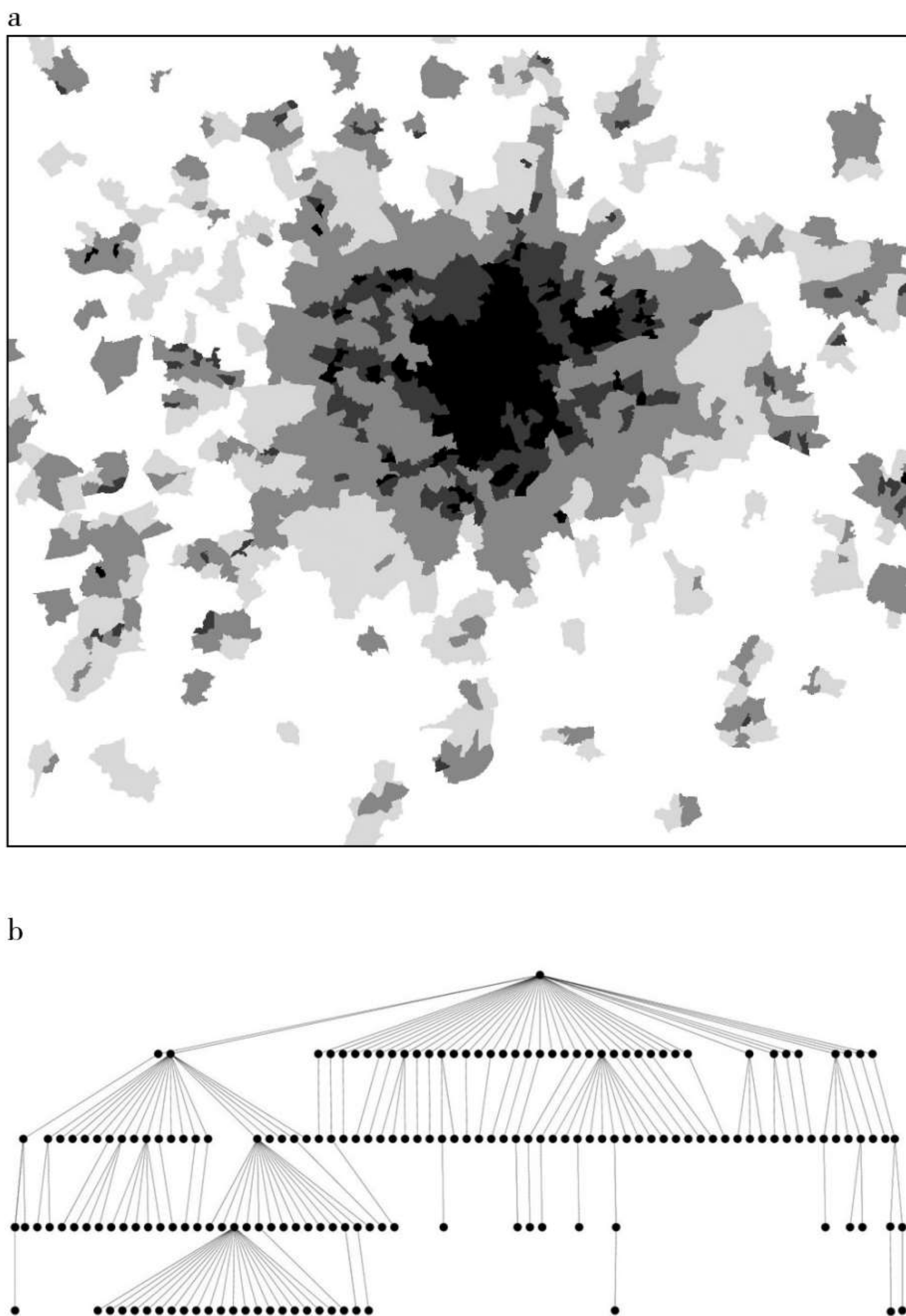


图5.15 大伦敦地区外在人口等级体系

注：a.四级密度变化（黑色，70；深灰，50；中灰，14；浅灰，5）;b.补足的四个

在第三个例子中，我们收集了大伦敦地区地铁网各站点的流量数据，在第3章的图3.11中，我们曾用这些数据来说明中心性的问题。图5.16a是由每对站点中介中心性排序形成的有向图。整个等级体系是以最简单的方式建构起来的。首先，根据中心性将站点（即节点）从高到低排序。而后，将高位序站点与下一个层级里中心值最高的相邻站点连接。如果不存在这样的站点，则选择中心值第二高的下一个站点，以此类推。通过这样的方式，我们可以建立起一个等级体系，而且在每个层级，我们都会回顾之前连接过的高中心值站点，并据此将站点与最高值的节点联系在一起，从而形成一个没有循环的树状结构。对于这样的结构，我们可以使用杉山绘图算法来解读（Sugiyama、Tagawa and Toda，1981）。图5.16b就是由此产生的非循环等级体系图。

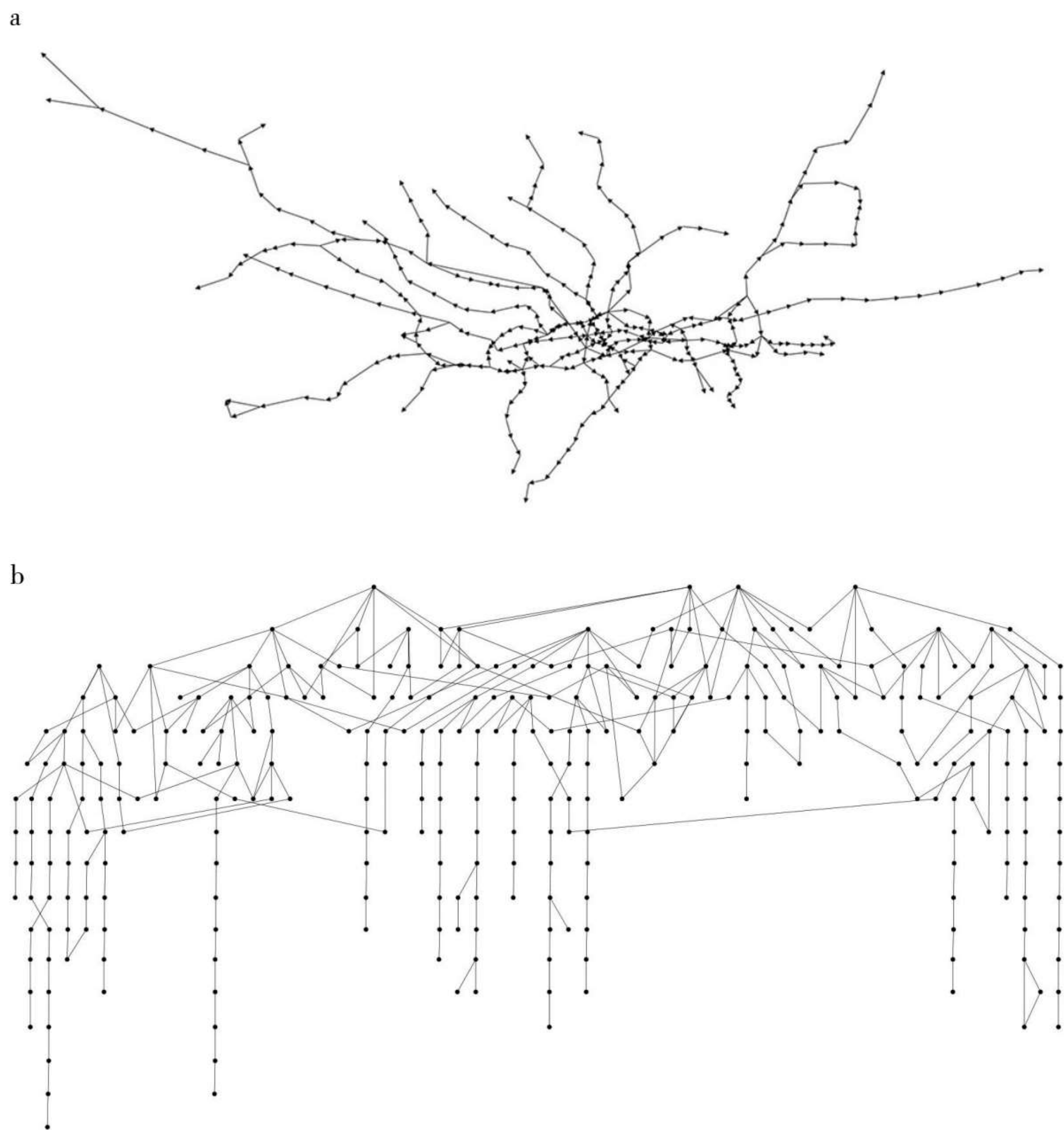


图5.16 伦敦地铁系统等级体系树状图

注：a.基于严格中介中心性排序的地铁有向非循环节点（站点）图和连接（线路）;b.根据中介中心性排序的杉山层级图。

5.5 中心地：基于地理依附关系的位序规模

虽然我们探讨过不同等级体系的模型，但是我们只考虑过空间中不同节点间的远距离行为。目前我们论及的竞争，要么是由交互或者重叠扩散作用引起的，要么是由内嵌排序引起的（即规模较大的地区相对于规模较小的地区有优先连接的权利）。贝克曼（1958）是最早解释地理区域的影响范围是如何遵循位序规模法则的学者之一。他的观点非常清晰，所以在这里我们将引用他的观点来总结我们关于等级体系的讨论。根据城市之间功能和空间上的相互依附性，贝克曼（1958）定义了城市形成的两个关键要素。他首先假设，一个城市的发展，或者说城市发展历程中一个小小种子的发展是与其腹地或者说影响范围的人口规模成比例的。而后，他又提出，每个城市都有一个“势力范围”且这个范围的大小取决于其周围低位序腹地的数量，即取决于那些在空间上和经济上依附于中心城市或者核心区的城镇的数量。第二种依附关系会催生一系列位序不同的城镇。这些城镇位序越高，数量越少，面积越大。城市的位序便是由这些城镇确定的。这一结论与克里斯塔勒（1933/1966）和廖什（1940/1954）的中心地理论是一致的。

对于任一位序的城市n，其人口规模P_n相对于所在地区更大范围的人口规模P_n的初始依附系数ξ可表示为：

$$p_n = \xi P_n, \tag{5.9}$$

城市n代表规模最大的城市时，表示为等级N，而位序最低时则表示为1。在第二种空间依附关系中，更高等级水平的人口数量P_n是下一个等级水平s个城镇人口数量P_{n-1}的总和，定义为：

$$P_n = p_n + sP_{n-1} = \frac{s}{1-\xi}P_{n-1}。 \tag{5.10}$$

反复代入方程5.10得出：

$$P_n = \left(\frac{s}{1-\xi}\right)^m P_{n-m}, \tag{5.11}$$

在等级体系的底部，人口规模最小，即$P=P_1$时，可以很清楚地看出幂律关系：

$$P_n = \left(\frac{s}{1-\xi}\right)^{n-1} P。 \quad (5.12)$$

假设中心城市人口规模很小，甚至为0，则$\xi=0$，方程5.12也因而简化为$P_n=s^{n-1}P$。

使用从1到N逆序数，每个层次的城市个数总和定义为s^m，则到m层次所有城市的数量总和为：

$$o(t+2) = o(t)\mathrm{P}^2, \quad (3.21)$$

显然，这是一个发散的等比级数，到m层次的总和可由（s^m-1）/（s-1）一式求出。故而第一个等级层次m的城市位序为{[（s^m-1）/（s-1）]+1}，等级层次居中的城市位序，也即平均位序为：

$$r(m) = \frac{s^m - 1}{s-1} + \frac{s^m}{2}。 \quad (5.14)$$

假设1/s-1的值相对于其他项而言小到可以忽略不计，则方程5.14可简化为

$$r(m) = s^m\left(\frac{1}{s-1} + \frac{1}{2}\right)。 \quad (5.15)$$

位序规模关系是基于人口规模和位序的，所以如果我们将表示人口规模的方程5.12（其中我们将n根据$n=N-m+1$转换成了m）与表示位序的方程5.15相乘，则可以得到：

$$P_{N-m+1}r(m) = \left(\frac{s}{1-\xi}\right)^{N-m} P\, s^m\left(\frac{1}{s-1} + \frac{1}{2}\right) = \Phi(1-\xi)^m。 \quad (5.16)$$

若$\xi=0$，则方程的值为常数。从某种程度上说，这个结果是随机的，虽然腹地的人口规模往往远远大于中心城市的人口规模。如果事实就是如此，那么我们就可以将方程5.16简化为$P_{N-m+1}r(m) = \Phi$。如果我们将位序为r时的人口规模定义为P_r，则我们可以得到：

$P_r r=\Phi$，或者

$$P_r \sim \frac{1}{r}, \tag{5.17}$$

这也就是纯粹的齐普夫案例。很多假说都曾得出这一结论，但是都没有将贝克曼（1958）离散情况下得出的结论扩大到连续情况下。不过，这种地理学推理模式（确切地说是几何推理模式）通过假定空间上的等级体系是基于经济上的依存关系的，也确实得出了人口的位序规模分布。从某种程度上来说，当然这点是很明显的，因为我们已经假定了存在等级层次，而且证明了描述这种等级层次的等比级数是可以产生位序规模的。这事实上间接地反映了比例规则。令人意外的是，贝克曼模型并没有得到广泛应用，至今（至少就作者所知）还没有学者提供贝克曼模型的随机版本。但是，这也提醒了我们，在位序规模分布背后有一个潜在的理论基础，而且位序规模本质上就是一种空间排序，几何排序，或者说是一种地理意义上的等级层次（Beckmann，1968）。

5.6 城市规划中的等级体系

我们在这一章中采用的模型本质上都是随机的和动态的，虽然前一部分中提到的贝克曼模型采用了演绎法，因而其动态性并不是那么明显。但是，除了这些模型之外，还存在着其他产生空间等级体系的方式。例如，我们还可以通过自上而下的静态方法甚至是准动态的方法来得出分布，比如，得出不同优化程序的分布。总之，为了对此做出解释，并且说明在城市规划中城市等级体系的影响，我们有必要回顾一下空间交互模型。其中，人口比例分布和旅游交通分布（例如那些在第2章中提到并在之后章节里进一步解释的分布）根据最优化理论都可以得出。这些模型都是建立在成本结构制约与效用或熵或可达性的最大化基础之上的。贝里（1964）是最早阐述这一方法的学者之一，通过熵最大化模型，他成功地得出了人口分布。为了在个人及集体规划层面上最优化土地利用行为，威尔逊、柯艾略、麦吉尔和威廉

姆斯（Wilson、Coelho、Macgill and Williams，1981）也应用了这一方法。

在这些不同的方法中，位序规模分布很好地阐明了我们在解释复杂体系演化过程时所遇到的问题。没有什么比随机过程中产生的分布更加多变了，尤其是当所有组成要素都相互独立，并且增长是自下而上时——正如我们的第一个模型一样——通过某些自上而下的优化过程，其中可及性是最大化的，但会受到一些成本或能源限制的影响。不过，优化要素后的分布结果是一样的。从某种程度上说，这些说明了我们研究城市等级体系的途径往往决定了我们得出预期结果所应用的方法。这种殊途同归性正是关于复杂体系的很多研究所面临的问题，即多种看似合理的不同模型最终都逐渐趋同，并产生相似的结果。这也是城市科学，甚至是很多其他科学所不得不面对的一个问题。这里我们不再赘述，不过相信我们的读者到现在已经很清楚我们的科学不可能建立起一个无懈可击的模型，一个可以不断用选定数据测试的模型。在本书中，我们还将不断地遇到同样的困境。

虽然城市规划实质上是个最优化问题，其理论基础和现实考虑千差万别，但应用等级理论的思想来解决问题还是非常普遍的。虽然在很多情况下，我们只是在建构问题解决框架时会用到等级思想，将问题分层次，建立一个层次结构，但是我们在这里用到的简化思想还是对问题的解决很有指导意义。在前一个部分中，我们引用了亚历山大（1965）的观点，他认为建构严格的等级结构这一理念太过简单化，因而不能成为城市规划的组织原则，并且交互模型会比等级模型更加适用。亚历山大和很多学者都借鉴了有机进化系统的思想，这一思想后来被丹尼特（Dennett，1995）和道金斯（Dawkins，1986）发展为新达尔文主义，他们主张的范式认为设计结构的必需部分是交互而非层级。重叠的层级结构，比如我们在图1.1和图5.9中描述的那些半格结构显然更加适合于不同地理尺度上的城市的空间组织。

本质上，亚历山大的观点就是在城市空间和街区设计中，根据严格的等级体系对空间进行分区未免太过于简单化了。虽然这一策略广泛地应用于自上而下的建筑设计中，但是重叠的等级结构更能反映实际情况的多样性，也更适用于城市规划中，即便它有简化交互作用之嫌。这也是我们将在本书最后一章中回顾的内容，这样我们就可以将讨论从城市科学转到城市规划中，至少是从城市科学转到设计科学上。在第10章中，我们将进一步探讨等级思想在城市规划中的应用，围绕亚历山大的思想并主要关注设计思想是如何交锋，并最终确定重叠等级结构为最适宜的结构。其实，从某种意义上说，城市科学中也有这一思想，克里斯塔勒的中心地等级体系就是重叠的，而且空间交互作用模型以及等级体系与零售中心的联系就是为了模糊化等级概念，让这一体系在流动空间中保持模糊。

当然关于为什么要将城市空间视为重叠的等级结构还有其他更为直接的原因。最简单的一个原因就是城市空间中存在着太多的等级结构。这里我们只探讨其中最简单的一个等级结构，也就是总体上人口组织的结构。但是一旦我们将人口细分成多个不同的类别，并考虑将人口在空间上分等级组织起来的其他活动，比如交通或其他网络系统、土地利用、建筑类型、社交网等，那么结构重叠就不是一个例外而是常态了。毋庸置疑，好的分析应该直面现实本身。但是，我们的大多数分析似乎都在为了简化体系而回避最为显而易见的现实，这也是我们的一个困境。我们需要的是一个简单、实用且合理的模型，来说明不同的等级结构之间是如何相互联系的。

就城市规模分布而言，我们面临的挑战就是要在吉布列模型的网络特征描述基础上，将之前讨论到的网络模型与一个基于交友模式而非出行经济效益的双重且平衡的网络结构相结合。这就需要我们再次绘制二部图，在下一章中我们将继续探讨可应用于简单网络体系，例如城市街道网络的二部图。我们的目标就是要链接网络，并产生聚合活动耦合但一致且简单的缩放模型。通过街道系统，我们可以很好地解释说明这一点，因为街道很好地反映了城市能源、信息及物质的输

送。我们知道我们所接触到的大部分城市分布都是比例缩放或者近似于比例缩放的，所以我们的目的就是要说明这些分布如何扩展并且在网络中联系在一起，这样我们就能够应对城市体系的多样性，我们关于城市的理解也能得到丰富，从而更有效地设计交互作用模型。

然而，值得一提的是，我们离实现这些目标还很远。对此，我们也无须惭愧，因为城市科学还处在发展初期，而且我们也仅仅是掌握了解揭示城市体系奥秘的少量工具而已，如，为什么简单模型可以解释位置、流及网络规模等级中的一般性规律。克鲁格曼（Krugman，1996）在一篇关于位序规模的文章《揭开城市等级体系的奥秘》中，一针见血地指出了这一困境。他写道："关于（经济）理论最常听到的抱怨就是，我们的模型太过简单化了，关于复杂混乱的现实它们所能提供的认识太过有限了。这……是我的一份中期报告，我试图理解为什么在一个重要的案例中，我们有复杂混乱的模型，现实却反而是令人意外的直接简单。这个报告在很大程度上是失败的，虽然对于这个结构一定有个具有说服力的解释，但是我还没有找到这样的解释。"事实上，为了找到这一解释，我们需要更为强大的工具，关于网络流程更为有力的分析，而要获得这些，关键在将我们的图表扩展为二部图。在下一个章节中，我们将通过案例来分析二部图对推动城市研究的作用。此外，我们还需要三部图，甚至是n部图来认识城市体系。在下一章中我们也将讨论未来的研究方向。

第6章

城市结构的空间句法

从技术角度来说，自调节转换系统的结构与形态并不一致：一堆鹅卵石并不能被认为具有形态……但是当我们将其置于严谨的理论中，将系统中所有“虚拟”的运动考虑进去，一堆石头也可以具有结构。这就将我们带入了物理学。

——让·皮亚杰（Jean Piaget），《结构主义》（1971，第36页）

本书所采用的城市研究方法中，物理形态是非常重要的内容。从形态中可以推导出我们所见的城市结构形成过程，形态还使我们可以对这一过程建立模型，反过来再用它们对形态进行模拟。所以，形态和功能是我们的核心概念。我们认为城市可以被理解为区位，而区位是相互作用的结果，区位又反过来构成城市结构，这是我们贯穿全书所研究的对象。形态、功能、结构、过程以及动力等概念并没有严密的定义，但正如在开篇引用的皮亚杰（Piaget，1971）的观点，在我们继续推进之前，必须理清所有这些概念之间的关系。实际上，“形态学”这一概念经常被用于概括城市的各个方面，我们这里也将如此。当然，形态学的概念应用甚广，最早歌德（Goethe，1790/2009）曾经用它来描述有机生成的自然实体的形成和转变，与这里所理解的城市的概念非常接近。城市形态学在这里被定义为研究城市的形态和结构的科学，其所关注的核心是转变的动力以及这些动力背后的规律。另一种为语言学所采纳的角度则将重点放在构成语言的语法和句法规则。在城市形态学理论的发展过程中，对有机生长的关注表现为研究城市如何“自下而上”地自然生长，如何填充空间并在不同层级上重复，比

如那些分形几何学中的概念（Batty and Longley，1994），这些我们都将在后面章节中详细介绍。

借鉴语言学模型，城市研究者聚焦于一般过程并研发了形态语法和各种过程模型。其焦点是新对象的生成规则，从而让我们可以在比分形增长模型更好的尺度上研究建筑和城市的增长。我们将在第8章中探讨分形增长以及采用元胞自动机的分形模型，而在本章中我们会首先从区位组成的网络结构角度来研究城市形态。我们主要通过隐形的形态语法来研究街道和其他线路系统的连接，也就是所谓的空间句法（Hillier、Leaman、Stansall and Bedford，1976），虽然这个工具的早期关注重点只是网络系统的组合方式。实际上，我们将这种方法放在最前面介绍主要是因为它可以为我们提供很多好的例子，揭示我们为什么需要更加强大的工具来深入分析城市，而不仅仅是使用二维图和空间网络。空间句法使我们了解到，网络实际上可以作为两组相关对象的组合而被预测——街道如何被定义为明确的对象以及如何通过另一组对象相连接，这里的另一组对象就是街道的接合点或相互作用。由此，我们可以使用建立在第3章中相关概念基础之上的二部图，来生成一种更加强大的句法工具。我们将提出一个一般性方法，即将城市结构理解为关系群，更加深入地挖掘城市形态的肤浅表面下的内容，从而认识到城市形态是众多网络跨越不同层面的交织。

6.1 传统表述

我们已经提出城市形态是一种诸如区位（点或区域）等可识别的城市要素所组成的格局。不同的区位之间往往通过城市街道等线性交通路线彼此联系。道路系统从某些方面来说就是城市发展的骨骼框架，因为它们为其他建设提供了重要基础。这些要素可以被认为组成了图的节点，节点间的关系弧代表了要素间的直接流或关联。这就是结构的概念，也是第2章和第3章所描述的各种相关工具和方法的基

础。这些关系并不需要建筑实体这样的物理承载，因为在较为粗放的空间层面上这些关系可能是抽象的，例如区域之间的人口流动。然而，在较细致空间和更接近地方的层面，这些关系通常是线性的要素，比如街道或廊道等。此类分析的重点在于对节点间的隐形流进行建模，或者采用相对邻近法或到不同区位的“可达性”来分析隐形流。分析图中可能包括节点间的距离计算，以及不同区位及区位间连接所发生的活动密度和强度。例如，工作活动的集聚通常意味着较高的可达性。因此，规划和设计最多考虑的就是通过新建或更新交通基础设施改变可达性格局，以达到提升城市运行效率和空间资源合理配置的目的。

很长时间以来，一直有研究试图借助图论方法来表达城市形态。通过理想化的线路系统来描述城镇结构与交通的历史可以追溯到20世纪50年代末，比如斯密德（Smeed，1961）、霍尔罗伊德（Holroyd，1966）以及其他人（参见Haggett and Chorley，1969）的工作。在这之前，还有对区位组成的网络的研究和德国的区位理论研究（参见Isard，1956），更远还可以追溯到在第2章介绍的科尔（1841）。尼史顿和达西（Nystuen and Dacey，1961）提出了对区域中心地系统中的层级体系进行测度，康斯基（Kansky，1963）则将基本的图论应用于测量交通网络。基于围绕单点的加权合力，斯图尔特（Stewart，1947）提出了引力势概念并首先应用到人口系统分析中，其中就隐含着图的思想，我们在第2章中已经用它来描述流系统。之后的一些研究将可达性看作空间相互作用的决定性因素，其中也包含了空间系统的图论观（Hansen，1959;Wilson，1970）。类似地，图论还被广泛用于表现建筑中房间的连通性（March and Steadman，1971）和对建筑进行分类（Steadman，1983）。由于拓扑关系与欧几里得空间的紧密联系，长久以来图都被认为是用于表现其形态的基本结构。在对建筑层面或更大空间层面的增长系统建立生成模型和过程模型时，就如建立语法规则一样，建筑和更加集聚的空间对象间的关系具有相应的规

则，这些规则促成了结构在其不断发展过程中的形成和转变（Stiny，2006;Lipp、Scherzer、Wonka and Wimmer，2011）。

在第2章和第3章中介绍的一般情形中，我们将欧几里得空间中的区位或点定义为节点或定点$\{i，k\}$，而它们之间的连接或弧为$\{\ell_{ik}，i，k=1，2，\ldots\}$。连接的值可以是二进制的，表示存在或不存在，或是具体的物理距离d_{ik}。对于较小尺度上的系统，比如我们在这里所涉及的，通常关注邻里和建筑间的连通性，连接通常用二进制来表示：

$$\ell_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{当 } i \text{ 和 } k \text{ 之间存在连接时} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} 。 \quad (6.1)$$

在这种设定中，联系存在或不存在情况往往是对称的，即$\ell_{ik}=\ell_{ki}$；直接或间接的联系存在于任意两个节点间，就意味着潜在的图是强连接；而自关联ℓ_{ii}通常被认为并不重要并将值设为零，即$\ell_{ii}=0$。我们将采纳以上这些假设，并且它们一点也不会削弱我们所提出论点的一般性。这种二元图中的可达性是依据它们的连通性来计算的，点或节点（入度和出度）间的直接连接可表示为$\ell_i = \sum_j \ell_{ij} = \ell_k = \sum_j \ell_{jk}$，其中$i=k$。两点在图中的最短距离用$d_{ik}$来表示，这也可以用来衡量可达性。其权重需要取倒数成为与直接连接一样的可达性衡量指数，如$V_i \propto \sum_k d_{ik}^{-1}$，这也与直接连接一样具有对称性。这些衡量与第3章介绍的接近中心度等方法类似。

在较小层面的分析中，图通常是二维的或是被认为接近二维的，图中关系集的拓扑结构与欧几里得结构是相同的，即图就是街道或廊道的网络。其中假定任何弧的交汇都是节点且没有单向的连接弧（单行道）。图6.1a是一张表达节点间可达性的图，我们将它作为原始问题。然而，还存在图6.1b中描述的另一种连接相关问题。如果我们寻找原始图中的连接弧之间的关系，对街道网络问题来说也就是找到每段街道间的关系，这就形成了被称为对偶问题的另一种图示方法。这里的对偶与更常见的所谓对偶的含义有所不同，后者是对原始二维图

中连接所围合区域空间的关系网络的描述（March and Steadman，1971）。这里的对偶关系与原始连接并不一样，它们并没有与物理空间紧密相关，因为它们代表的是街道间的抽象关系。它们是通过街道在交叉点上的连接产生的联系，而原始问题则是交叉点间的联系，这种联系其实也就是街道本身。

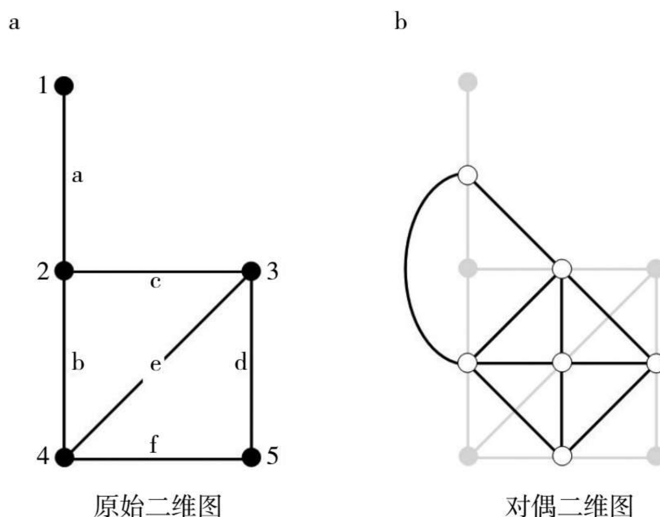


图6.1 常见的道路网络图论表达方法

对偶问题尚未广泛应用到城市的网络里，因为之前的关注是作为弧的通信链接，以及作为节点的特定区位交汇点。在前面的章节中，网络到目前为止仍然是在欧几里得空间内进行讨论的，网络被作为二维图或是节点位于二维空间中的图。相对于区位来说，对线性内容的关注并不多，对偶则主要将连线或街道作为关注对象，而非区位或街道交叉点。此外，对偶打破了欧几里得空间和拓扑空间之间的清晰联系，这使得对偶的可视化分析更加困难。不过，对偶分析中有一个运用广泛的传统工具即“空间句法”，最初由希利尔和汉森（Hillier and Hanson，1984）针对建筑内部空间的分析提出。其理论基础非常精细，认为可以将建造形态的进化类比为有机体生长的形态变化（Hillier、Leaman、Stansall and Bedford，1976）。空间句法如今的应用形式非常广泛，它更像是一个包括了很多简单技术的工具盒，可以衡量城镇街道的可达性，并与空间和视线间的无阻碍移动相关联

（Hillier、Penn、Hanson、Grajewski and Xu，1993）。但b是，与其他类似网络形态学方法相比（参见Sevtsuk，2010），空间句法的主要不同在于，它优先关注线性要素如街道，而非代表区位的点（Hillier，1996）。

图6.1描述了从原始问题转换为对偶问题的一条清晰路径，但这条路3径并没有被很好地利用，至少在空间句法中没有涉及。本章中，我们将探索原始问题和对偶问题如何针对网络形态学代表了各自不同但又互补的角度，建立一个统一的框架使得任何人可以在这两类问题中随意转换。通过这种方式，我们将看到空间句法可以被转译为一个更加熟悉的区位分析框架。在下一部分，我们首先将对空间句法进行介绍，然后建立我们自己的框架，以更好地理解原始和对偶问题中的连通性和距离。接下来我们介绍希利尔和汉森（1984）针对法国村庄加桑的研究，以此为案例描述如何将空间平均运用于可达性计算。我们将展现如何将一个问题转换为它的对偶问题，以获得一种更好的可视化分析方法，并最终展示如何将距离重新带入空间句法中。同时，我们将描述如何通过这种扩展的形态体系来处理多类型的网络。

下一章完全建立在本章的基础之上，将通过一个针对伦敦西区数个街区的简单案例，介绍原始和对偶问题的所有研究结果，并且我们也认为这些方法可以被用于规划和非规划的不同道路系统类型中。我们还将进一步将距离纳入分析中，从而将分析带回道路系统，并提出通过这种扩展的形态体系来耦合不同网络的方法。在这两章中，我们希望将空间句法简单化并提出一个通用版本，为类似问题进一步的一般化处理指出方向，并讨论它们与网络进化和统计理论最近的发展之间的关系（Dorogovtsev and Mendes，2003）。

6.2 空间句法介绍

空间句法关注的重点是线，而不是点、道路或者廊道，也不是图6.1中二维平面上的交叉点。这点并没有什么争议，尽管用一个质点来近似表达一条街道通常是困难的。然而，对图6.1b的对偶形式进行的分析表明句法图已经不再是二维平面的了：道路段不一定需要由两端的节点来确定——道路可以有任意数量的接合点或多于一个的交叉点。因此，接合点就显得不那么重要了，因为在空间句法中，道路之间如果存在任何接合点，那么它们就是相互关联的。除非仅有一个交叉点，否则这种关联性并不依赖于某个特定的交叉点。在这样的语境中，街道绝不是区位，因此任何两条道路之间的关系绝不会仅存在于欧几里得空间中。这就将分析带到了道路的拓扑关系中，那么道路间的距离更像是图论中所讨论的距离概念，而非欧几里得意义上的距离，也就是从最初定义的物理空间中抽取出的关系图。在某些环境中，当关注的对象是道路自身而不是将道路连接起来的交叉点时，这种分析方法就是适用的。

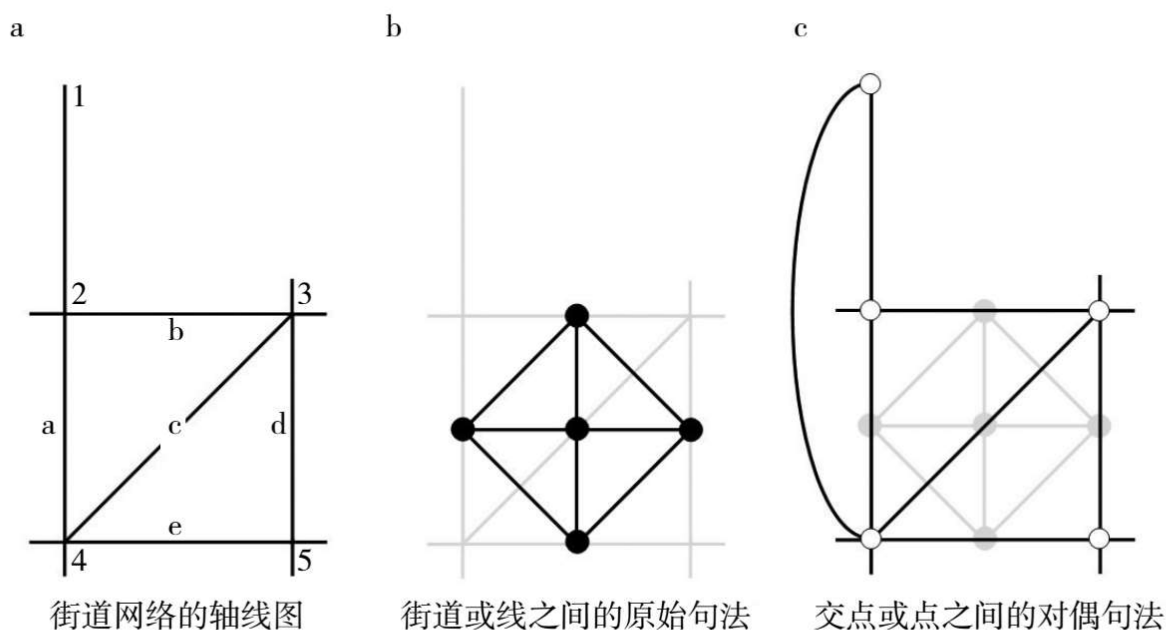


图6.2 空间句法表达

从图6.2a中可以看到，从这张简单的图可以生成一种不同的关系结构，其中的弧具有一个或多个节点，这些是空间句法要表达的基本

内容。新道路图中包括a、b、c、d、e五条线。其中a是1~2路段和2~4路段的连接，这已经超越了二维，仅称为图已经不再合适。通常称其为“轴线图”，其中的线都称为“轴线”。对于这类轴线一般都认为它们是“视线”或是可无障碍移动的线，对于如何定义它们尚有争议，其中后者的解释更具争议性。前者试图将空间句法限制在建筑或城市设计层面，这些层面中廊道和街道比起一般的交通路线更重要，而且其主要关注点是b更细节的城市形态和布c局。图6.2b展现的空间句法图规则是如果任意两条街道间有交点，它们之间就生成关系线。这与二维图有着直接区别，这张图表达的是一条街道的重要性会随着它所包含的交叉点的数量增长而提升。对于传统问题来说，与某个交叉点相关的线或街道的数量越多，交叉点的重要性就越大，但是这个传统原始问题的对偶与原始的空间句法问题并不尽然相同，下面将继续讨论这个问题。

我们从一开始就需要清楚，空间句法中的原始问题和对偶问题是如何定义的。实际上，这里的原始问题是传统二维表达的对偶的一般形式，其关注的是街道之间的关系。而对偶空间句法问题是通过街道相连接的街道交叉点的问题。图6.2c是其可视化表达。这种对偶是与初始的原始问题二维图相关的，轴线图是此图的子集，也被称为“可视图”（Turner、Doxa、O'Sullivan and Penn，2001）。但是，如果要更好地理解这些问题以及它们对于城市分析的意义，我们还需要一个更加强大的框架，我们将在下一小节讨论。这使我们不仅可以在两种形式的问题中转换，还可以将问题间的可达性衡量联系起来，最终为我们提供一种更简单化的空间句法形式。

6.3 一个统一的框架：通过二部图来体现原始和对偶、点和线

为实现更加统一的理解需要建立一个基本观点，即形态关系本质上是建立在两个无交集的对象集之上的，在这里就是代表了区位和线性要素的点和线。这些对象集可以是城市形态的任意要素，如街道和它们的交汇点、建筑地块和街道，甚至两组不同的街道对象集或是一组街道和一组铁路等。但是不管是什么对象集，它们都必须是没有交集的，并且它们间的关系必须是清晰的。在空间句法中，第一个街道集合被定义为$L=\{\ell|i，k=1，2，\ldots n\}$，而第二集合是街道交点，被定义为$P=\{\rho|j，l=1，2，\ldots m\}$。如果一条街道有一个交点或一个交点在一条街道上，这被定义在$n\ x\ m$矩阵中，其元素为

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当 } \ell_i \supset \rho_j \text{ 或者 } \rho_j \supset \ell_i \text{ 时} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} 。\qquad (6.2)$$

图6.3a是对图6.2a根据方程6.2进行的可视化。这是一张表现线和点关系的二部图，从中可以清楚地看到，对于任意给定的线i，与之相关的点的数量为：

$$\ell_i = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}, \qquad (6.3)$$

而与任意点j相关的线的数量为：

$$\rho_j = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}。\qquad (6.4)$$

方程6.3和6.4分别定义了关联二部图的出度和入度。接下来我们将不再进行这样的求和，因为每次运算都是一样的。本章和下一章中的概念表达方式与本书其他部分类似，但变量和参数的符号会稍微有些不同。不过，我们会努力让差异最小化，以便与其他章节中类似的图和矩阵概念进行比较。

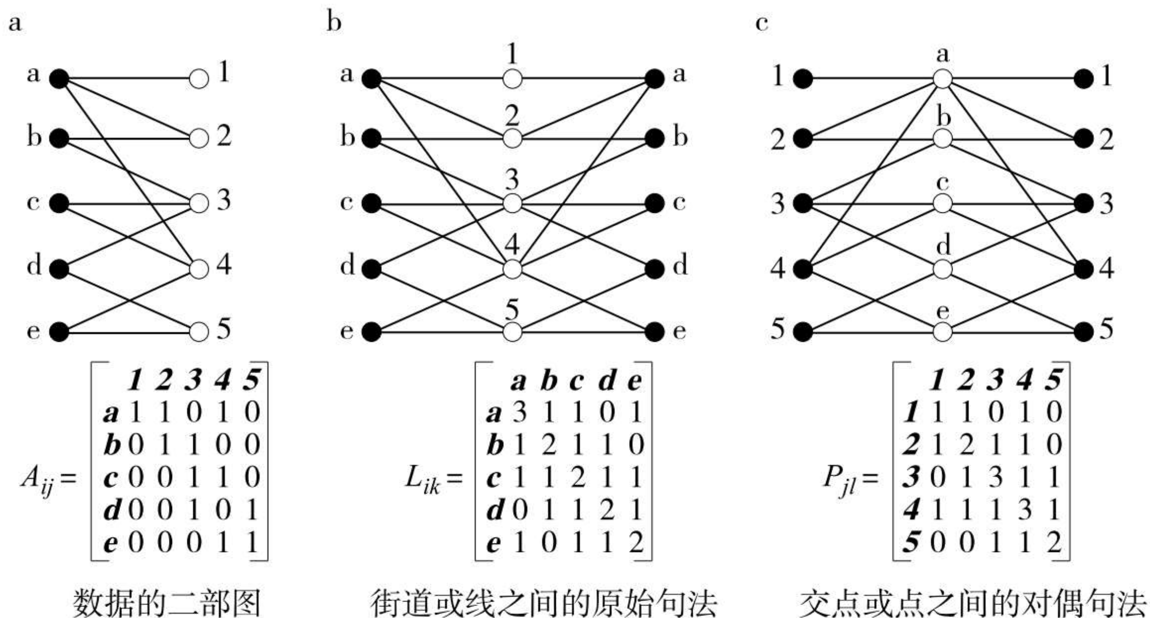


图6.3 空间句法的二部图

实际上，线点的不对称性，以及方程6.3及6.4中的线和点的直接连通性指标已经反映了这种表现方法的原始对偶特征。我们看到，线并不比点更重要，反之亦然。实际上，二维图和空间句法表现方法是同一框架中的不同情况，可以很容易进行比较。注意到在二维图中，每条线的点数量固定为ℓ_i=2，$\forall i$（因为每条街道段的起始和结尾都有一个交点），那么任意图对平面性的偏差可以表示为$\psi = \sum_i \ell_i / 2n$。对于后面我们将要提到的加桑村庄来说，ψ=1.065，这意味着相比二维图来说，街道段相关节点的数量只多了6.5%。指标$\{\ell_i\}$和$\{\rho_j\}$是我们对直接联系的衡量，我们将会看到，这是阐释空间句法中可达性的关键指标。

这些测量简单地统计了每条线上的点数量和经过每个点的线数量，但更普遍的方法是检查任意两条线的共有点数量或是任意两个点的共有线数量。这构成了问题的原始和对偶特性。任意两条线的共有点数量是由矩阵给出的，其中的元素ℓ_{ik}定义为：

$$\ell_{ik} = \sum_j a_{ij} a_{kj}。 \tag{6.5}$$

对其可视化的最佳方法是将逆向的二部图与原始图联系起来，如图6.3b中所示，任意线i和线k之间的共有路径数量就是从i到k的路径数。表现线之间的共有点数量的这种方法马上体现出$\mathbf{L}=[\ell_{ik}]$是对称的，同样也反映在矩阵**L**的入度和出度中，这就形成了我们对线的可达性的衡量。可以表示为：

$$\tilde{\ell}_i = \sum_k \ell_{ik},\ \tilde{\ell}_k = \sum_i \ell_{ik},\ \text{以及当}\ i = k\ \text{时},\tilde{\ell}_i = \tilde{\ell}_k\text{。} \quad (6.6)$$

ℓ_{ik}本质上是空间句法图，但实际上图被分割了，所有线条之间的相关数量信息都被去除，因此矩阵变成二元的。从而得到：

$$Z_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{当}\ \ell_{ik} > 0\ \text{且}\ i \neq k\ \text{时} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}\text{。} \quad (6.7)$$

需要注意的是，被分割的方程6.7中还缺失了自环的强度。实际上，这种分割类型是不必要的，因为这导致了关系强度这样有价值的信息的损失。所以，我们认为空间句法的应用更应该建立在ℓ_{ik}而不是Z_{ik}的基础上。然而，这个细节的区别对下面的分析并没有本质影响。

紧接着的是对偶问题，它可以用类似的方法来描述。首先，任意两个点的共有线数量可通过下面的方程计算：

$$\rho_{jl} = \sum_i a_{ij}a_{il}, \quad (6.8)$$

而基于入度和出度，对图中直接联系或可达性的测量可以表示为：

$$\tilde{\rho}_j = \sum_l \rho_{jl},\ \tilde{\rho}_l = \sum_j \rho_{jl},\ \text{以及}\ \tilde{\rho}_j = \tilde{\rho}_l,\ \text{其中}\ j = l\text{。} \quad (6.9)$$

图6.3c描述了这种等价二变量图表示法，其中矩阵$\mathbf{P}=[\rho_{jl}]$很清楚是对称的，并且可以得到两个点的共有线的路径数量。

原始问题和对偶问题以一种有趣的方式相互关联，实际含义就是如何将点的可达性转译为线的可达性，反之亦然。我们需要通过矩阵概念来展现这点，矩阵提供了一个更简约的方式来揭示这种互锁的本

质。像在第3章中那样，我们用粗体的大写字母和小写字母分别来表示矩阵和矢量。首先是关联性$\mathbf{A}=[a_{ij}]$的基本$n \times m$矩阵。我们将这个矩阵转置为$\mathbf{A}^T$，但是在我们需要使用单位矢量1来计算这类矩阵的元素总和时，并不会因为转置而有所区别，因为环境决定使用方式。现在，我们可以根据方程6.3、6.5和6.6将原始（空间句法）问题表述为：

$$\ell = \mathbf{A1}, \mathbf{L} = \mathbf{AA}^{\mathrm{T}}, \text{以及}\ \tilde{\ell} = \mathbf{L1}, \tag{6.10}$$

其中 $\mathbf{L}$（以及 $\tilde{\ell}$）是对称的：$\mathbf{L} = \mathbf{L}^T = (\mathbf{AA}^T)^T = \mathbf{AA}^T$，并且 $\tilde{\ell}^T = \mathbf{1L}^T = (\mathbf{1AA}^T)^T = \mathbf{L1}$。对偶问题具有一个类似的结构：

$$\rho = \mathbf{1A}, \mathbf{P} = \mathbf{A}^T\mathbf{A}, \text{以及}\ \tilde{\rho} = \mathbf{1P}, \tag{6.11}$$

其对称性也是类似的。两个问题之间的关系很容易阐述。在方程 6.11 中，如果我们将$\rho = \mathbf{1A}$ 右乘 $\mathbf{A}^T$，我们导出：

$$\tilde{\ell} = \rho\mathbf{A}^T, \tag{6.12}$$

而如果我们将 $\ell = \mathbf{A1}$ 左乘 $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$，我们就得到：

$$\tilde{\rho}^T = \boldsymbol{A}^T\ell。 \tag{6.13}$$

这些关系的含义有些复杂。方程6.12中任意两条线的共有点的数量，可以被视为每个点上存在的线数量的卷积。每对点上的共有线的数量也有类似阐释。实际上，在后面章节特别是在第三篇中，我们会讨论社会相互作用、网络、交易相关性乃至冲突解决过程等概念，并通过基本二部图更广泛地揭示这些关系，这还提出了我们认为这门科学中一个很重要的关键内容，即仅研究相互作用矩阵还不够，我们还需要考虑这些相互作用矩阵是怎么形成的。二部结构是其中的关键点，丰富了迄今仍然缺失的分析内容。

实际上，ℓ、$\tilde{\ell}$、ρ 和 $\tilde{\rho}$ 将成为直接可达性和连通性的关键指标，我们将在后面部分中使用和比较它们。但在我们全面讨论原始和对偶问题图中的距离之前，我们需要了解方法的起源。在第3章中，我们探讨了在20世纪中期之前和之后的社会性权力和计量社会学，用二部图来表现决定了个体间的链接和多种属性的关系结构。在社会网络理论中这些图被称为双模图（two-mode graph），以区别于代表不可分的关系集的单模图（one-mode graph）（Borgatti and Everett，1997）。然而，阿特金（Atkin，1974）提出了“Q分析法”，第一次在城市分析领域提出阐释两个集之间的关系。这种分析方法从包括对偶和原始特性的矩阵A中阵列的关系开始，但用一种被称为简单复形（原始）及其共轭（对偶）的几何方式表示。Q分析法并没有被广泛应用，可能是因为它相对晦涩的描述，而它也很少与图论联系起来。

科尔曼（Coleman，1973）从另一个很不一样的视角，在社会交换研究中探索了这种原始对偶框架。巴蒂和廷克勒（Batty and Tinkler，1979）进行了总结并将之与图论相联系，巴蒂（1981）进一步将其与设计决策过程中的社会性权力相关联。直至最近，这个研究框架仅偶尔被涉及，但在近期对网络及其进化和统计的研究热潮中又被重新发掘出来。本书的第三篇将基于这些概念，届时我们主要关注冲突解决和达成共识过程中涉及的相互作用模式。在瓦特（Watts，2003）和纽曼（2003）用小世界特征分析社会网络的研究中，广泛应用了这个框架。对空间句法中的替代图论关系的检测有一些尝试（参见Kruger，1989），江斌和克拉拉蒙特（Jiang and Claramunt，2000）认为本质上是对偶图的可视图，其分析对象更多关注点而非线。这与我们本章中的观点一致。波尔塔、克鲁西提和拉托拉（Porta、Crucitti and Latora，2006a，2006b）提出了一个明确的原始对偶特征描述，采用了与我们类似的方法，试图扩展测量街道系统可达性的空间句法方法。

6.4 句法的模式

6.4.1 基于连通性和距离的可达性

上面介绍了通过测量线和点与其紧邻的同类元素的直接联系来衡量连通性。也就是线元素或点元素之间的直接连接。而距离的测量虽然也考虑紧邻元素，但更合适的方式是基于系统元素的非直接连接来进行。通常的形式是计算元素间的最短线路，然后计算关联的入度和出度，以对势能和可达性进行衡量。在这部分中，我们将首先介绍标准测量方法，并提出另一种更具所需特性的方法。不过在每个例子中，这些距离都会基于线矩阵**L**和点矩阵**P**的相互作用。我们将首先阐释针对原始问题的标准测量方法。首先是矩阵**L**，它包括了任意两条线上共有点的数量信息。对于处于不同距离阶段的任意两条线，我们还需要计算任意它们在图中所有存在路径间的共有点数量。相互距离为一阶路径的基本矩阵元素ℓ_{ik}是直接连接的，而二阶路径连接的数量为：

$$\ell_{ik}^{2} = \sum_{z} \ell_{iz}^{1} \ell_{zk}, \tag{6.14}$$

其中 ℓ_{ik}^{1}是基本矩阵的元素 ℓ_{ik}。对于长度为 s 的路径数量可以如下计算：

$$\ell_{ik}^{s+1} = \sum_{z} \ell_{iz}^{s} \ell_{zk}。 \tag{6.15}$$

然而，我们计算距离，并不是依据这些路径长度上的点的数量，而是路径的实际长度，即任意两条线i和k之间的最小距离。因此：

$$\text{如果 } \ell_{ik}^{s+1} > 0 \text{ 且 } \ell_{ik}^{s} = 0, \text{那么} d(\ell)_{ik} = s, \tag{6.16}$$

其中s是路径的长度。在强连接图中（包括本书中涉及的所有图），当路径长度s达到n或在这之前，$d(\ell)_{ik}>0$。这是初等矩阵代数的标准结果，因而通过方程6.15和6.16提供了可以计算这类图中的最短路径的算法。

前面我们提到过，在空间句法中使用的矩阵并不是[ℓ_{ik}]，而是方程6.7中所定义的二元形式[Z_{ik}]。然而，由此产生的距离矩阵与[d（ℓ）$_{ik}$]非常接近。这与通过计算将L自乘连续幂产生的加权是没有关联的。实际上，尽管矩阵[Z_{ik}]的自元素Z_{ik}=0，二阶路径则为正值，而得到的距离矩阵与方程6.15和方程6.16的计算结果高度相关。不过用矩阵概念来描述会更容易。因此，对于原始问题，L的连续幂是$L^{s+1}=L^sL$。而距离矩阵D（ℓ）在当$s \le n$时变得稳定。对偶距离矩阵可以通过一个非常类似的过程得出，点到点的矩阵P包括了任意两个点间的共有线数量，将它与连续幂$P^{s+1}=P^sP$自乘，将距离矩阵计算为D（ρ）。

我们计算合适的矩阵的连续幂的入度和出度（由于对称性它们其实是一样的）：

$$\tilde{\ell}^s = \mathbf{L}^s 1 \text{ 以及 } \tilde{\rho}^s = 1\mathbf{P}^s, \tag{6.17}$$

有多种方法可以体现这些原始和对偶问题的度向量如何相互间形成互锁。我们在此仅提出对于每个问题的互锁的本质，而不做进一步解释：

$$\left.\begin{aligned} \tilde{\ell}^s &= \mathbf{L}\tilde{\ell}^{s-1} = \mathbf{L}^{s-1}\tilde{\ell} = \mathbf{A}\mathbf{P}^{s-1}\rho^T \\ \tilde{\rho}^s &= \rho^{s-1}\mathbf{P} = \tilde{\rho}\mathbf{P}^{s-1} = \ell^T\mathbf{L}^{s-1}\mathbf{A} \end{aligned}\right\}。 \tag{6.18}$$

方程6.17和方程6.18中体现的关系，为这种性质图中的路径长度提供了另外的解释。对这些线的进一步分析将使我们偏离中心议题，但我们将在本书的第三篇中的多个章节中再次讨论这些分析，并探讨研究方程6.18中的关系类型。

原始问题中从一条线到其他所有线的累积距离，以及对偶问题中从一个点到所有其他点的累积距离，都通过同样的方式计算，即对相关距离矩阵的入度和出度进行求和：

$$y(\lambda x_i) = (\lambda x_i)^\alpha = \lambda^\alpha x_i^\alpha = \lambda^\alpha y(x_i), \tag{1.2}$$

实际上，这些距离衡量的是不可达性，而不是可达性。所以它们需要通过某种方式被转换以更好地衡量。在空间句法中，d（ℓ）指的

是深度，且通常根据系统n中线的数量被取平均。那么线（以及线的区域）与一条给定的线在某个给定的距离或深度之内，就显得很重要，但是这对相对分布并没有什么影响。空间句法中对可达性的衡量简单地采用了原始问题的距离平均值并加于转换，得到了被称为“整合”的指标。这些指标存在变化（Teklenberg、Timmermans and van Wagenberg，1993），但对于原始和对偶问题，每个元素的整合（或可达性）通常可以被定义为：

$$\ell(d)_i = \frac{1}{[d(\ell)_i/n]} \text{ 以及 } \rho(d)_j = \frac{1}{[d(\rho)_j/m]}。 \quad (6.20)$$

这些测度方法的主要问题是它们忽略了图中的相对重要性和路径强度。首先，在连通性强度被转换为简单的步长距离的过程中有信息损失，如方程6.16所示。其次，每一步都具有相同的权重，然而有可能出现的情况是，当步长变大时，步的相对重要性会减小。再次，图中步的数量取决于图的规模，因此不同规模的系统无法相互比较。需要一些标准化处理以进行比较。这个问题的一部分已经有所解决，但最佳的解决办法是通过一种对距离测量的新方法，这种方法基于基本路径连通性的矩阵**L**和**P**，以及认为较大步长如同欧几里得空间中的距离那样，其重要性日益降低。

6.4.2 加权可达性

有很多种加权的方法，我们在此仅介绍其中一种。对于线与线间相互作用的矩阵［ℓ_{ik}］，我们对每个矩阵幂s赋以权重ω^s，并形成线性组合：

$$\tilde{D}(\ell)_{ik} = \sum_s \omega^s \ell_{ik}^s, \quad (6.21)$$

其中ω^s随着路径长度s的增加而下降。如果我们将权重设为λ^S，其中的s是幂（同时也是个指标）且$0<\lambda<1$，那么当$s\to\infty$时，$\lambda^s\to 0$。线i的累积距离可以这样计算：

$$\tilde{d}(\ell)_i = \sum_k \tilde{D}(\ell)_{ik} = \sum_s \lambda^s \sum_k \ell_{ik}^s = \sum_s \lambda^s \tilde{\ell}_i^s。 \quad (6.22)$$

$$\tilde{d}(\rho)_i = \sum_s \lambda^s \tilde{\rho}_j^s。 \tag{6.23}$$

这个定义说明每条路径长度对于总体的距离都有贡献，并且可以通过确定 λ 的值来控制。在加桑的例子中，我们设置 $\lambda = 0.05$。如果我们针对原始（线）问题来计算每个步长 s 的贡献 $\Phi = \sum_{ik} \ell_{ik}^s / \sum_{iks} \ell_{ik}^s$，我们可以得出以下关系：$s = 1$，$\Phi = 0.717$；$s = 2$，$\Phi = 0.178$；$s = 3$，$\Phi = 0.062$；$s = 4$，$\Phi = 0.025$；以及 $s = 5$，$\Phi = 0.019$，在加桑的轴线图中，两条街道间的最大路径长度（或深度）为 5。

现在我们对这两个问题中的每一个都有四种对可达性的测度：两种是基于直接或邻近距离，另两种基于所有距离。原始问题的向量包括 ℓ、$\tilde{\ell}$、$\ell(\mathrm{d})$ 和 $\tilde{\mathrm{d}}(\ell)$；而对偶问题包括 ρ、$\tilde{\rho}$、$\rho(\mathrm{d})$ 和 $\tilde{\mathrm{d}}(\rho)$。空间句法图中的平均深度或步长较小，例如在加桑为3.239，我们的猜想是这些测度之间是高度相关的。为了检验这个猜想，我们生成了1 000个随机点线系统，其中线的数量为30至60条而点的数量为40至80个不等。对于用关系总数量与潜在数量的比值来衡量的线和点的关系密度$\Theta=[1-\Sigma_{ij}a_{ij}/(nm)]$，我们设置其范围为0.75至0.99。加桑的例子中，线的数量为41，点的数量为63，比值$\Theta = 0.948$，所以这些随机系统与我们的真实案例具有很好的可比性。因为我们在这些随机生成中排除了所有的分离系统，其平均密度$\Theta = 0.825$，平均的线数量为45，而平均的点数量为59。生成的系统是比较高密度的轴线图，平均步长约为2.6。这些是对比较不同测度方法的第一次粗略尝试，还需要更多工作来支撑我们在此提出的假设性结论。我们对每对距离提出一个相似度指标，我们以ℓ 和$\tilde{\ell}$为例在方程6.24中定义为：

$$\Xi(\ell : \tilde{\ell}) = 1 - \sum_i \frac{[(\ell_i / \sum_k \ell_k) - (\tilde{\ell}_i / \tilde{\sum_k}\,_k)]}{(\ell_i / \sum_k \ell_k)}。 \tag{6.24}$$

这个测度指标类似卡方，值分布从1（完全一致）到0（完全不同）。其他测度指标依照原始和对偶问题分别计算。

表6.1 四种距离测度的平均相似度

(a) 线距	ℓ	$\tilde{\ell}$	$\ell(d)$	$\tilde{d}(\ell)$
ℓ	•	0.927	0.775	0.914
$\tilde{\ell}$	(0.030)	•	0.767	0.972
ℓ (d)	(0.069)	(0.082)	•	0.769
$\tilde{d}$ (ℓ)	(0.041)	(0.020)	(0.049)	•
(b) 点距	ρ	$\tilde{\rho}$	ρ (d)	$\tilde{d}(\rho)$
ρ	•	0.898	0.638	0.880
$\tilde{\rho}$	(0.048)	•	0.626	0.959
ρ (d)	(0.163)	(0.178)	•	0.687
$\tilde{d}$ (ρ)	(0.064)	(0.031)	(0.117)	•

注：比较是对称的，位于对角线下方括号中数字是与角线上方相关相似度测度的标准差。

表6.1（a）和（b）比较了原始和对偶问题的距离测度。这些距离测度指标中的三个，分别基于原始数据矩阵**A**的入度和出度、基本相互用矩阵**L**和**P**，以及加权距离矩阵$\tilde{\mathbf{D}}(\ell)$和$\tilde{\mathbf{D}}(\rho)$，它们之间的相似度都超过80%。步长距离矩阵**D**（ℓ）与其他三个测度指标的相似度都在70%左右，而矩阵**D**（ρ）只有60%的相似度。这表明，当原始或对偶问题的轴线图中连接密度很高时，就像这里随机生成的1 000个系统那样，忽略了所有的非直接连接的可达性直接测度方法，是衡量线或点的重要性的好方法。正如我们下面将会看到，这些结果与下面给出的加桑案例中的结果非常相似，尽管图6.4中揭示了$\tilde{\ell}$与$d(\ell)$，$\tilde{\rho}$与$d(\rho)$之间的相似性还有很大的变化幅度。这表明当点的数量比线多时，正如在很多空间句法问题中那样，那么对可达性的判别主要依靠点。这或许看起来是反直觉的，因为空间句法更关注线而非点、更关注街道而非它们的交点。但是对于任何问题来说，如果其中某个集比其他集在数量上都大，那么这个集的重要性也会更

高。我们将在后面对加桑案例的分析中重新提到这点，不过在这之前，我们还需要介绍关于距离的最后一个概念。

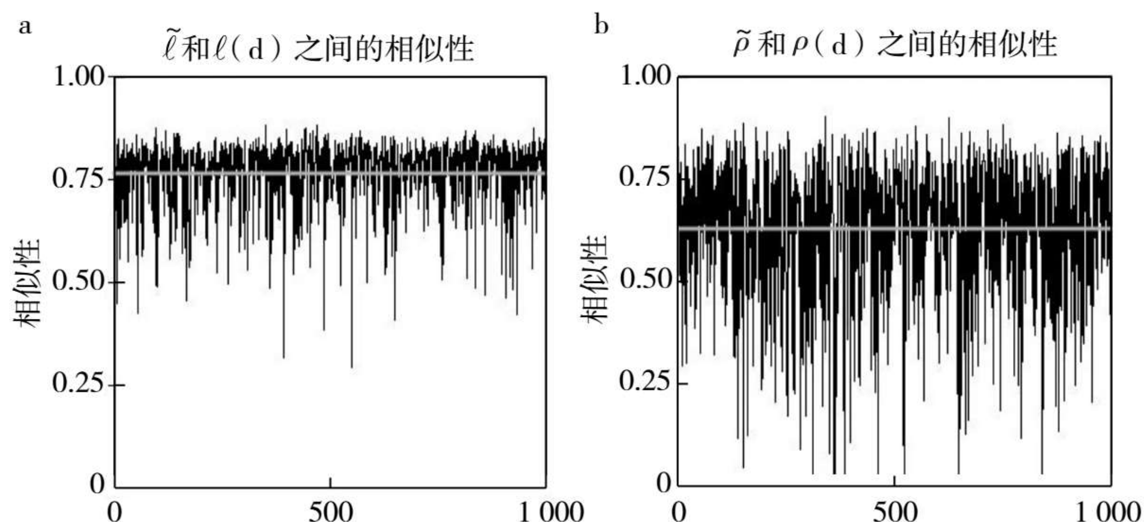


图6.4 直接距离和间接步距之间相似性的变化

6.5 句法代数学

6.5.1 线与点的平均和点与线的平均

线可以通过对点赋予权重得到，反之亦然。探究线之间的相对可达性是否包含距离向量是很有意义的。这可以等同于原始和对偶问题间的一个完全互锁，但也可以提供一种线和点间的自然平均形式。简而言之，我们需要这样的向量[$\bar{\ell}_i$] 和 [$\bar{\boldsymbol{\rho}}_j$]:

$$\bar{\rho}_j = \sum_i \bar{\ell}_i X_{ij}, \qquad (6.25)$$

以及

$$\bar{\ell}_j = \sum_j \bar{\rho}_i Y_{ij}, \qquad (6.25)$$

其中矩阵 $[X_{ij}]$ 和 $[Y_{ij}]$ 分别为每条线上的每个点以及作为每个点一部分的线加权。因而方程 6.25 和 6.26 可以被认为是稳定态的方程类型。

当然，问题必须基于结构性矩阵 $[A_{ij}]$ 的相关数据，并以如下明确的定义来确定权重。首先，任意点 j 对给定的线 i 的相对重要性表达为：

$$X_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum_l A_{il}}, \quad \sum_j X_{ij} = 1, \qquad (6.27)$$

任意线 i 对给定的点 j 的相对重要性则有：

$$Y_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sum_k A_{kj}}, \quad \sum_i Y_{ij} = 1。 \qquad (6.28)$$

问题现在已经被明确定义了。我们转向向量 $\bar{\rho}$ 和 $\bar{\ell}$，它们分别是方程6.25和6.26的解，用矩阵术语即是有 $\bar{\rho} = \bar{\ell}\mathbf{X}$ 和 $\bar{\ell} = \bar{\rho}\mathbf{Y}$ 。

有两个处理方法。第一种是简单地将方程6.25代入6.26以及将方程6.26代入6.25，可以得到：

$$\bar{\rho}_j = \sum_i \sum_l \bar{\rho}_l \boldsymbol{Y}_{il} \boldsymbol{X}_{ij}, \qquad (6.29)$$

以及

$$\bar{\ell}_j = \sum_j \sum_k \bar{\ell}_k \boldsymbol{X}_{kj} \boldsymbol{Y}_{ij}。 \qquad (6.30)$$

方程 6.29 和 6.30 中的矩阵权重可以表示为：

$$\mathbf{\Omega}_{jl} = \sum_k \boldsymbol{Y}_{kj} \boldsymbol{X}_{kl}, \quad \sum_l \mathbf{\Omega}_{jl} = 1, \qquad (6.31)$$

以及

$$\boldsymbol{\Lambda}_{ik} = \sum_j \boldsymbol{X}_{ij} \boldsymbol{Y}_{kj}, \sum_k \mathbf{\Lambda}_{ik} = 1, \qquad (6.32)$$

其中$\boldsymbol{\Omega}$和$\boldsymbol{\Lambda}$显然是马尔科夫跃迁矩阵。这些可以通过测度点（或线）相对于另一个点（或线）的相对重要性（可能性和占比）来解释。第3章中，我们以方程3.9和3.10构造了与方程6.31和6.32中同样的矩阵，并接着从定义这些矩阵之一的平均进程的角度，形成一个类似的马尔科夫解释。

现在我们可以将方程6.29写成：

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}\boldsymbol{\Omega} = \bar{\rho}\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}, \tag{6.33}$$

其中的向量$\bar{\rho}$是任意点的相对重要性。而方程6.30可以写成：

$$\bar{\ell} = \bar{\ell}\boldsymbol{\Lambda} = \bar{\ell}\mathbf{X}\mathbf{Y}^{T}, \tag{6.34}$$

其中$\bar{\ell}$是任意线的相对重要性。由于$\boldsymbol{\Omega}$和$\boldsymbol{\Lambda}$是马尔科夫矩阵（并且具有强连接），可以形成如下稳定态方程：

$$\left.\begin{aligned}\bar{\ell} &= \bar{\ell}\boldsymbol{\Lambda} = \bar{\rho}\mathbf{Y}^{T}\\ \bar{\rho} &= \bar{\rho}\boldsymbol{\Omega} = \bar{\ell}\mathbf{X}\end{aligned}\right\}。 \tag{6.35}$$

这样的自然权重使我们可以将线的重要性和点进行平均，反之亦然，所以如果原始问题被解决了，那么就有一个直接的对偶解释仅包含将原始维度平均到对偶维度中。此外，它还提供了一种合理的方法，可以使用初始数据中点和线的相对重要性将一个维度平均到另一个维度中，我们下面将展示可以通过这种方法来测度距离，而不是计算稳定态中的结果。

6.5.2 稳定态可达性的独特性

展现稳定态的独特性的第二种方法，我们选择任意的距离向量，比如线的向量，然后通过连续的平均，生成越来越近似的稳定态。例如，从一个给定的向量 $[\bar{\ell}_i^1]$，可以通过平均或依据 $\bar{\ell}_k^2 = \sum_i \bar{\ell}_i^1 \mathbf{\Lambda}_{ik}$，$\bar{\ell}_k^3 \sum_i \bar{\ell}_i^2 \mathbf{\Lambda}_{ik}$，以此类推的序列给向量进行加权，得到一个更加接近的 $[\bar{\ell}_i^2]$。对于这个关系，我们用任意迭代 s 的递归可以表示为：

$$\bar{\ell}^{s+1} = \bar{\ell}^s \mathbf{\Lambda} = \bar{\ell}^1 \mathbf{\Lambda}^s。 \quad (6.36)$$

由于$\mathbf{\Lambda}$是一个马尔科夫矩阵（据定义是强连接），对方程6.36的递归会逼近于一个极限：

$$\lim_{s\to\infty} \bar{\ell}^s = \bar{\ell}^s \mathbf{\Lambda}, \quad (6.37)$$

也就是方程6.34。对偶问题的类似过程是基于一个同样形式的递归，$\bar{\rho}^{s+1} = \bar{\rho}^s \mathbf{\Omega} = \bar{\rho}^1 \mathbf{\Omega}^s$，。实际上方程6.36提供了一个直接的方法来计算稳定态，而不需要同时求解从6.33到6.35的方程组。

然而，这里采用的定义中包含了一项不常见的简化，为了看清这点，我们提出初始数据实际上就隐含着稳定态。要说明这点，我们必须转换初始数据，以 $\mathbf{A}$ 来表达相关数据矩阵 $\mathbf{X}$ 和 $\mathbf{Y}$。然后，注意到 $\ell = \mathbf{A}\,\mathbf{1}$ 以及 $\rho = \mathbf{1A}$，用倒数矩阵 $[1/\ell_i]$ 和 $[1/\rho_j]$ 中的 $n \ x \ n \ \ell(\delta)$ 维度和 $m \ x \ m \ \rho(\delta)$ 维度形成对角矩阵，我们可以得到 $\mathbf{X} = \ell(\delta)\ \mathbf{A}$ 以及 $Y^T = [\mathbf{A}\,\rho(\delta)]^T = \rho(\delta)\mathbf{A}^T$。方程 6.34 中的稳定态关系就变为：

$$\left.\begin{aligned} \bar{\ell} &= \bar{\ell}\mathbf{\Lambda} = \bar{\ell}\mathbf{XY}^T = \bar{\ell}\ell(\delta)\mathbf{A}\,\rho(\delta)\mathbf{A}^T \\ \bar{\rho} &= \bar{\rho}\mathbf{\Omega} = \bar{\rho}\mathbf{Y}^T\mathbf{X} = \bar{\rho}\rho(\delta)\mathbf{A}^T\ell(\delta)\mathbf{A} \end{aligned}\right\}。 \quad (6.38)$$

让我们假设线的稳定态向量与线的原始数据向量是一样的，也就是是 $\bar{\ell} = \ell$。那么，将其代入方程 6.38，可以很容易得出：

$$\bar{\ell} = \ell\ell(\delta)\mathbf{A}\,\rho(\delta)\mathbf{A}^T = \mathbf{1A}\,\rho(\delta)\ \mathbf{A}^T = \rho\rho(\delta)\mathbf{A}^T = 1\mathbf{A}^T = \ell。 \quad (6.39)$$

对于其对偶来说是完全类似的，我们可以表示为：

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}\mathbf{\Omega} = \bar{\rho}\mathbf{Y}^T\mathbf{X}, \quad (6.33)$$

简单来说，$\bar{\ell}=\ell$ 和 $\bar{\rho}=\rho$ 是一个相对令人惊讶的结果，这一稳定态实际上是由原始数据以及入度和出度构成的。这表明，对基于A的原始二部图简单进行入度和出度的计算，可以对线和点以及街道和它们的交点进行清楚和有意义的衡量。当然，这些衡量并不需要经过数字运算，而是可以通过对轴线图的分析简单读取。

然而，最令人感兴趣的是进行平均的过程。如果我们有对于线的距离测度，对于任何给定的距离测度 $\tilde{\ell}$ 、$\ell(\mathrm{d})$ 和 $\tilde{\mathrm{d}}(\ell)$，可以推导出平均点的估算为 $\rho'=\tilde{\ell}\mathbf{X}$，$\rho''=\ell(\mathrm{d})\ \mathbf{X}$，以及 $\rho'''=\tilde{\mathrm{d}}(\ell)\ \mathbf{X}$。这不一定是恒定的，因为如果我们对这些平均点根据线的估算重新赋予权重，也就是得到 $\ell'=\rho'\mathbf{Y}^T$，或者 $l''=\rho''\mathbf{Y}^T$，或者 $\ell'''=\rho'''\mathbf{Y}^T$ 。这些可能与所用的原始距离有所不同，因为这些稳态关系的唯一向量是ℓ和ρ。此外，我们可以针对比如 $\rho'=\tilde{\ell}\mathrm{X}$ 这样的情况，计算其与稳态的差别ρ'-ρ（对于其他所有的线或点的距离，都可以采用同样的方法）。这提供了一些指标，从中可以看到实际加权测度指标与稳态的偏离程度，而稳态是对系统中直接连通的测度。可以说，我们前面根据方程6.24计算距离差别时已经体现了这一点，具体可参见表6.1和图6.4。

6.6 新句法的展示：街道格局的可达性

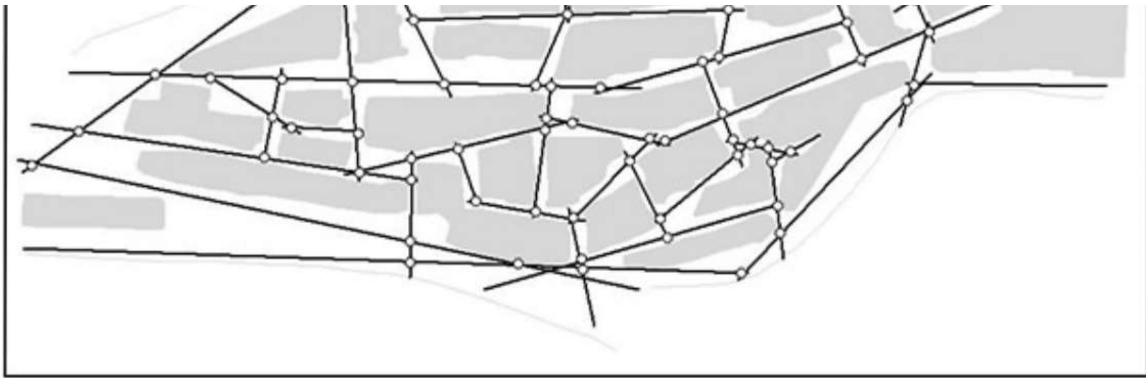
6.6.1 基准案例：加桑

我们已经介绍了加桑村的一些数据，这些数据表明与这些非欧几里得系统的关系集相比，轴线图是稀少的。图6.5就是轴线图，其入度和出度分别为[ℓ_i]和[ρ_j]，均为通过原始数据矩阵A计算得到的。全部潜在连接是指每条线都与每个点相连且反之亦然，而实际连接密度仅为5.1%。每条线上平均的点数量，也就是每条街道上的交叉口数量$\Sigma_i\ell_i/n$为3.385，而每个点上平均的线数量，也就是每个交叉口的街道数量

$\Sigma j\rho_j/m$为2.129，这个值与平面性非常接近。我们之前注意到Ψ=1.065，意味着仅有略多于6%的点与等效二维图的配置不一样。实际上，在63个点中仅有6个点连接了超过2条线，而这6个点每个也仅连接了3条线。这是空间句法中一个令人担心的问题，所研究的系统缺乏多样性，会影响其他的可达性测度方法，如空间相互作用理论中的那些。更需要担心的是，空间句法中最为强调的线的关系是基于共有点的数量，如果大多数点只有两条线，那么线之间的拓扑距离的分布可能会处于一个非常小的区间里，由于实际上我们发现在很多应用中，图中的深度或距离很少会超过6或7个步长。这说明属于共有点和线数量距离的信息不应该被舍弃，因为这些信息在目前空间句法的距离计算及之后的整合中。

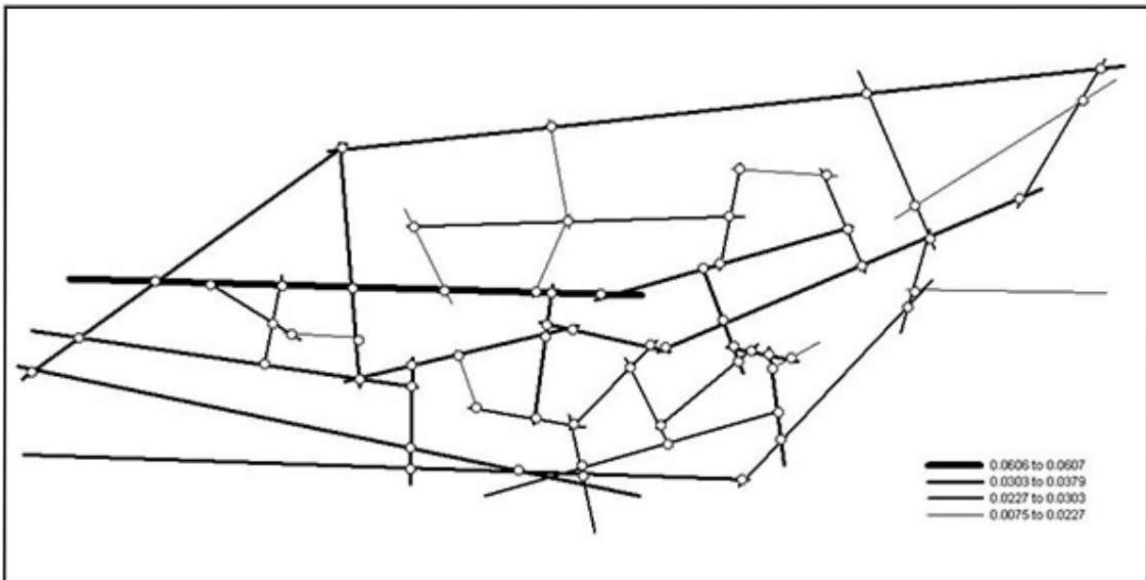
我们首先检查原始和对偶问题的不同距离测度间的相似性，正如我们在之前对随机生成系统所做的。我们在表6.1中列出了四种距离测度，对始问题是ℓ、$\tilde{\ell}$、$\ell(\mathrm{d})$ 和$\tilde{\mathrm{d}}(\ell)$，而对偶问题则是ρ、$\tilde{\rho}$、$\rho(\mathrm{d})$ 和$\tilde{\mathrm{d}}(\rho)$，以及加权距离测度$\ell''_i = \sum_j \rho(d)_j Y_{ij}$ 和$\rho''_j = \sum_i \ell(d)_i X_{ij}$，这些相比其他任何测度方法对于可达性都有更好的识别力。表6.2（a）说明涉及线的原始问题的方法的相似性，而表6.2（b）是涉及点的对偶问题。对于线来说，基于原始数据的入度、基本距离和加权距离矩阵ℓ、$\tilde{\ell}$和$\tilde{d}$（ℓ）这一组的测度方法间具有强相似性，而在非加权距离测度ℓ（d）及其来自对偶问题ℓ''加权变体这一组间也是如此。这些测度方法组内的相似度在0.9左右，而组间的相似度约为0.7。对偶问题的测度相似性问题更为复杂，因为基本矩阵A的出度ρ几乎没有形成分布，而更像是阶梯函数。因此，直接距离测度ρ'和加权距离测度$\tilde{d}$（ρ）之间的相似性较少，而结果是在提取句法结构上，这些测度方法看来比其他任何与线结合的方法都要更有效。





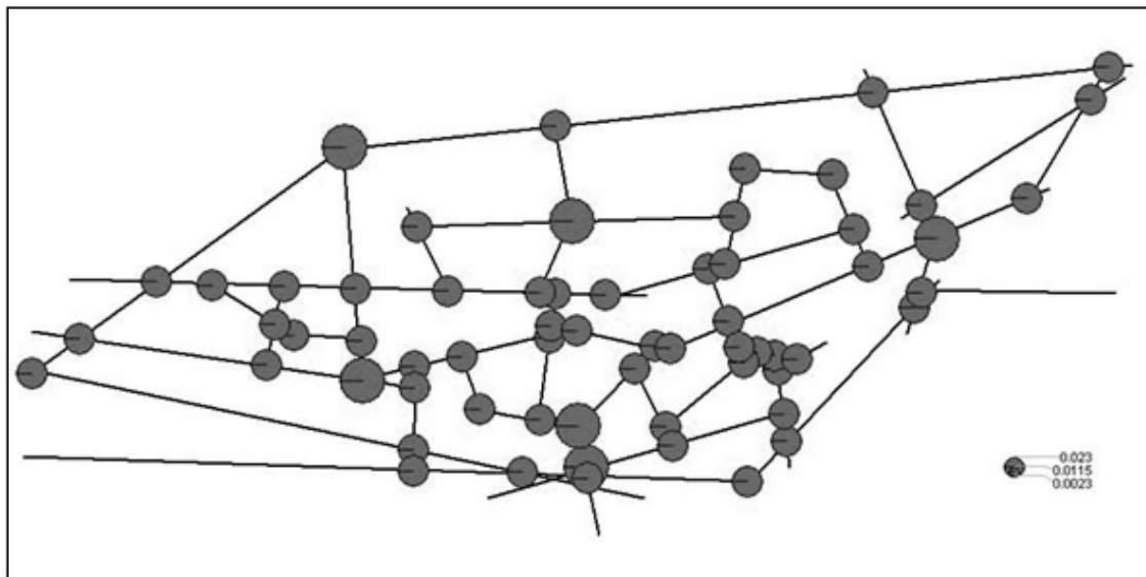
点和线之间的关系（Hillier and Hanson，1984）

b



每条线的点数量：入度ℓ

c



每个点的线数量：出度 ρ

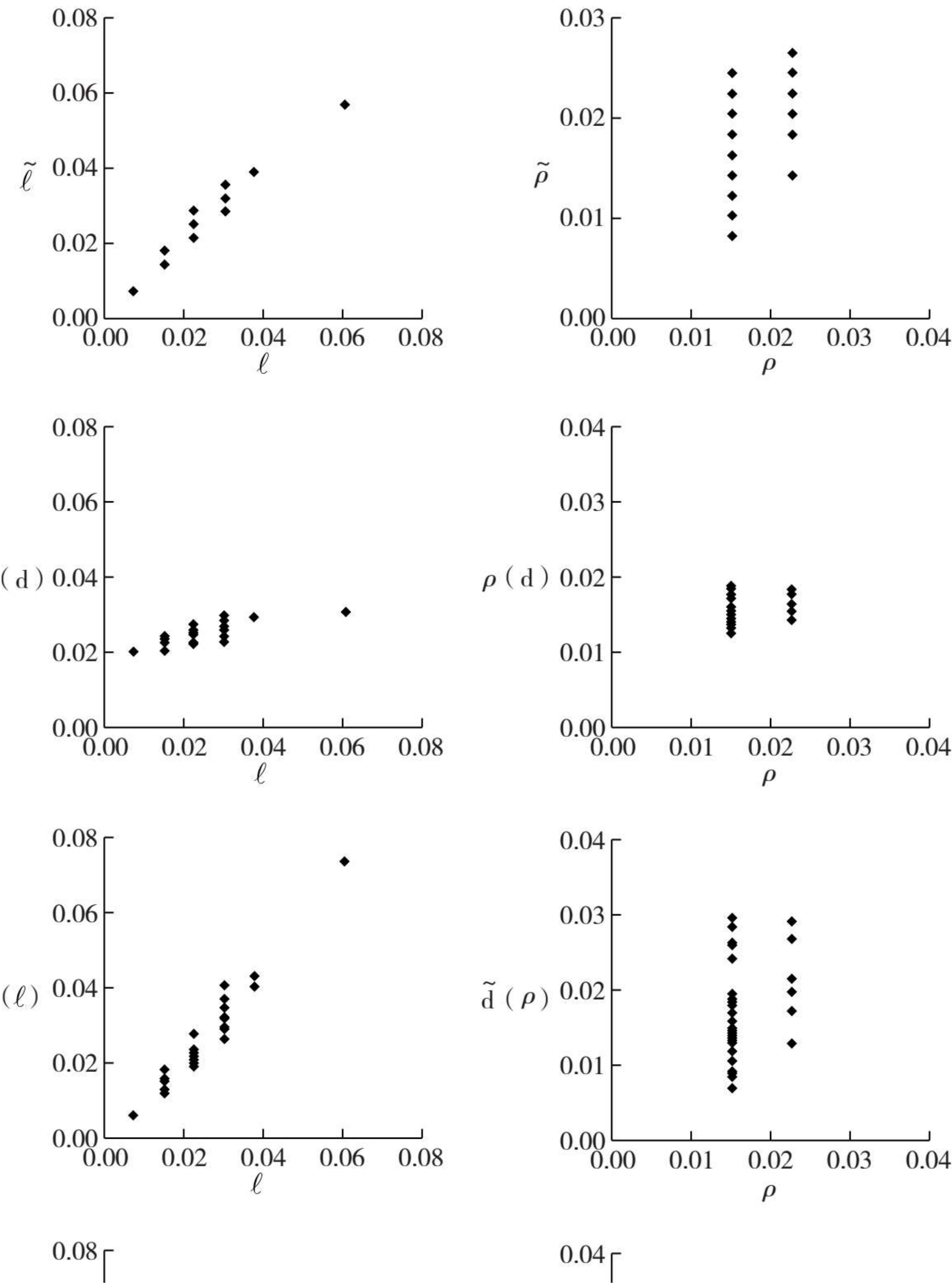
图6.5 加桑的基本数据：矩阵A所反映的点和线

表6.2 加桑的五种距离测度间的相似性

（a）线距	ℓ	$\tilde{\ell}$	ℓ(d)	$\tilde{d}(\ell)$	ℓ''
ℓ	•	0.922	0.781	0.888	0.748
$\tilde{\ell}$		•	0.768	0.916	0.735
ℓ（d）			•	0.672	0.926
$\tilde{d}(\ell)$				•	0.962
ℓ''					•
（b）点距	**ρ**	**$\tilde{\rho}$**	**ρ(d)**	**$\tilde{d}(\rho)$**	**ρ''**
ρ	•	0.687	0.813	0.570	0.821
$\tilde{\rho}$		•	0.745	0.865	0.735
ρ(d)			•	0.540	0.875
$\tilde{d}(\rho)$				•	0.970
ρ''					•

为了更好展现这种结构和相似性，可以用散点图来展现入度ℓ与四个相关距离测度$\tilde{\ell}$、ℓ(d)、$\tilde{d}(\ell)$ 和 ℓ''，以及出度ρ与其相关测度$\tilde{\rho}$、ρ(d)、$\tilde{d}(\rho)$ 和ρ''之间的关系。这些都标绘在图6.6中，从中可以清楚看到，线上的点数量缺乏多样性会使整个问题变得迷惑。这还需要进一步的研究，因为它的重要性会随着应用规模变大而增加。然而，这确实会涉及非常实际的问题。很多应用反映了图6.6中第二列的散点图特征，这其实是意料之外的规律。这表明这些应用的综合测度数量还跟不上移动量的增加，特别是对经常应用的行人交通对象而言。简而言之，很多此类应用中的统计相关性值得怀疑，原因很简

单，就是基本数据的多样性不够。因此我们决定测度相似性而非相关性。



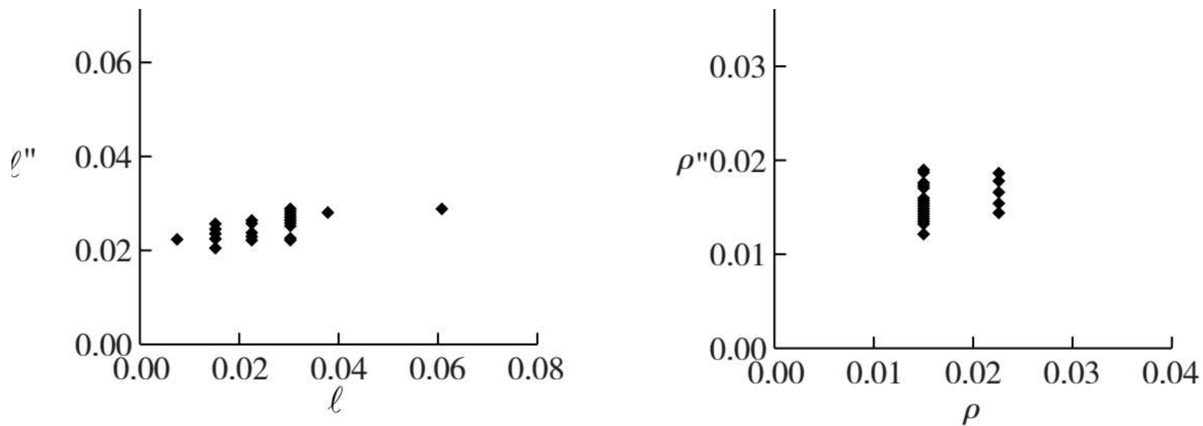


图6.6 从数据ℓ 和ρ 得到的连通测度相对于直接和间接距离测度的散点图

6.6.2 句法的可视化：节点、连接和面

我们在图6.7中描述原始和对偶分布的四种关键的距离测度，让我们能够将句法的结构性可视化地进行分类。实际上，在空间句法中没有对形态的概要测度，因为对整体模式进行检验的唯一方式就是将测度描绘出来。也就是说，将形态的测度重新翻译回欧几里得空间，以可视化的方式来搜寻模式。对于线来说，我们采用传统的空间句法着色法，分为从最高（黑色）到最低（浅灰色）八个等距的级别，但我们还改变了线宽以强调值的强度，所以最粗的线是黑色的而最细的线是浅灰色的。这四张线图非常相似。穿过村庄的中间脊线和西边增强的可达性是所有距离的共同特性，而最低的值是在内部最难穿透的地区，东南方则是简称区域。某种程度上，北边的轴线对可达性具有显著的影响，尽管实际上由于它处于边缘区其实影响是减弱的。每种测度中每个点或交点的强度用成比例的饼图来表示，再次显示出中央脊线上的交点具有主导。在原始和对偶问题中，关于$\tilde{d}$（ℓ）都相对更有识别性，而对偶问题中的ℓ（d）和它的衍生物ℓ″强调了北侧轴线的重要性，也是对相关点分布的检测所确认的。有人也许会认为，在原始和对偶问题中间有一条清晰的纽带联系着各种距离测度方法。

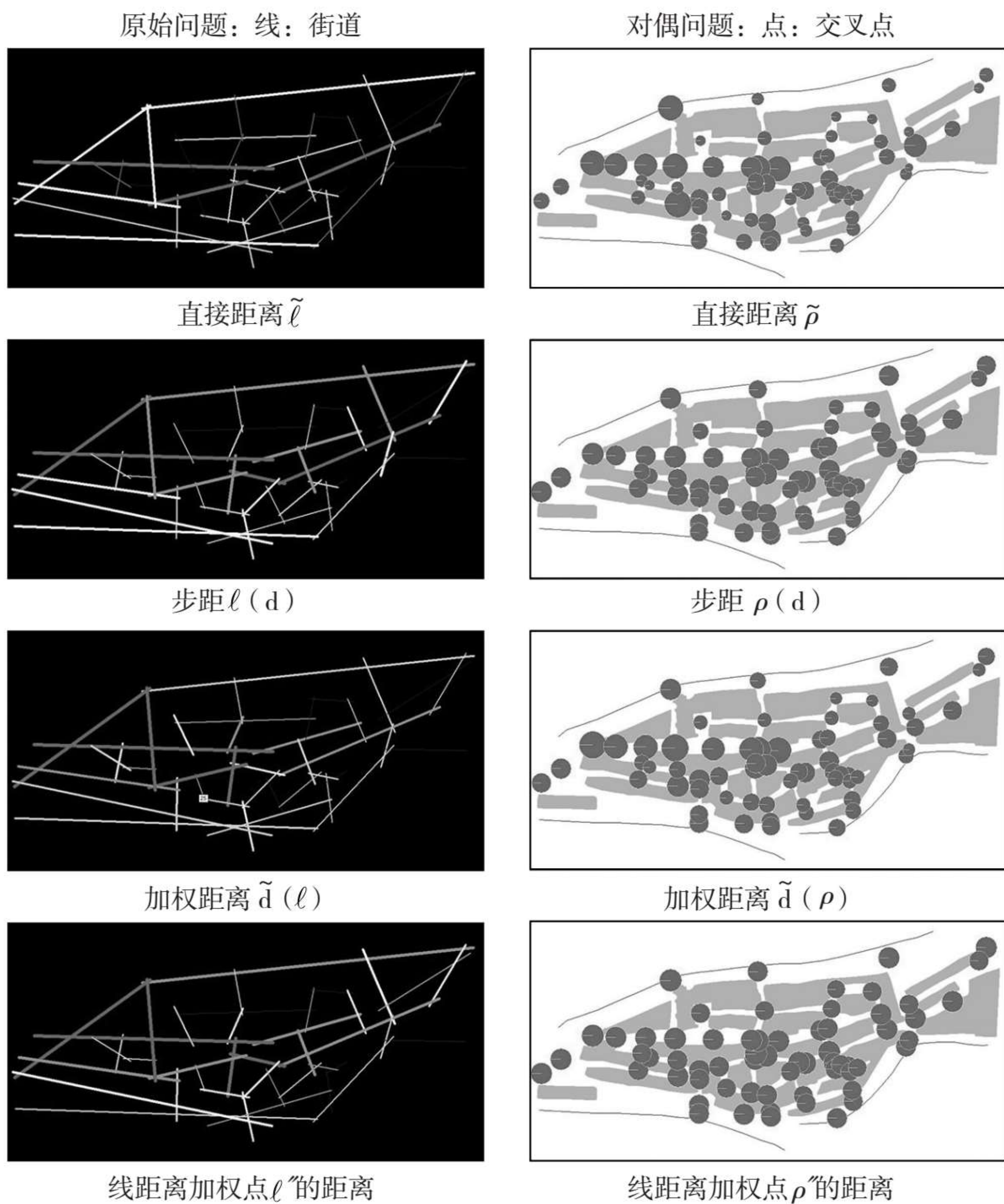


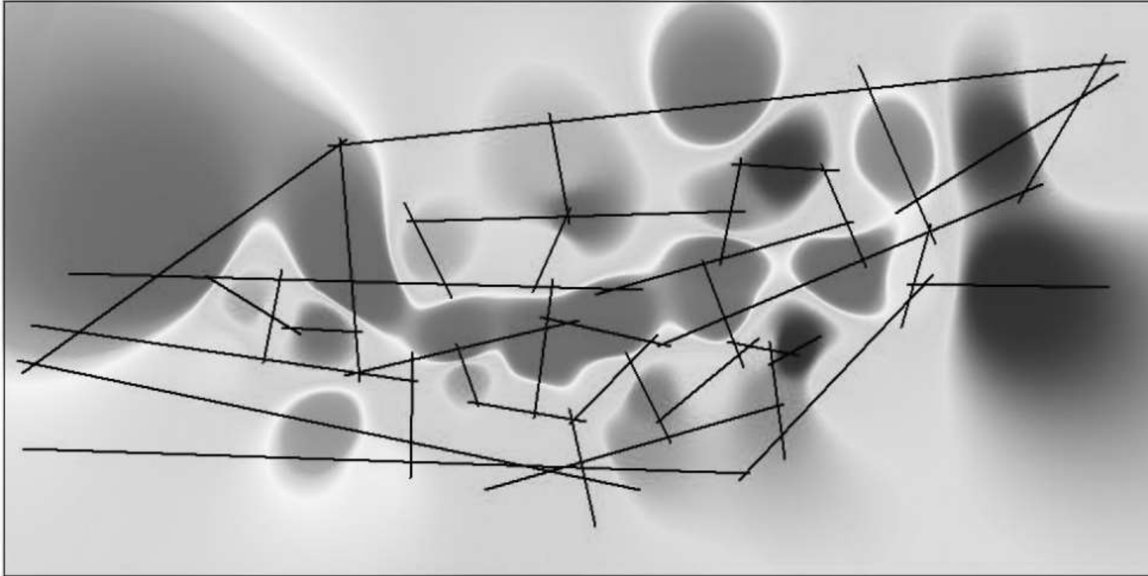
图6.7 原始和对偶问题的距离测度的比较

空间句法中一个最大的难题是从线分类的角度，对图的模式提供一种清晰的解释。在需要解释与地点相关的信息时，我们的大脑无法将这些线性数据处理为空间资料。从原始问题转换到对偶问题上，或

者说从线上跃迁到点上的一个优势是，点是地点相关的且很容易生成周边的影响范围。确实，对可达性的图示很大程度上通过面和周线来实现，这代表着固定区位所影响的腹地。对点来说实现这些很简单，但是线的影响范围有些棘手，虽然也不是完全无法入手。我们可以将线和点进行比较。这些图有时候被称为“热力图”，热度在这里就是高可达性（深灰），而冷是低可达性（浅灰）。这使我们可以在图中每个点或线周边确定一个影响分区，并从通过距离倒数加权及其插值来控制相邻点的均值。在赋值时我们使影响力尽可能强烈，但又不至于破坏数据所体现的空间模式。

在图6.8中，我们展示了与原始问题的距离测度ℓ（d）和d$\tilde{d}$（ℓ）相结合的热力图。非常清楚的是这些面是高度相关的。它们支持了上面提出的结论，即中心脊线的重要性和村庄西部区域可达性的相对增长。与之前相比，ℓ（d）趋向于强调北部轴线，但这是两张图之间唯一一个主要结构性差异。我们为对偶问题的点生成同样的两个插值，如图6.9所示，不是用线而是用点布满两个表面。这些点面有加强线面的感觉，尽管对这些图来说，每个点的影响力明显比不上脊线特征影响。插值的问题是这样会忽略建筑和边缘的影响，尽管它确实强化表达了可达性表面上的趋势，并为整体变化提供了直观感受。将建筑结合到这些表面中是可能的，不过我们在这里采用了一个简单的方式，仅仅将建筑范围叠加在这些表面上，读者可以自行判断其价值。

a.从ℓ(d)得到的线表面



b.从$\tilde{d}$(ℓ)得到的线表面

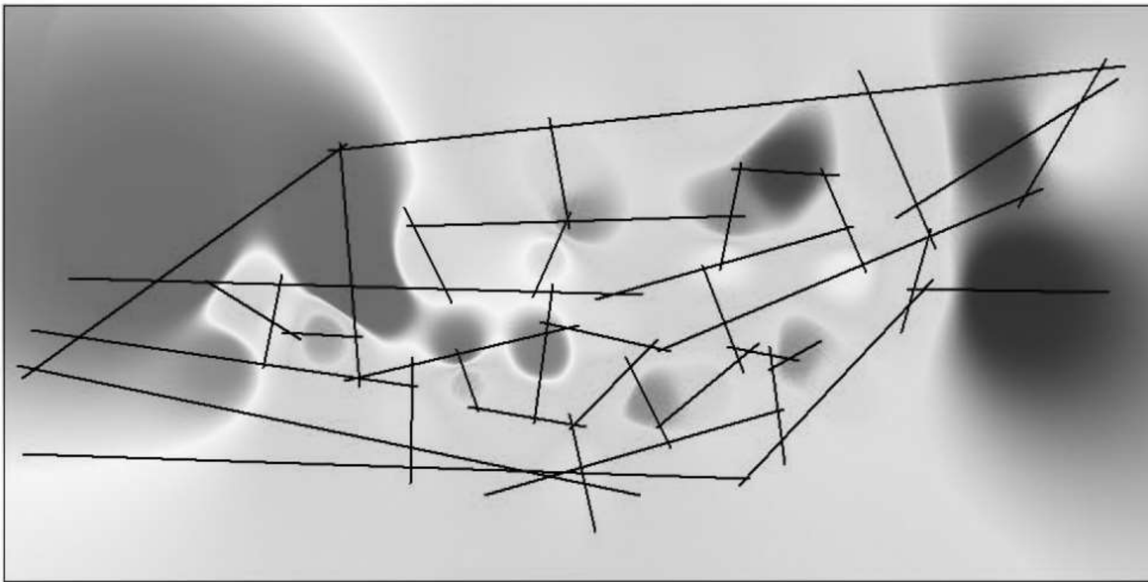
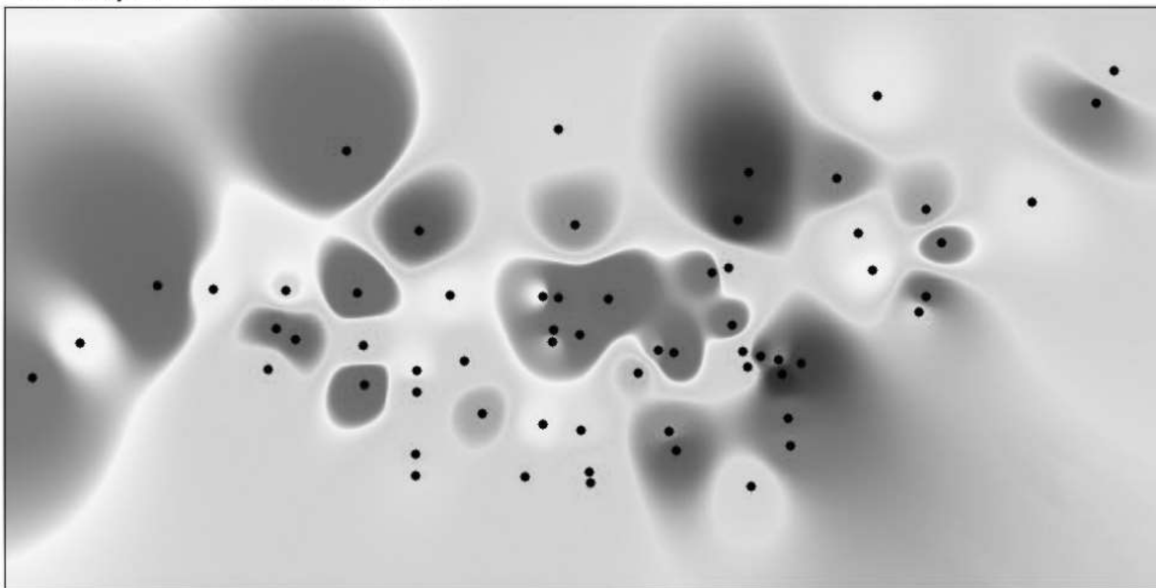


图6.8 根据线距离进行表面插值

在图6.10中，我们在加权线ℓ''和点ρ''间进行插值，然后将这些表面与建筑和村庄边界叠合，从而提供街道系统空间可达性的直观感受。这是一个非常有效的方法，在图6.7的传统线图的基础上增加了对整体系统趋势的感知表现。要将这些可视化技术应用于城市形态问题及其

句法还需要很多工作，但我们现在可以将原始问题转换为对偶问题，意味着对线的问题的解释可以转换为先研究点的问题，之后再转回来。

A：从ρ（d）得到的线表面



B：从$\tilde{d}$（ρ）得到的线表面

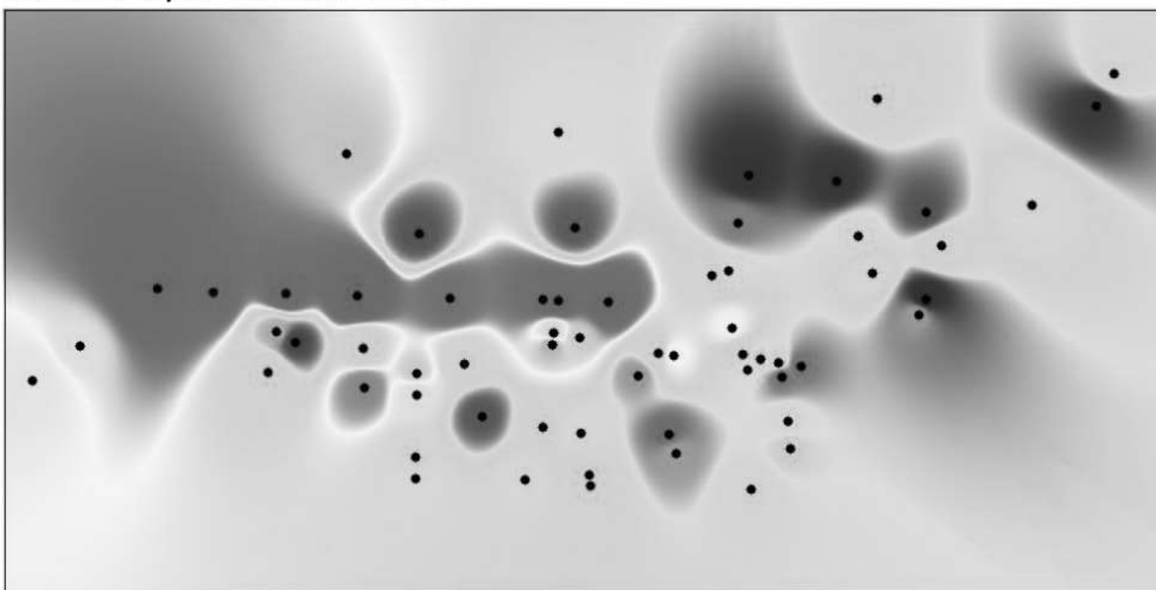
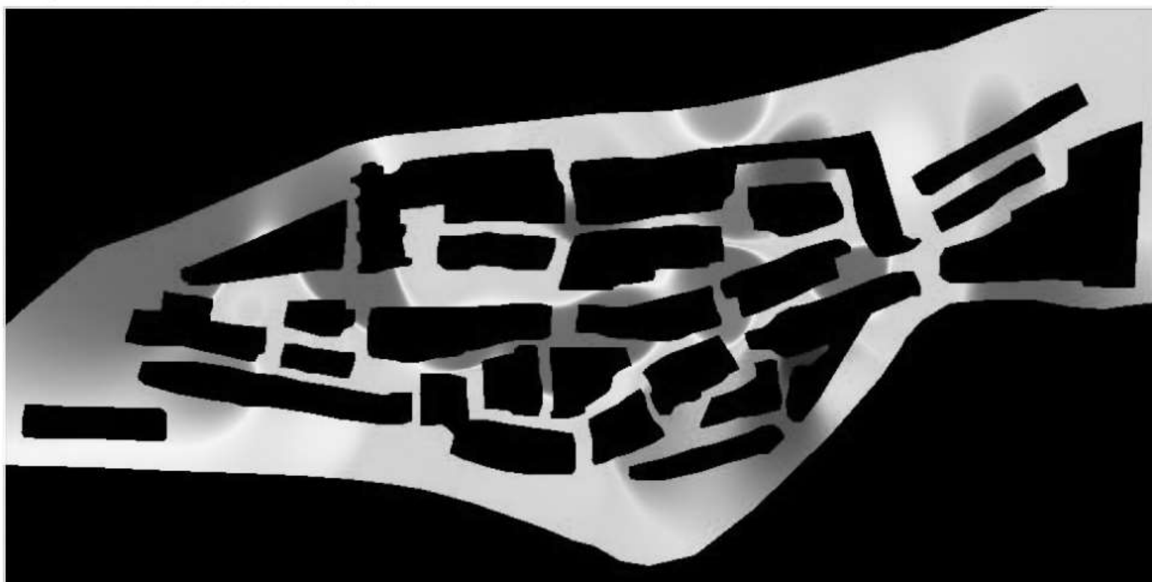


图6.9 根据点距离进行表面插值

6.7 下一步：简化空间句法

本章想要传递的根本信息是：空间句法是用图形来表达可达性的特殊方法，作为一种处理问题的方法，空间句法的技术和实践可用于探究构成城市肌理的街道之间的相对重要性关系。传统的方式是研究其原始问题，但如我们所展示的，对偶问题具有同等的重要性且包含了对点、交点或交汇点等的相对重要性测度，正是这些要素决定了街道的区位。我们认为，对偶问题具有同样甚至更高的重要性，因为相对于线的可达性，点的可达性更容易阐释。至于是应该通过原始还是对偶来解决问题，我们将选择权留给读者，但是从某种意义上来说这并不重要：因为每个原始问题都有一个对偶问题，反之亦然。而不管是对原始问题还是对对偶问题中的可达性进行测度，都可以快速将其转译至另一个问题。

a.从ℓ''得到的加权线表面



b.从ρ''得到的加权线表面

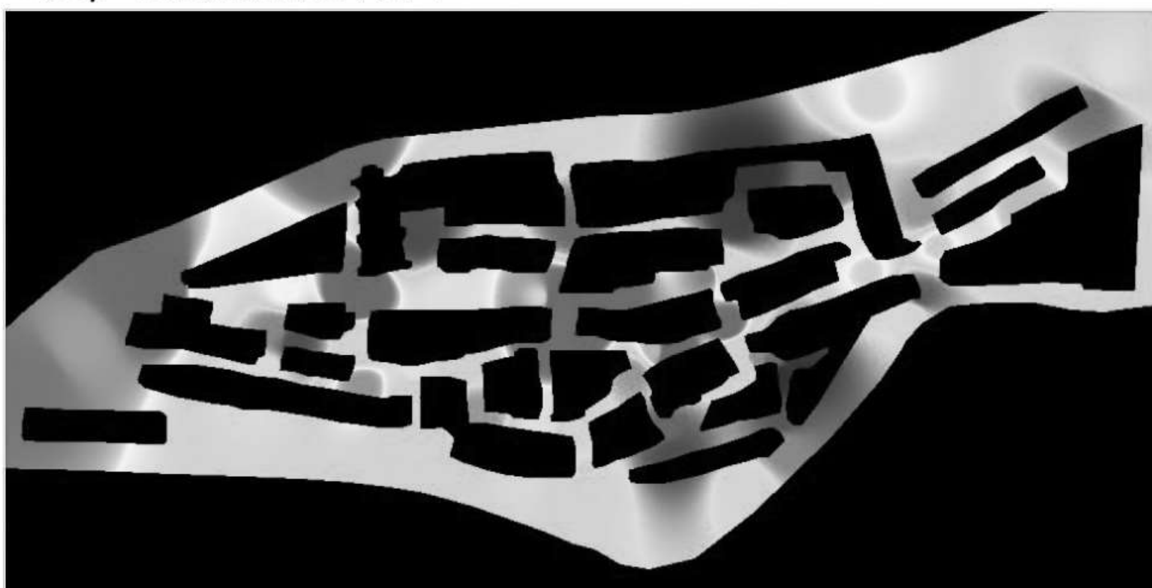


图6.10 新的空间句法图：表面插值转变为建筑和街道格局

从应用的角度，更应当关注的是从原始到对偶是否很容易转换。本章的很大篇幅在讨论不同距离测度之间的相互转换。我们的一般性结论是，对偶的描绘和转换更加容易，而将空间句法与更广泛的空间分析技术联系起来时，例如当前很常见的利用空间插值生成热力图，

对偶问题相比原始问题来说更有意义。所以对于测度可达性来说，上一小节最后介绍的多种技术应该对推进实际应用帮助很大。而这些都没有涉及空间句法的简化。当然，虽然这里所涉及的代数内容只是基本和标准的，但是对矩阵代数不太熟悉的读者可能会认为这门新理论复杂混乱而不够简约。我们认为需要用很大的努力来将其更加简化，成为另一种空间句法形态。

实际上，我们提出的简化已经存在于计算原始和对偶问题的各种距离测度方法中。我们认为，问题中的所有测度方法都高度相关，一开始就从本质上嵌入在欧几里得空间中，以至于它们的拓扑结构非常简单。反映到距离测度中，就是对句法图中所有步长的统计。因此统计入度ℓ和出度ρ能够很好地测度线和点，并且可以手动进行计算。再进一步，据相互作用矩阵$\mathbf{L}$和$\mathbf{P}$很容易可以计算$\tilde{\ell}$和$\tilde{\rho}$，这同样是很好的可用于测度可达性的方法。尽管这些测度可能会用到数学计算，但是在较简单的问题中它们可以手动计算。通过帮助理解共点的线之间以及共线的点之间的关系方面，这种方式进一步突出了测度的重要意义。不过，所有这些都表明，空间句法的出发点本质上并不是轴线图，而是线和点的关系矩阵$\mathbf{A}$。对每个问题来说，正式提出这个矩阵是对问题更加中性的表述，并同时对问题结构进行了初步核查。

从中可以看出很多趋势，下一章我们将继续扩展这种类型的网络形态，将本章中的分析与欧几里得空间、平面性和物理距离的测度联系起来。但是很重要的一点是制订好长远计划，因为这门城市科学还处于建立初期，任务还远未完成，这也是本书最主要的思想。第一，空间句法的概念是任意两个形态元素集合之间的关系，目前所讨论的街道和街道交点，具有自身的局限性。我们需要考虑其他元素，比如街道和地块、不同类型的街道之间、不同类型的土地使用之间等。第二，我们可以建立关系链条，例如街道及其相互作用，还有相互作用以及它们与建筑用地的关系，以及建筑用地及其与土地使用的关系等。这些框架需要被正式探讨，因为其中包含了可以将空间句法与其他城市元素联系起来的很多方式。第三，在距离和可达性方面，以及

如何将街道系统中的物理距离纳入空间句法以利用这些信息，还有很多工作要做。从某种意义上来说，本章并没有解决这个问题，但是这里提出的数学方法打开了一扇窗口，展示了各种连接是如何形成的。我们将在下一章中继续讨论。

第四，我们将探索空间句法和相关网络与小世界的关系，以及正在蓬勃发展的图形统计、比例、网络增长、神经网络等方面的理论和概念，这些也为我们提供了丰富的潜在研究方向。我们已经提及其中的一部分，并在后续章节中继续讨论其他相关内容。所有这些构成了一个对空间句法的庞大研究计划，但在更广阔的城市形态学研究中也只能算是冰山一角。新的网络理论和图形理论，以及新的可视化和绘图技术将进一步推动城市科学向前推进。

第7章
复杂网络中的距离

> 所有事物之间都是相关联的，但是距离较近的事物比距离较远的事物间的关联更紧密。
>
> ——沃尔多·托布勒（Waldo Tobler），“底特律地区城市增长的计算机模拟”，《经济地理学》（1970，第46卷，第236页）

在网络科学的发展过程中，欧几里得距离和空间嵌入在某种程度上是被忽视的。主要是因为需要考虑物理空间的限制时，网络的内涵并不清晰。此外，在社会网络中试图展现的主要功能关系中，几何距离是一个太过简单的特性。一个主要的限制条件是社会关系并不是平面性的，因此就其中的距离、空间范围和物理影响来说，很多社会关系并不容易被理解，甚至很难被观察到。正如篇首引言中托布勒（1970）所言，在空间结构的进化过程的调整和转型中，距离如果不是核心概念也至少是基础概念。托布勒将其自诩为“地理学第一定律”。因此，在各种行为如何通过移动和流实现与网络的关联等方面的研究中，距离，以及类似的出行时间、出行成本等概念处于中心位置。

社会物理学在早期将距离作为某种无可争议的组织原则，尽管除了距离还有其他因素也影响了空间格局。但是，城市网络研究的重要方法之一，也是我们在上一章中集中介绍的概念——空间句法，出乎意料地将空间系统可以被测量的最突出特性——距离排除在外。这可能是因为这种类型的网络分析最早出现在建筑学领域，在这其中，视

线、空间凸性和封闭性等概念，已经成为城市最佳形态理论和建筑使用方式的核心概念。从地理学的角度，在看待网络中的距离时，并没有超越二维图的范畴，这种情况在网络科学兴起前一直没有改变，而网络科学很大程度上来源于物理学、社会学和政治学。有些讽刺的是，网络结构的概念从未成为交通模型的中心，交通模型总是关注流的模拟，而网络总体上被认为是固定的，或至少是以某种方式在模拟之前就已经预先确定。随着网络科学的概念逐步被应用到交通中，这种看法正在缓慢发生变化，例如谢和莱温松（Xie and Levinson，2001）的研究。

在本章，我们从上一章建立的统一理论开始，将距离的概念带回到网络中。该理论涉及了多种网络类型，包括严格的二维图、空间句法乃至拓扑，不过同时有额外的条件，即网络是建立在更基本的关系基础上，很多情况下是线和它们的交点，但也有更多其他的物质和非物质对象。我们在本书中贯穿使用的基本工具二部图，其本身对交通网络来说并没有什么作用，虽然交通网络也是某种类型的图。在上一章中，针对包含了线段和点的空间网络我们建立了这些概念，重点关注网络可能承载的移动和流。但是我们只是初步涉及了距离问题，而现在我们必须将距离概念推上前台，因为我们将会看到，在包含了不同类型物理移动的复杂网络结构中，距离是一个基本的组织概念。

7.1 网络的表现

通过欧几里得空间中任意两个集合的关系，第6章中展示了城市形态的一般性问题。根据这个特征的要求，我们可以选择交叉点和点上的街道——也就是点和线，但也可以是构成网络的元素中的任意两个对象集，且不需要局限于欧几里得空间。这些关系可以通过一个n x m矩阵$[a_{ij}]$来表示：

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当 } i \Leftrightarrow j \text{ 时} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}, \tag{7.1}$$

其中{i，1，2，…，n}可以是街道，{j，1，2，…，m}是交汇点或交叉点；而符号⇔表示街道与交点相关，且反之亦然。这是一个完全通用的表达方法，可以扩展到表达任何形式的城市形态中两个集合之间的关系。矩阵[a_{ij}]也可以形成图，在这个案例中是二部图。如果两个元素集都位于欧几里得空间中，那么它们可以用网络的形式在空间中表现出来，我们在下面会展示这一点。

在这种表现方法中，没有哪个集优先于另一个。从这个意义上来说，我们可以研究集合{i}是如何与集合{j}相关，以及反过来又是如何相关。如果我们看待问题的方式是：街道{i}如何通过交点{j}相互关联。这就是传统的空间句法视角，将街道作为主要关注点。如果我们以街道交点{j}如何相互联系来看待这个问题，那么就转变为传统的地理图论问题。我们将第一种和第二种问题分别称为原始问题和对偶问题。上一章中详细介绍了这个框架，不过在进一步推进之前，还需要在这里简单复述一下。读者将会看到一些与第6章相同或相似的方程，但我们不会采用重复的方程编号，因为这里的叙述是自成体系的。从数学上来说，不管是原始或是对偶问题都不比另一个更重要，尽管在实践中有些时候可能更偏向于其中的某一个。原始问题是通过交叉点检验街道之间的关系，一个关键的衡量指标是二部图的出度，即每条街道的交叉点数量，可以定义为：

$$\tilde{\ell}_i = \sum_k \ell_{ik},\ \tilde{\ell}_k = \sum_i \ell_{ik},\ \text{以及当 } i = k \text{ 时},\tilde{\ell}_i = \tilde{\ell}_k\text{。} \tag{6.6}$$

而对偶问题是从街道的角度研究交点之间的关系，其中的关键指标是每个交点上的街道数量（二部图的入度），表示为：

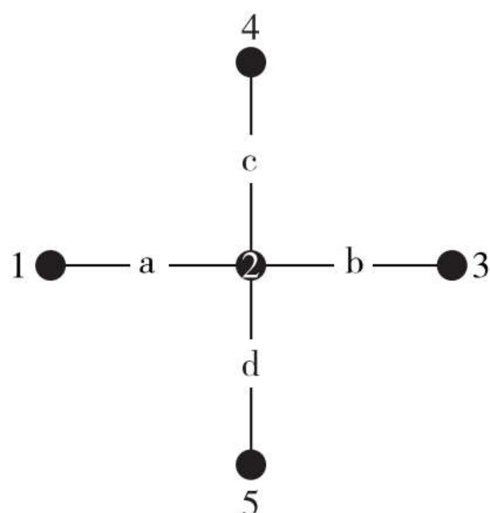
$$\rho_{jl} = \sum_i a_{ij} a_{il}, \tag{6.8}$$

然而，一个重要的问题是，传统问题并不是空间句法问题的对偶，因为矩阵[a_{ij}]的每个元素都有一个完全不同的结构。句法问题的

限制比较宽松，为$\ell_i \geq 2$以及$\rho_j \geq 1$，而地理图论问题则严格地将每条街道的交点数量限制为2，即$\ell_i = 2$和$\rho_j \geq 1$。因此从本质上来说，空间句法问题与传统的地理网络问题是有区别的，它们都具有各自的原始和对偶问题。这些问题相互关联但并不直接相关，我们在第6章中已经提出这点，将在下面通过分析继续阐释。

图7.1a描述了两种问题间的区别，对于传统问题来说，我们看到一个简单的交错网络，包含五个街道节点和四条街道片段。这是一个典型的二维图，也是我们前面所称的地理图论问题。图中还展示了基本矩阵$[a_{ij}]$，可以清楚地看到每条街道的交点数量都是2，即$\ell_i = 2$。在图7.1b中我们将其中的两条街道片段a和b组合成一条街道a'，于是这条街道上就有了三个交点。这里的矩阵$[a_{ij}]$现在只有3条线段但有5个交点。从原始的物理角度来看，街道网络的本质并没有发生任何变化，但是空间句法问题为街道图提供了一个基本层面的抽象概念，而且“街道”的数量与传统的二维图不同。这个抽象概念被称为轴线图，其中的街道要素被称为轴线。

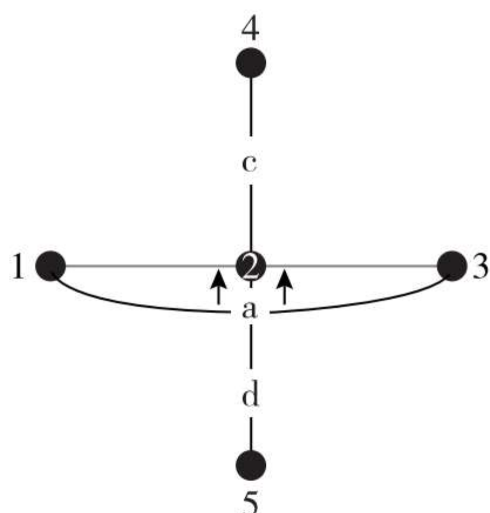
a. 传统的街道网络二维图



$[a_{ij}]$ =

	1	2	3	4	5	ℓ_i
a	1	1	0	0	0	**2**
b	0	1	1	0	0	**2**
c	0	1	0	1	0	**2**
d	0	1	0	0	1	**2**
ρ_j	**1**	**4**	**1**	**1**	**1**	***8***

b.空间句法轴线图



$[a_{ij}]$ =

	1	2	3	4	5	ℓ_i
a'	1	1	1	0	0	**3**
c	0	1	0	1	0	**2**
d	0	1	0	0	1	**2**
ρ_j	**1**	**3**	**1**	**1**	**1**	***7***

图7.1 传统二维图街道网络和空间句法表现图

从类似图7.1的街道图中可以很容易看出相对可达性。比如在7.1a的传统图中，很明显是中心交点，即节点2，最具可达性，而由于每条街道线与其他任何一条的关系都一样，所以每条街道线的可达性是相同的。然而，空间句法问题中的可达性，相比之下更难看出。由于街道a'有3个交点，其他街道都只有2个，a'是可达性最高的街道，它与其

他两条街道都直接相连。由于这张图的中心依然有一个交点，看起来节点2还是最具可达性的点。不过，我们将检验原始和对偶问题，并介绍我们将用到的多种拓扑和欧几里得距离测量方法，然后对可达性关系进行精确的计算。

下一部分，我们将再次简要介绍统一框架，然后综述原始和对偶问题中的多种拓扑距离衡量方法。我们将对图7.1进一步进行分析，并对伦敦西区进行简单的空间句法问题描述，以使读者清楚了解如何扩展网络分析。接着我们得出满足$\ell_i \geq 2$以及$\rho_j \geq 1$的任意形式一般矩阵$[a_{ij}]$中，点之间和线之间的距离衡量方法。实际上，我们可以将问题进一步推广到每条线都只有一个交点的系统中。但是某些情况下计算线的距离时，我们需要始点和终点，尽管空间句法可以处理只有一个交点的线，也必须总是隐含有其他交点。

接下来，我们将会检验一个纯粹的句法问题，其中的街道作为视线，地点的重要性取决于在该点上能看到多远。我们采用希利尔和汉森（1984）提出的，并被派彭尼斯等（Peponis et al.，1997）、巴蒂和拉娜（Batty and Rana，2004）以及卡瓦略和巴蒂（Carvalho and Batty，2004）进一步发展的法国村庄加桑的案例（这个案例在前面第6章中也使用过），来说明距离和可达性的拓扑和欧几里得衡量所形成的模式完全不同。然后我们将讨论所谓的“混合句法问题”，该问题不仅将视线作为轴线来衡量，还考虑了与视线无关的移动线路。涉及人的移动的技术往往是封闭的：如电车、公交和火车。我们探讨墨尔本中心区的问题，那里的街道网络建立在地下重轨环线之上。这给我们提供了另一个看待可达性的视角，同时也展示了我们可以如何拓展应用空间句法，用它处理具有多种决定城市形态的线路和交通模式的系统。

7.2 原始和对偶：穿过点的线的网络、穿过线的点的网络

矩阵$[a_{ij}]$中所表现的内容让我们可以从两种完全不同的方式来看待问题：每行的内容是每条线上的对象或点的计数，而每列是每个对象或点与线相关联的数量。这分别对应了原始和对偶问题。任意两条线上的公共点数量形成了一个关系网络、一张加权图，其基本形式为：

$$\ell_{ik} = \sum_j a_{ij} a_{kj} 。 \quad (6.5)$$

其中$[\ell_{ik}]$是任意两条线上的公共点数量。在空间句法和其他分析方法中，这个矩阵通常被切割为如下的二分形式：

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{当 } \ell_i \supset \rho_j \text{ 或者 } \rho_j \supset \ell_i \text{ 时} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} 。 \quad (6.2)$$

这说明任意两条线的公共点数量并没有被赋予任何权重，因此关联或不关联取决于至少有一个公共点。线$\{i\}$与其他所有线之间直接联系的公共点的总数量为：

$$\Phi_{k\ell} = \sum_i \Gamma_{ik} \Gamma_{i\ell} 。 \quad (3.10)$$

通过出度来衡量与上述线的直接距离，也就是接近度的对立面。由于$[\ell_{ik}]$是对称的，那么入度$\tilde{\ell}_k = \tilde{\ell}_i$，$k = i$。

这个原始形式是经典的空间句法问题和距离$\tilde{\ell}_i$的测度，以及与上述街道距离为一步的街道数量。对偶问题在点上重复这一逻辑。通过$[a_{ij}]$计算得出关系矩阵$[\rho_{ij}]$：

$$\rho_{jl} = \sum_i a_{ij} a_{il} , \quad (6.8)$$

其中$[\rho_{jl}]$是点j和l共有的线的数量。基于出度对直接距离的关联值可以表示为：

$$\rho_{jl} = \sum_i a_{ij} a_{il}, \tag{6.8}$$

而入度也具有同样的对称性。这里的$[\tilde{\ell}_i]$和$[\tilde{\rho}_j]$是两个初始距离值，尽管这些事实上是计数值、直接接近度或是邻接，也就是每条线上的点数量以及每个点上的线数量——一条线上与任意其他线的公共点总数，以及一个点与任意其他点的公共线的总数。我们现在需要分别基于矩阵$[\ell_{ik}]$或$[\rho_{jl}]$中的任意一对线或任意一对点，更加精确地测度距离。实际上，这与第2章中的一些内容相似，我们通过出行量矩阵和空间相互作用模型得到了可达性的多种测度，作为从始点发出或进入终点的所有流的总和或势能。

这种距离测度方法考虑了图中的所有关系，根据两张图中所有连续路径长度的公共线或点的数量进行计算。根据定义，这些图通常是强连接的，从而连续路径长度也就是所谓的步长，最多只需计算至系统中线或点的数量即可。最短路径往往在达到这个数量之前就会被发现。我们将展示在仅有线矩阵的原始问题中的这个计算方法，因为对偶是紧随其后的。从线i到线k在图上的两步公共点的数量可以表示为：

$$\ell_{ik}^2 = \sum_z \ell_{iz}^1 \ell_{zk}, \tag{7.9}$$

其中$\ell_{ik}^1 = \ell_{ik}$，对方程 7.9 进行步长为 $s+1$ 的递归，那么有：

$$\ell_{ik}^{s+1} = \sum_z \ell_{iz}^s \ell_{zk}。 \tag{7.10}$$

当$s \le n$，其中n是矩阵中的列数量，当图中所有的路径变成正值，即$\ell_{ik}^s > 0$时，递归将会收敛。

对距离$d(\ell)_{ik}$的测度最初是建立在步长上，而方程10的每次迭代计算为：

$$若\ P_i(t) < \Psi, 则\ P_i(t) = \Psi, \forall i。 \tag{5.2}$$

这个计算最终将会收敛。对每条线i来说，总体可达性或邻近度的两种测度为：

$$\ell(d)_i = \sum_k d(\ell)_{ik}^{-1}, \tag{7.12}$$

和

$$\hat{\ell}(d)_i = \frac{1}{\sum_k d(\ell)_{ik}}。 \tag{7.13}$$

这些测度生成的结果可能很类似，因为倒数权重的差别非常小。当像方程7.12那样，计算每个链接*ik*的倒数距离时，负幂（-1）可能会变化，而空间相互作用理论可以解释这个变化的含义。

这个测度中有很多变量，以不同的方式被标准化处理。其中之一直接用于计算全图上的路径数量以及任意一对线之间公共点的数量，是基于不同的连续路径长度的矩阵$[\ell_{ik}^s]$线性组合，并且按照较长的连续步长获得较小的权重来为权重赋值。这种测度方法可以表示为：

$$\hat{d}(\ell)_{ik} = \sum_s \lambda^s \ell_{ik}^s, \tag{7.14}$$

如果我们设定0<λ<1，在方程7.14的总和中，每个连续对象的重要性都会降低。实际上λ的取值必须使每个对象的值都减少，一个典型的λ值大约是0.05，也是我们在第6章中采用的值。矩阵$[\tilde{d}(\ell)_{ik}]$是对称的，因此入度和出度的测度是相同的。当我们根据连续路径上的点数量的减少来赋权重时，这个测度方法就已经涉及了可达性。因此一个适当的聚合是：

$$F_{ij} = \sum_k A_{ik}A_{jk}, \tag{3.4}$$

我们将上述方程称为加权可达性。

我们现在有五种形式的可达性测度：ℓ_i、$\tilde{\ell}_i$、$\ell(d)_i$、$\tilde{\ell}(d)_i$和$\tilde{d}(\ell)_i$，它们的对偶形式分别是：ρ_j、$\tilde{\rho}_j$、$\rho(d)_j$、$\tilde{\rho}(d)_j$和$\tilde{d}(\rho)_j$。这些是我们在上一章中介绍的测度方法，同时我们还建立了关于原始和对偶空间句法问题的理论。现在我们试图探索，如何通过基于欧几里得距离的测度方法来扩展这些拓扑方法。下面介绍的方法并不是作为拓扑方法的替代，而是一个补充。

实际上，欧几里得距离是一个与视线之间的拓扑关系不太一样的概念，后者实质上是空间句法的内容。然而，由于拓扑方法与地理学空间比较接近，而其出发点是基于线和点的轴线图，这些要素都是与空间紧密结合的，那么就可以提出这样的问题：地理网络中线和点的拓扑距离的测度，对于欧几里得空间中的更加传统的测度意味着什么？此外，我们还需要探索原始和对偶的句法关系可视化的最佳途径。为此，需要依据欧几里得距离对轴线图的内容进行检验。但是在我们推导这些距离测度方法前，我们需要研究传统原始和对偶问题间的关系，以及更深地研究空间句法问题。我们还需要展示网络中的可达性对这两类问题的实际含义。为此，我们将再次回到图7.1，以简单案例进一步分析这些问题，使用空间句法检查大城市街区密集区的街道视线，这其中将涉及很多典型的应用。

7.3 探索相关的地理和空间句法问题

7.3.1 最简化的句法问题

图7.1a的二维图和图7.1b的空间句法图分别对应着网络的原始和对偶表达，我们分别通过图7.2a和7.2b进行描述。在图7.1a和7.2a的二维图中，包含4个街道段及其交点，呈现交叉线。对原始问题来说，如图7.2a的第二张图所示，其网络非常简单。图中有4条线段，实心黑点位于线段的中心并且与其他每个都互相连接，4个点间的6个连接组成一个完全连接网络。对偶问题中的交点通过共有线相互连接。这些交点在图7.2a的第三张图中可以看到。中心点具有最大的度，而边缘点的度最小。图并不是完全连接的，因为从除了中心点之外的地方达到另一端尽头的点，都必须经过中心点从而跨越两步。这些网络只给出了一步连接，但是很容易看出在这个对偶问题中，距离矩阵可以在计算两步距离的情况下连接起来。总之，传统问题是直接并且对称的。在原始网络中，交点是灰色的，街道中心点是黑色的，而在对偶问题

中，街道中心点是灰色的而交点是黑色的，用于表示每种情况下关注的都是黑色点之间的连接。

图7.2a和7.2b中的空间句法图是聚合的二维图，其中的两条水平线段a和b组成了一条线*a′*。于是问题中的线就从4条减少到3条，但是原有的5个交点不变。图7.2b第二张图的原始问题中，3条线完全相互连接，在这里我们将线*a′*的节点向中心节点的右侧稍微平移一些，这样我们可以同时看到中心点。图7.2b的第三张图是对偶问题的网络，就更为复杂一些。原先的两条水平线*a*和b聚合为*a′*带来的影响，使得上下两个端点从本质上相比之前具有更好的连接，而节点的大小反映的是这个点的入度和出度。从某种意义上来说，这是很明显的，因为如果我们将线融合，那么系统的多样性就降低了。其他条件不变的情况下，相比每个街道段都有且只有两个交点的图，轴线图上地点之间的移动会变得更加容易。

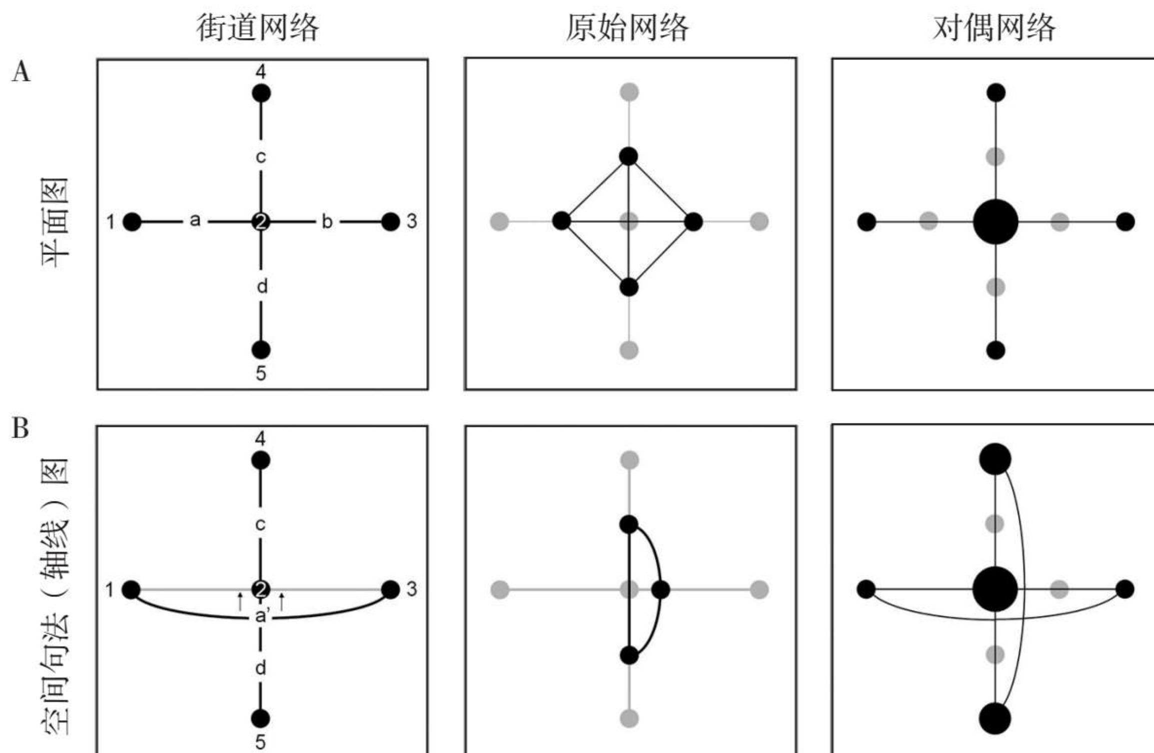


图7.2 空间句法图和平面图的原始和对偶网络

对于这些非常简单的系统来说，以上分析表明，当关注点从简单的线段变为更加复杂的聚合线，也就是轴线时，会带来一些显著的区别。我们在图7.2中没有展现包括每个原始和对偶网络的距离矩阵，但它们可以被很容易地推导出来，因为从方程7.11的应用可以看到，每个网络都在下一个步距变成完全连接。在空间句法中，轴线本质上是与欧几里得空间相结合的，它们通常根据可达性的不同来区分（一般用颜色表示），而可达性可以从距离矩阵[d（ℓ）$_{ik}$] 中入度或出度的数量来获得。这是一个深度值，可以通过以下方程计算：

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t)\, p_{ij}\text{。} \tag{3.19}$$

希利尔和汉森（1984）称之为整合。可达性是深度的倒数，其值由方程7.12至7.15给出，通常与轴线相关。实际上，有很多此类的值可以使用，我们在上一章中已经介绍了很多，下面将会继续介绍。

7.3.2 伦敦中心区一个典型街道的句法

将网络作为空间句法问题时，其关键在于将街道作为节点间的一个或多个路段组成的视线。为了描述由此产生的测度的范围，我们将通过伦敦西区以索何雷金特街为中心的一个1平方英里的街区来说明。其轴线图如图7.3所示，我们可以清楚地看出，视线的定义并非完全清晰，特别是在弯曲的街道上。这张轴线图是由41条线和30个点组成的，虽然有上述明显的问题，以及区域边界划定的生硬所带来的问题，这些足以用于分析方法中。在图7.4a中，轴线图的线的粗细与入度（根据对称性也就是出度）d（ℓ）i的数量成比例；而在图7.4c中，是同样的对偶问题，点的大小与它们的入度或出度的数量d（ρ）j成比例。线之间和点之间的距离矩阵最高可达它们的最大跨距，但是由于它们的复杂性，我们只表现了轴线（图7.4b）或点（图7.4d）之间的一步直接连接和两步连接。如同其他所有网络一样，一旦节点的数量超过20或30个，其可视化形式就太过复杂而无法表达什么信息了，因此

我们将原始和对偶网络中的重要对象也就是轴线和街道交点简化为只研究最多至两个步长。



图7.3 伦敦中心区雷金特街区的轴线和节点

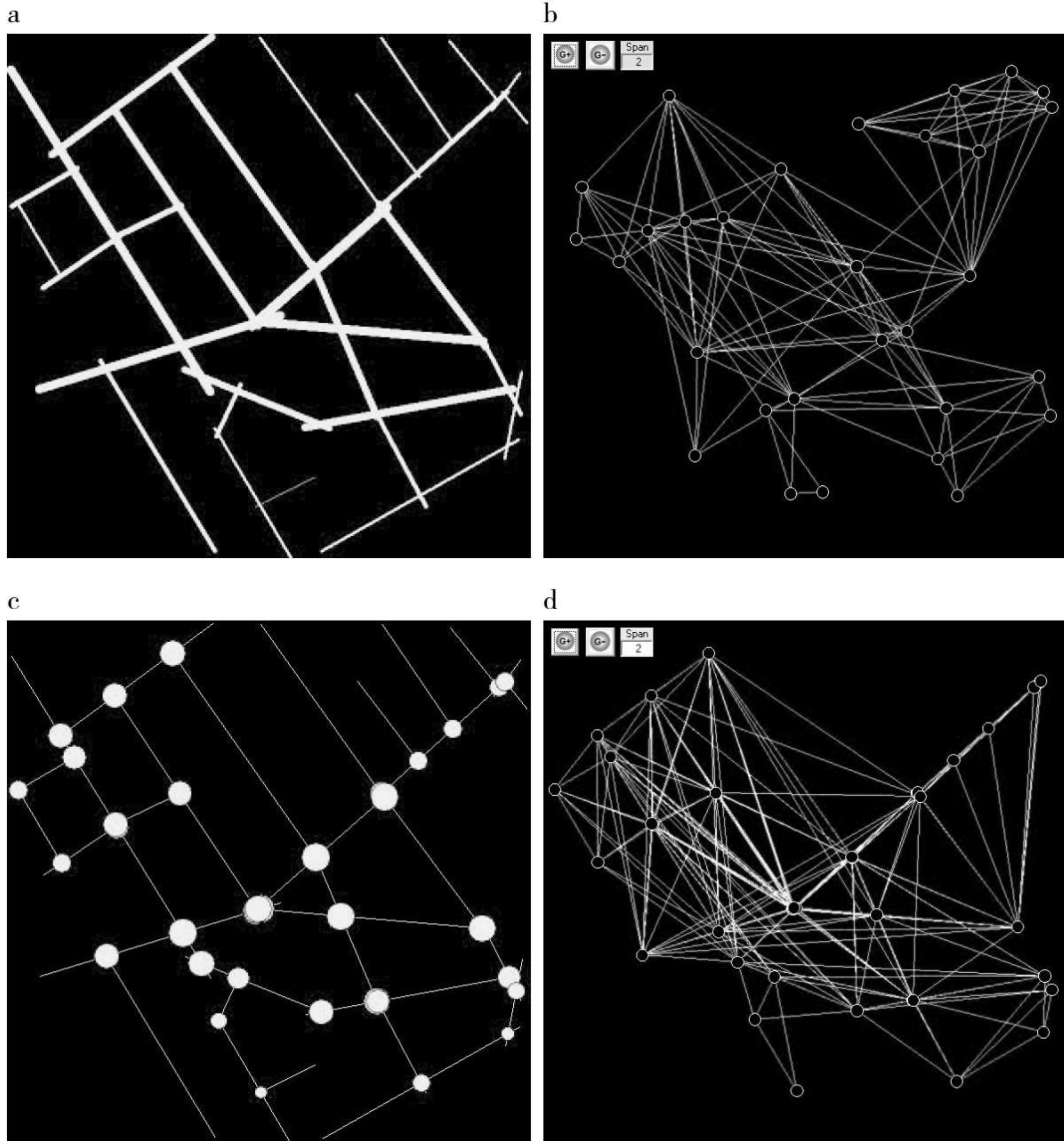
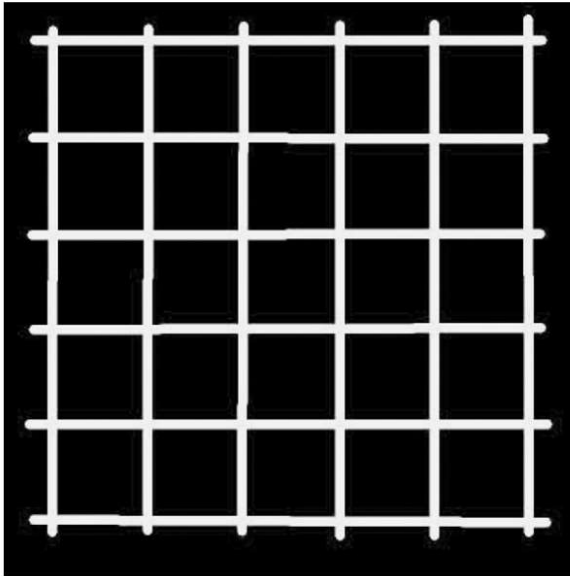


图7.4 a、b：欧几里得空间中的原始网络；c、d：欧几里得空间中的对偶网络

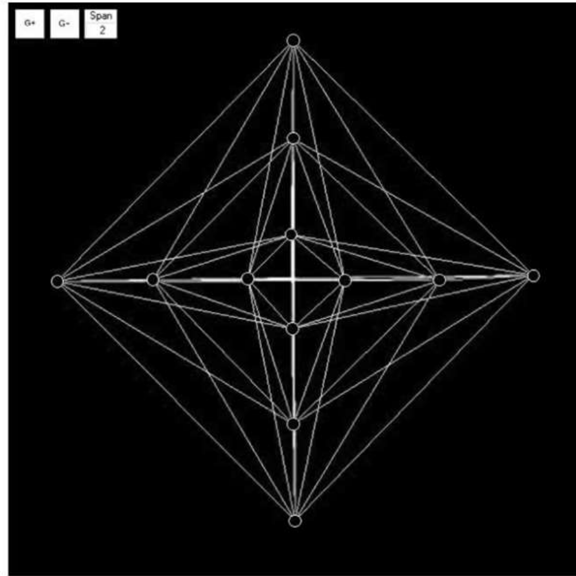
这类分析中还有一些其他的可视化方法：如将线或点根据它们与其他线的距离以不同颜色进行区分；分析从任意线或点到其他所有线或点步长的深度图；对范围内的线集合或点集合进行可视化；以及用于描述任意一个对象或对象集（线或点）与其他任意一个对象或对象集的关系的各种关联图。我d们还注意到，从一条街道或交点到另一个

的深度或可达性问题并没有被很好地研究。如果我们有一个对称结构，那么这个对称会在很多图中，以及可达性的测度中反映出来。图7.5中展示了曼哈顿方格网道路系统的空间句法，网格中的每条线都是轴线。在一个6×6的线段网格中，有6条垂直线和6条水平线。总共有12条线和36个交点，这意味着相对距离网络在不同维度上有很大差别。我们可以看到所有线之间有144个可能连接，如果按照通常的计算方法排除自连接的话就是132个，考虑到对称性就是66对连接。对于对偶问题来说总共有1 260个非自连接，也就是630组对称连接。网络图7.5b和7.5c清楚地描述了上述连接。

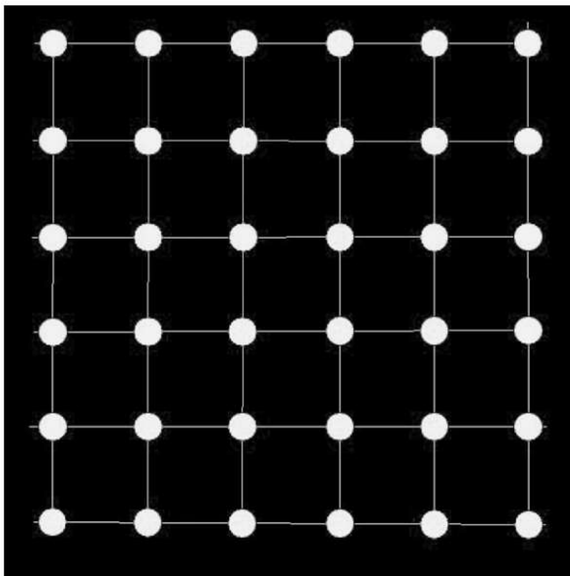
a.线的原始问题



b.网络的原始问题



c.交点的对偶问题



d.网络的对偶问题

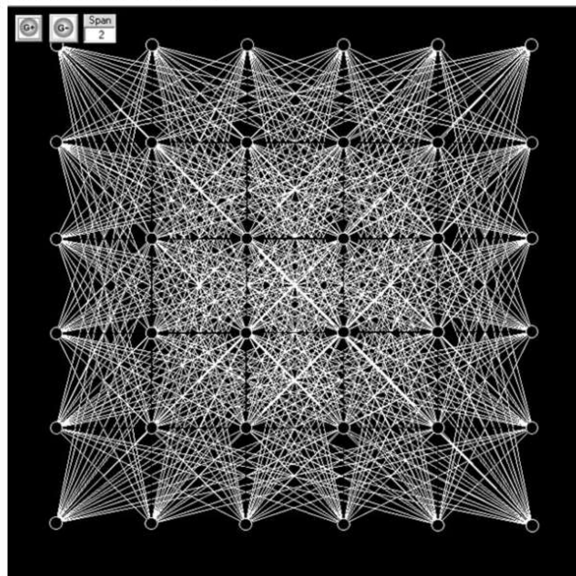
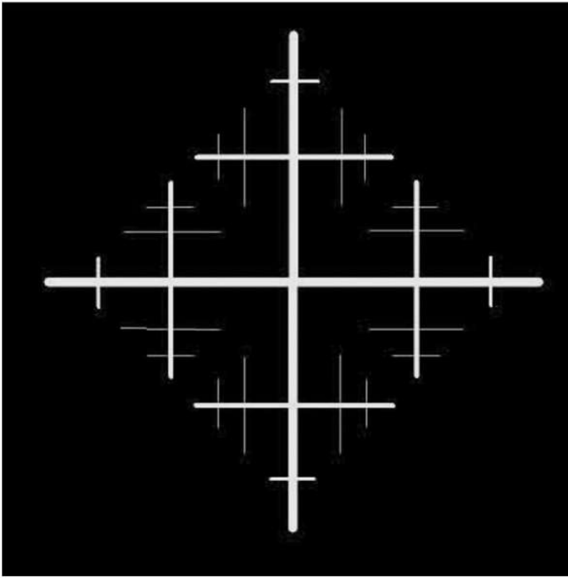


图7.5 曼哈顿道路网的空间句法：均衡的可达性

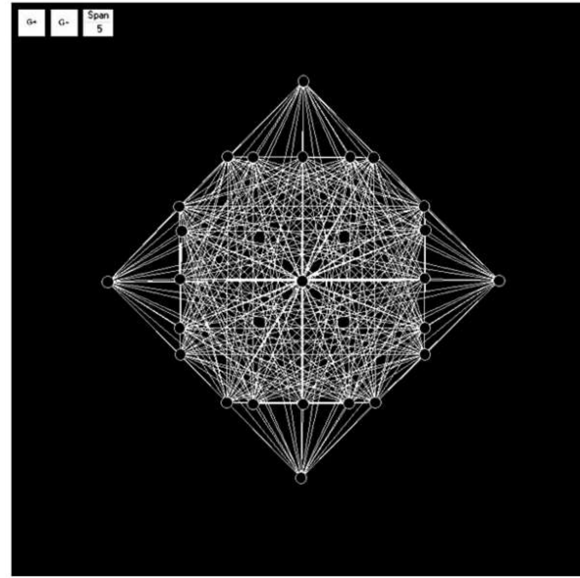
我们的第二个例子是一个普通的分形结构。图7.6表示线和点图以及它们的距离矩阵网络，这些也具有类似的对称性。而且，树形图中的节点数量比线的数量仅少一个。在这个例子中，这里有26条线和25个节点。本质上，中心节点连接了树的两条主轴线，因此我们推断和证明，从关系网络的角度来看树的原始问题与对偶问题是等价的。图

7.6a和7.6c分别是线图和节点图，呈现了网络的对称性和等价性。这是对希利尔（Hillier，1996）在《空间是机器》一书中结论的扩展，可以适用于所有这类空间句法的对称结构。这种探索的意义在于，当我们以这种方式将网络理解为二部关系集合基础上的原始或对偶问题时，我们生成了一个丰富的结构，可以对物理和网络空间进行充分了解。不过，要将这些内容再放回欧几里得空间，我们需要重新审视距离。我们将首先介绍关于测度距离的一些概念，然后重新回到图7.1那个简化的例子，并以加桑村为例阐释距离对于标准空间句法的意义。之后我们将着手处理视线和移动相互作用线的混合系统。

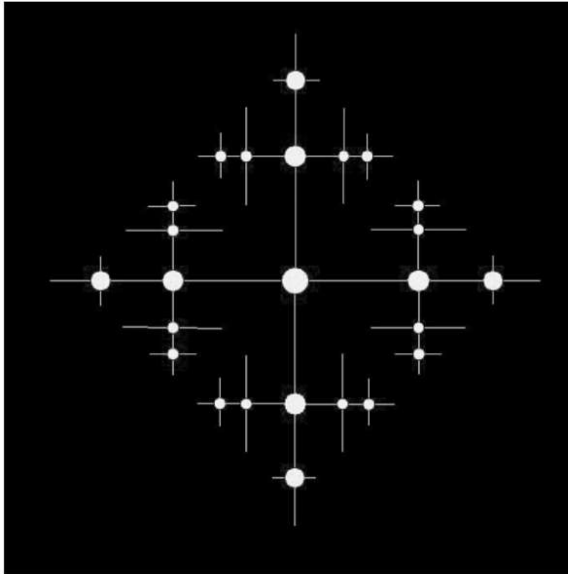
a.线的原始问题



b.网络的原始问题



c.交点的对偶问题



d.网络的对偶问题

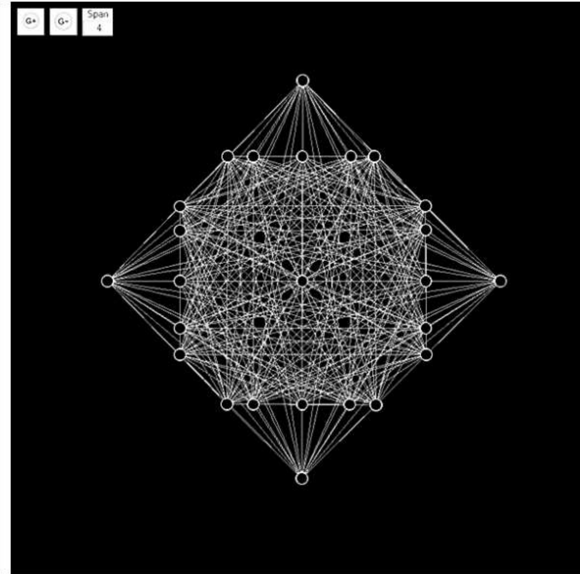


图7.6 分形树的空间句法：原始和对偶

7.4 空间句法图中的欧几里得距离

7.4.1 加权距离测度

目前为止，我们在本书中的假设是，我们所研究的空间网络是由直线——具有坐标的节点间的轴线或者直线段组成的，通过点的坐标我们可以计算直线的长度。实际上，通过近似精度处理将曲线视为由直线段组成，我们的研究对象可以很容易扩展到曲线，但是我们在这里将不会涉及（Figueiredo and Amorim，2005）。首先我们处理更加简单的对偶问题，对于一条线段的两个端点j和l的坐标分别为$\{x_j, y_j\}$和$\{x_l, y_l\}$。当$j \neq l$时，对任何j和l间的直线i来说，其对偶问题的直接距离$[\rho_{jl}]$的值只能是1或者0。由于任意两点之间最多只有1条线，那么直接欧几里得距离d_{jl}为：

$$d_{jl} = \rho_{jl}[(x_j - x_l)^2 + (y_j - y_l)^2]^{1/2}, \quad (7.17)$$

其中点的自距离d_{jl}显然为0。任意点j和l之间的最短距离可以通过标准的迪杰斯特拉（Dijkstra）算法来计算，在这里表现为如下的形式：

$$\text{如果 } \rho_{jl}^s > 0 \text{ 且 } \rho_{jl}^{s-1} = 0, \text{那么 } d_{jl} = \min_z\{d_{jz} + d_{zl}\}。 \quad (7.18)$$

对方程7.18进行递归，直至图中所有的步长变为正数或者迭代次数s逼近图中点的数量m。

总体而言，矩阵$[\rho_{jl}]$与二维图的矩阵有所不同，我们用$[p_{jl}]$来表示后者。一条线可以与多于两个节点相关，但这在二维图中不会发生，一般情况下$[\rho_{jl}]$的一些元素是正值且等于1。而矩阵$[p_{jl}]$如图7.1a和7.1b所示，具有更加简化的结构。上一章中，我们将平面性偏差的测度从每条线上点数量的角度定义为$\Psi(\ell) = \sum_i \ell_i / 2n$，但是其他基于图上距离的测度可能是：

$$\Psi(\rho) = \frac{\sum_{jl} |\rho_{jl} - p_{jl}|}{\sum_{jl} p_{jl}} \text{ 和 } \Psi(d) = \frac{\sum_{jl} |d_{jl} - d(p)_{jl}|}{\sum_{jl} d(p)_{jl}}, \quad (7.19)$$

其中$d(p)_{jl}$是对二维图和对偶句法图（可以很容易从$[\rho_{jl}]$得到）的距离测度。还可以从这些距离中得到空间相互作用理论中的行程长

度。如果对每个连接都加载行程或移动量$\{T_{jl}\}$，那么系统的标准平均行程长度可以表示为：

$$T(\rho) = \frac{\sum_{jl} T_{jl} d_{jl}}{\sum_{jl} T_{il}} \text{ 或 } \bar{T}(\rho) = \frac{\sum_{jl} d_{jl}}{m^2}, \tag{7.20}$$

其中7.20的第二个方程体现的是当每个连接上的移动缺失或相等的情况，因此它们是统一的。

当然，通过行程长度可以计算每个点或节点，只需简单地将方程7.20与l而不是j叠加，或者与j而不是l叠加。但是更精确的测度是距离矩阵的出度的倒数形式：距离倒数的求和，以及每个点距离之和的倒数。这些是潜在的真实欧几里得距离：

$$e(\rho)_j = \sum_l d_{jl}^{-1}, \tag{7.21}$$

以及

$$\hat{e}(\rho)_j = \frac{1}{\sum_l d_{jl}}, \tag{7.22}$$

这些是对区位可达性的测度。根据第2章中讨论的传统社会物理学和空间相互作用理论，它们可以依据点的总量被加权，但是在这种情况下我们为避免混淆，并不打算对其进行加权。注意到方程7.22中的和的倒数，是与区位j的未加权平均行程长度的倒数成比例的。

对原始问题中的欧几里得距离测度更加棘手，因为我们需要计算每条轴线的重心。本质上，一条轴线可以与多于两个点相关，因此对这条线上的每条视线来说，都有一个重心点。例如在图7.1b中，轴线a'包含了3条视线，分别为1至2、2至3和1至3。因此对这些重心点简单地进行平均得出一个重心点是合理的，尽管可能需要再一次考虑变量的权重。我们首先计算轴线i上每条视线的重心点：

$$\left.\begin{aligned} P_j(t+1) &= P_j(t) + \Delta P_j(t) \\ P_k(t+1) &= P_k(t) - \Delta P_j(t) \end{aligned}\right\}。 \tag{4.11}$$

这些重心点需要进行平均，可以通过如下方程计算：

$$\left.\begin{aligned}\bar{x}_i &= \sum_{\substack{j\neq l\\ l>j}} \frac{x_{ijl}}{m(m-1)/2}\\ \bar{y}_i &= \sum_{\substack{j\neq l\\ l>j}} \frac{y_{ijl}}{m(m-1)/2}\end{aligned}\right\}, \tag{7.24}$$

其中的求和包括了所研究的线上的每对点，并与所有相关点坐标的平均值相等。

如果一条轴线上对不同点的视图反映了不同程度的重要性，这个简单平均可以在不同权重的情况下增加，但在这里我们将沿用非加权的形式。我们现在可以通过计算从线i的重心点到连接了两条线的公共点j的距离，计算任意两条轴线i和k之间的距离。在轴线是直的前提下，这个距离是：

$$d_{ik} = \ell_{ik}\{[(\bar{x}_i - x_j)^2 + (\bar{y}_i - y_j)^2]^{1/2} + [(\bar{x}_k - x_j)^2 + (\bar{y}_k - y_j)^2]\}, \tag{7.25}$$

通过将非直线替换为细微的直线，并在方程7.25上进行递归计算，可以很容易地推广到非直线上。由于每条线有一个总长度，也就是有限长度，那么可以计算内线距离也就是自距，可以表示为：

$$d_{ii} = \sum_{\substack{j\neq l\\ l>j}} a_{ij}a_{il}\frac{[(x_j - x_l)^2 + (y_j - y_l)^2]^{1/2}}{m(m-1)/2}。 \tag{7.26}$$

在本书中我们认为d_{ii}=0，因为我们遵从空间句法的传统，但是也可以有其他的观点，由于移动性的影响认为自距是正值。

我们现在可以计算线之间的最短路径。我们采用方程7.18中计算点间距离完全一致的方式，即：

$$\text{如果 } \rho_{jl}^{s} > 0 \text{ 且 } \rho_{jl}^{s-1} = 0, \text{那么 } d_{jl} = \min_{z}\{d_{jz} + d_{zl}\}。 \tag{7.18}$$

其中收敛性在时间$s=n$时得到保证。我们现在可以通过$[d_{ik}]$的倒数之和或者和的倒数的形式，来计算线的可达性，那么与方程7.21和7.22类似：

$$e(\ell)_i = \sum_k d_{ik}^{-1}, \tag{7.28}$$

以及

$$\hat{e}(\ell)_i = \frac{1}{\sum_k d_{ik}}。 \tag{7.29}$$

我们在方程7.20中提到的所有其他涉及步长的测度方法都适用于此，如果需要的话，可以依据行程量对线进行加权。然而，正如在空间句法中，我们假设问题中并不一定需要涉及视线，而我们所需要的是一个对于线距的总体测度，也就是：

$$\bar{T}(\ell) = \frac{\sum_{ik} d_{ik}}{n^2}。 \tag{7.30}$$

7.4.2 在最简句法中的应用

在我们的工具箱中，现在又多了两种对距离的测度方法。为描述这些测度方法之间的微妙差别，我们针对图7.1a的平面街道网络图和图7.1b的轴线街道图，计算了原始和对偶问题的所有这些测度。图7.1a的街道网络的对偶问题形式是一张二维图，其中的每条线或街道都包括两个点或交点，任意点到其他点的可达性都可以通过观察明显看出。节点2明显位于最中央且具有最高的可达性，而其他四个点具有较低但相同的可达性。我们在这些点的可达性之间进行平滑的插值，以传统方式形成图7.7a的表面图（或热力图）。表面图具有清晰的边缘效应，这些很难控制。但总体上，点的可达性模式变化与点到中心点的距离变化相反，这点适用于所有的距离和步长测度方法，包括基于欧几里得空间的方法。原始问题涉及了任意线之间的可达性，由于对称性，每条线可能有相同的可达性。这就是图7.7b中的情况，可达性模式在整个空间中呈现一致性。同样，这也适用于所有测度方法。在平面街道网络中，通过这个简化案例和我们的判断可以知道，尽管程度有所区别，所有的测度方法都是共同变化的。

对图7.1b的句法问题来说，平面网络中的两条线a和b融合成了一条a'。在这种情况下，直观上认为点的可达性与前面有很大的相似。但由于两条垂直线c和d到线a'的步长较多，那么上下两个节点4和5从步长 $\rho(d)_j$ 和 $\hat{\rho}(d)_j$ 的角度来看可达性会稍低，如图7.7c所示。对直接步长、加权距离以及欧几里得距离可达性 ρ_j、$\tilde{\rho}_j$、$\tilde{d}(\rho)_j$、$e(\rho)_j$、$\hat{e}(\rho)_j$ 来说，节点的可达性模式与平面街道网络是相同的，如图7.7e所示。对线来说，二进制的步长和权重距离测度 $\tilde{\ell}_i$、$\ell(d)_i$、$\hat{\ell}(d)_i$ 和 $\tilde{d}(\ell)_i$，说明了每条线具有相同的可达性（图7.7d），相对而言其他几种测度方法 ℓ_i、$e(\ell)_i$ 和 $\hat{e}(\ell)_i$ 中，融合的线a'相比另两条线c和d而言具有更高的可达性（图7.7f）。这表明线a'上的视线数量会加强线的重要性，特别是当这条线位于形态中心时。然而，我们也会看到，这并不是一个简单的问题，由于在系统中有很多短线以及一些占据支配地位的长线，欧几里得可达性模式会与步长可达性模式有很大的区别。

在我们转向现实问题之前，还需要理解的是如何通过点和线的估算来生成表面图的分布。一种空间的平均方法是将问题中每个节点区作为核心，将这节点区的值根据搜寻半径扩展直至每个点区都被赋值。对于五个节点的系统来说，每个节点的值都通过这种方式进行推广，扩展的值与距离节点的距离的倒数成比。插值中止在系统边界会形成一个生硬的边缘，因此在边缘的扩散数据具有倾斜性。虽然也可以通过将边界推远使扩散变得更顺滑来解决，但是我们更倾向于用最基本的形式来对这个基本问题进行可视化。

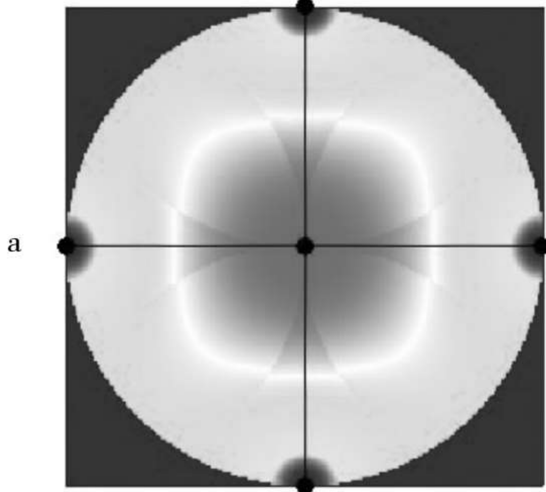
7.5 纯粹句法问题：在加桑村庄的应用

加桑的案例我们在上一章已经有过详细介绍，并且其作为空间句法的基准案例已经有大量论文探讨，我们不打算将数据再次重复用于加桑。这个案例最早由希利尔和汉森（1984）提出，之后派彭尼斯等

（1997）、巴蒂和拉娜（2004），以及卡瓦略和巴蒂（2004）做了进一步发展。我们不会针对原始和对偶问题生成全部形式的句法图，避免通过标准色彩范围内的不同颜色的加权轴线来表达线条可达性，也不会用饼状图表现每个点的可达性测度。我们将只采用热力图的表现形式，因为用这种方式在街道图上展现可达性差异的效果十分显著。对于原始图我们将叠加街道线，而对于对偶图我们叠加交点或端点。

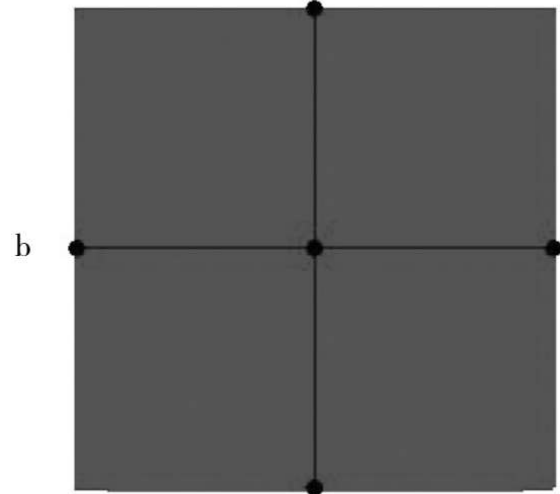
平面点/交点：图7.1a

ρ_j，$\tilde{\rho}_j$, $\rho(d)_j$，$\hat{\rho}(d)_j$, $\tilde{d}(\rho)_j$, $e(\rho)_j$, $\hat{e}(\rho)_j$



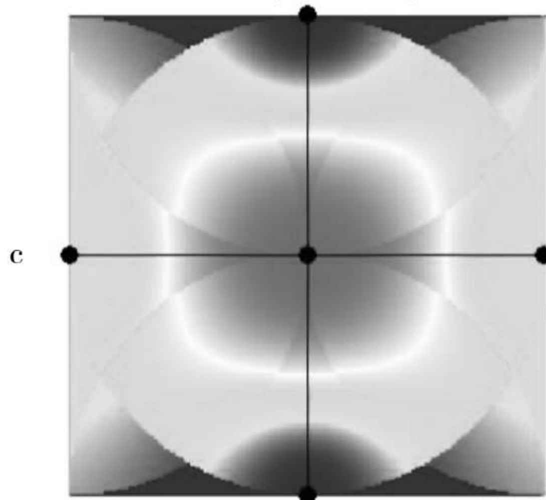
平面线/街道：图7.1b

ℓ_i，$\tilde{\ell}_i$，$\ell(d)_i$，$\hat{\ell}(d)_i$，$\tilde{d}(\ell)_i$, $e(\ell)_i$，$\hat{e}(\ell)_i$



句法点/交点：图7.1b

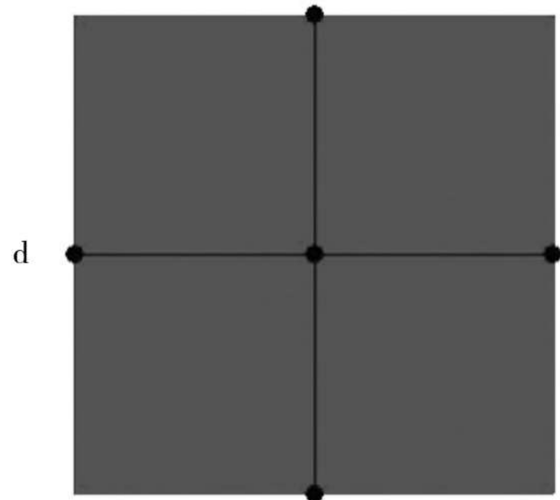
$\rho(d)_j$，$\hat{\rho}(d)_j$



ρ_j，$\tilde{\rho}_j$，$\tilde{d}(\rho)_j$，$e(\rho)_j$，$\hat{e}(\rho)_j$

句法点/街道：图7.1b

$\tilde{\ell}_i$，$\ell(d)_i$, $\hat{\ell}(d)_i$, $\tilde{d}(\ell)_i$



ℓ_i, $e(\ell)_i$, $\hat{e}(\ell)_i$

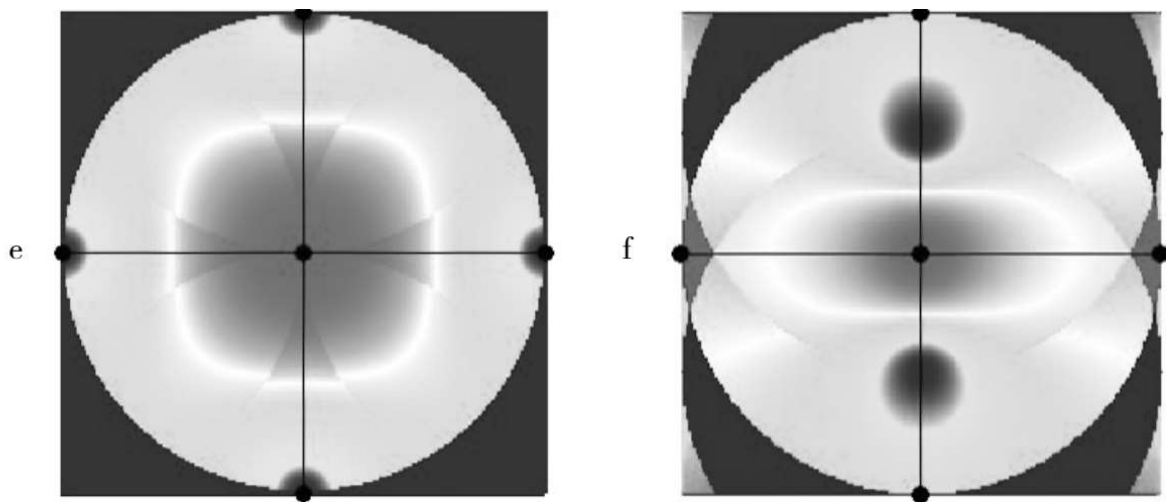


图7.7 从图7.1a和7.1b的简单二维图和轴线图生成的原始和对偶问题的可达性表面图

我们将加桑作为一个“纯粹的空间句法”问题，因为在这个案例中从未有过对其欧几里得可达性测度的尝试。轴线是视线，而视线越长，与其他视线相交形成交点的可能性就越大。然而，视线越长，线的距离也就越长。尽管我们不会对每条线到其自身的欧几里得距离进行测度（已在之前的方程7.26进行定义），长轴线通过其重心点来反映长度。在其他条件相同的情况下，这样可能会造成更远的距离，因此到系统其他线的可达性变差。相对而言，在测度与其他线的接近度而不考虑距离时，线的长度本身并不会成为一个因素。而线与更多的线相交，且其他情况不变，从而增强到所有线的可达性。图7.1b并不是这种情况，因为系统的对称性和基本线段相同距离，使轴线从步长和欧几里得距离角度都有最佳的连接。

图7.8是加桑的轴线图，其中有数条长视线，但总体上不处于村庄街道密集的核心区内。从距离的角度来说，线在村庄核心区的集聚意味着相互之间的距离很近，总体上我们可以认为这些线之间的可达性相对于较长的线来说会更高。我们将会看到，空间句法的阐释与基于欧几里得空间的方法有质的区别。同样的区别还体现在街道交叉点的集聚上，这也反映了线的集聚。正如在上一章中提到的，加桑接近于平面性的参数为$\Psi = \sum_i \ell_i / 2n = 1.065$，故街道线的可达性和街道交点的可达性具有紧密联系。

我们针对原始和对偶问题分别计算了7种距离测度方法，并且在表7.1中描述了它们的关联性。其中表7.1（a）是原始问题，涉及的是线之间的可达性，非常清晰地分为两个集（用粗体和斜体表示）。基于步长的测度指标与欧几里得距离并没有很高的关联度。两种欧几里得测度方法具有高相关性，但是两组方法之间的关联度很低甚至完全没有。这种差别的本质原因与测度的对象是什么有关。加桑的视线与交点的聚集之间相关性很弱，从欧几里得距离角度，交点集聚造就可达性最强的中心区。对于表7.1（b）中所示的对偶问题来说，点之间具有更高的相关度，但在非欧几里得与欧几里得测度方法之间依然存在同样的区别。实际上，原始的出度数据与所有其他测度方法的关联度都很低。这说明点的出度分布（也就是每个点上的线数量）是2或者3，类似于步长。

表7.1 加桑的7种距离测度方法间的关联度

(a) 线到达	ℓ_i	$\tilde{\ell}_i$	$\ell(d)_i$	$\hat{\ell}(d)_i$	$\tilde{d}(\ell)_i$	$e(\ell)_i$	$\hat{e}(\ell)_i$
ℓ_i	•	**0. 971**	**0. 770**	**0. 839**	**0. 967**	−0. 088	−0. 099
$\tilde{\ell}_i$		•	**0. 807**	**0. 897**	**0. 984**	−0. 094	−0. 098
$\ell(d)_i$			•	**0. 973**	**0. 810**	−0. 275	−0. 272
$\hat{\ell}(d)_i$				•	**0. 889**	−0. 223	−0. 222
$\tilde{d}(\ell)_i$					•	−0. 122	−0. 112
$e(\ell)_i$						•	*0. 970*
$\hat{e}(\ell)_i$							•

(b) 点到达	ρ_j	$\tilde{\rho}_j$	$\rho(d)_j$	$\hat{\rho}(d)_j$	$\tilde{d}(\rho)_j$	$e(\rho)_j$	$\hat{e}(\rho)_i$
ρ_j	•	0. 393	0. 156	0. 215	0. 297	−0. 092	−0. 087
$\tilde{\rho}_j$		•	**0. 792**	**0. 900**	**0. 984**	−0. 006	−0. 085
$\rho(d)_j$			•	**0. 973**	**0. 806**	−0. 122	−0. 169
$\hat{\rho}(d)_j$				•	**0. 912**	−0. 093	−0. 151
$\tilde{d}(\rho)_j$					•	−0. 060	−0. 141
$e(\rho)_j$						•	*0. 949*
$\hat{e}(\rho)_j$							•

我们用不同测度指标的空间分布表面图来展现这种差别。图7.8展示了三种我们认为最能反映差别的可达性测度方法，分别是基本空间句法所测度的步长$\ell(d)_i$和$\rho(d)_j$、句法的替代测度方法加权距离$\tilde{d}(\ell)_i$和$\tilde{d}(\rho)_j$，以及度量物理网络可达性的欧几里得测度指标$e(\ell)_i$和$e(\rho)_j$。图7.8的表现支持了这部分一开始提出的观点。步长和加权测度方法生成了与在上一章相同的表面图，仅因为这里所采用的色彩范围和空间平均指数较小而存在轻微的不同。对于原始和对偶问题来说，我们从表面图可以看出，村庄的中心轴区域的街道和交点相互之间的可达性最好，而村庄西部的可达性要优于北部、南部或东

部（图7.8a和7.8d、7.8b和7.8e）。体现欧几里得距离测度的图7.8c和7.8f则是另一幅景象。可达性最高的街道和交点位于街道最短和线密度最高的区域。这与最长视线没有关联性，图中的高可达性区域沿中心轴碎片化分布，并且村庄的东南部看起来有最高的可达性。通过对加桑案例的研究，我们的最重要结论是：空间句法与街道距离可达性非常不同，不同的可达性测度方法决定了我们对城镇的视觉质量、关键用地的区位以及运动模式等的判断，因此这涉及结论的可信度问题。

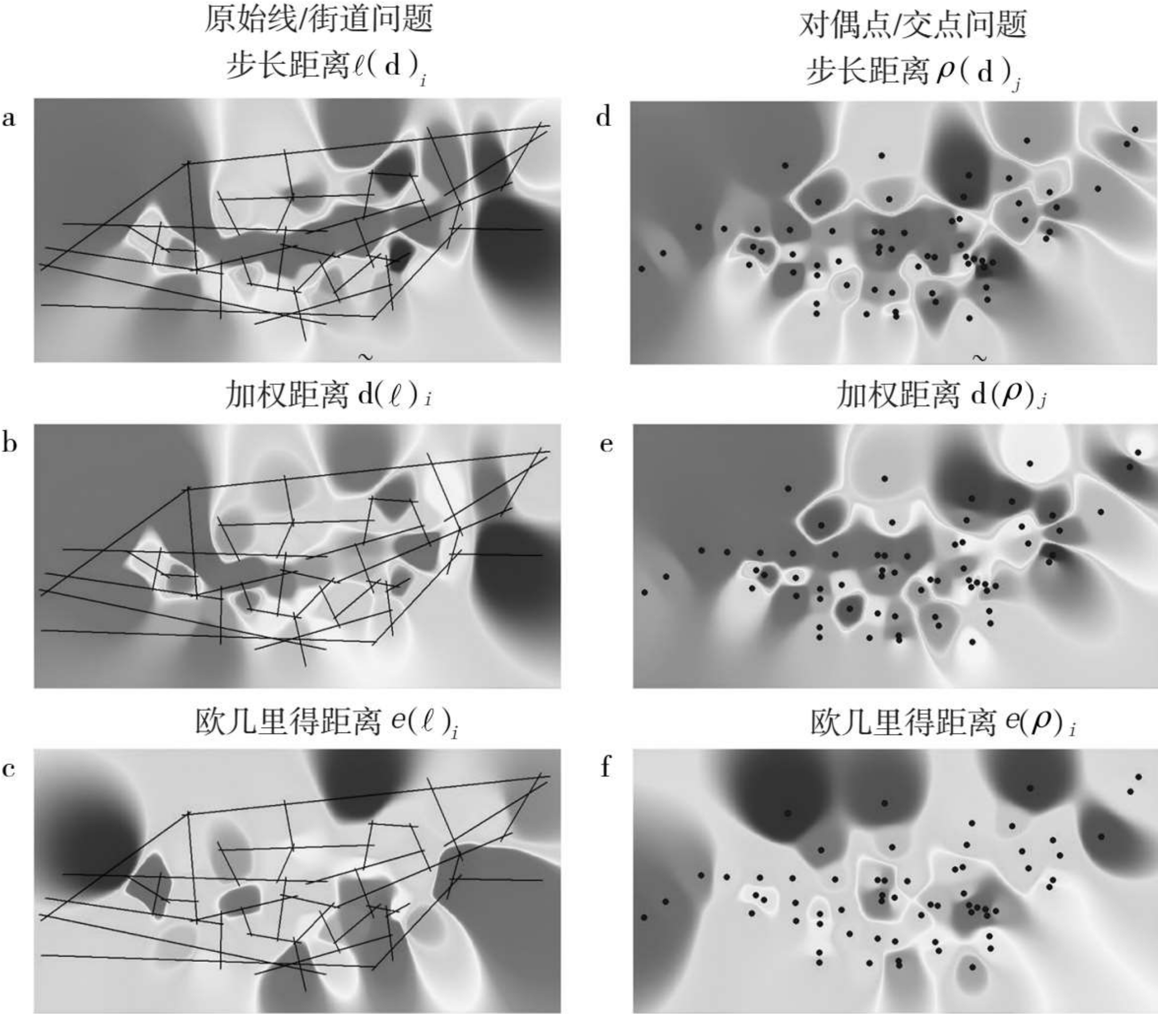


图7.8 加桑案例的纯粹原始和对偶句法分析的可达性测度方法

7.6 “混合句法”问题：地面和地下线路的耦合网络

在这两种类型e的距离测度方法中，混合了多种基于视线和物理行程距离的可达性指标。然而很多系统的出行并不基于我们能看到的街道网络，而是依托我们看不到的线路，比如地铁，或是视线已经不太重要的线路，如公共汽车或有轨电车。总之，我们需要将这些概念引入系统并对相关差别做出明确界定，以反映基于视线或无障碍移动的混合轴线与体现平面性的线路段之间的复合。这里的应用案例是墨尔本中心区，基本布局是网格状，但周边有一条地下重轨环线。图7.9是其轴线图和平面线路网络，我们将两种类型的线路进行了区分。中央商务区（CBD）的线路形态密度比起图7.9中看到的更高，而且中心区有地面有轨电车穿过。但是真正造成区别的是地下铁路，与地面街道通过5个重要站点相连接。如果一个人希望围着中央商务区绕圈，最快和最短的方式就是乘坐这条地铁，当我们将欧几里得距离纳入考虑时，地铁就对可达性有着重要的影响。如果你希望在中央商务区观光，那么长直的街道提供了绝佳的轴向线路。因此，希望快速到达某个地点还是希望观光一些地方，就会有不同的选择。

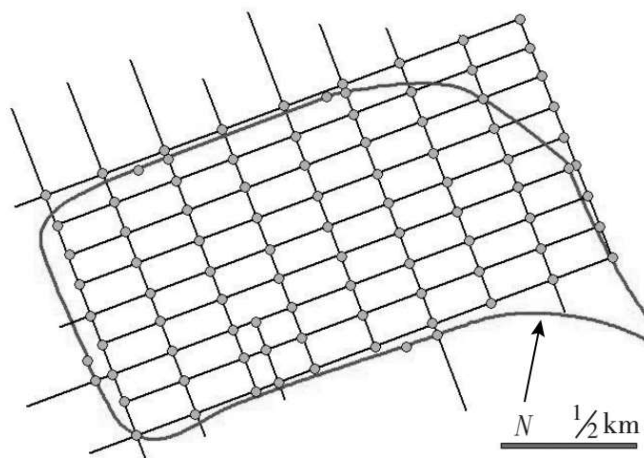


图7.9 墨尔本中心区的街道网格及地下轨道环线

在表7.2中，我们对原始和对偶问题的各自7种可达性测度方法的关联性进行了评价。结果总体上与表7.1加桑案例非常相似，出度、步

长和加权测度之间具有高相关性。而另一方面，几种欧几里得测度方法间具有高相关性，但并不与前面一组方法相关。由于每条线上的点数量分布比起每个点上的线数量来说变化更大（平面性指标Ψ=1.033说明图非常接近平面），这些原始出度的指标间形成了一组密切相关的测度方法。不过，在涉及点的对偶问题中，这些出度指标和其他两组测度方法之间的关联度很低。总之，在我们开始探讨这些测度方法的空间分布之前，我们就已经掌握，对于原始和对偶问题来说，在步长测度方法和欧几里得测度方法之间都有相同的显著区别。步长测度方法通过句法分析视线之间的远近判断接近度，这与通过线和点之间的物理距离来判断有很大区别。这一点同样也清楚地体现在图7.9中，地铁与街道系统只有几个交汇点，但是它与所交街道的相对可达性很高，大大高于那些分布更加平坦的街道交点和连接交点的线条。

表7.2 墨尔本中心区的7种距离测度方法间的关联度

(a) 线到达	ℓ_i	$\tilde{\ell}_i$	$\ell(d)_i$	$\hat{\ell}(d)_i$	$\tilde{d}(\ell)_i$	$e(\ell)_i$	$\hat{e}(\ell)_i$
ℓ_i	•	**0.993**	**0.899**	**0.938**	**0.994**	−0.055	0.124
$\tilde{\ell}_i$		•	**0.934**	**0.967**	**0.999**	−0.098	0.100
$\ell(d)_i$			•	**0.991**	**0.928**	−0.170	0.039
$\hat{\ell}(d)_i$				•	**0.962**	−0.143	0.070
$\tilde{d}(\ell)_i$					•	−0.089	0.103
$e(\ell)_i$						•	*0.849*
$\hat{e}(\ell)_i$							•
(b) 点到达	ρ_j	$\tilde{\rho}_j$	$\rho(d)_j$	$\hat{\rho}(d)_j$	$\tilde{d}(\rho)_j$	$e(\rho)_j$	$\hat{e}(\rho)_j$
ρ_j	•	0.169	0.075	0.079	0.145	−0.012	−0.207
$\tilde{\rho}_j$		•	**0.916**	**0.944**	**0.999**	−0.062	−0.193
$\rho(d)_j$			•	**0.996**	**0.922**	0.057	−0.110
$\hat{\rho}(d)_j$				•	**0.949**	0.028	−0.129
$\tilde{d}(\rho)_j$					•	−0.059	−0.191
$e(\rho)_j$						•	*0.823*
$\hat{e}(\rho)_j$							•

图7.10展示了以线条粗细体现的线ℓ_i的基本出度图，以及三种关键测度方法$\ell(d)_i$、$\tilde{d}(\ell)_i$和$e(\ell)_i$的表面图。注意铁路线路上只有少数几个点。图7.10b和7.10c显示，按照不同视线的接近度分析，用步长和加权距离可达性两种方式在中央商务区的核心区生成了最高的可达性。中央商务区物理中心的西南区表现出较低的可达性，这一区域的视线公共交点较少，主要网格被一个较窄的次级道路耦合网络所渗透。然而，当我们转向图7.10d的欧几里得距离时，铁路沿线站点附近的可达性较低，因为在这些点上可以到达的视线数量较少。

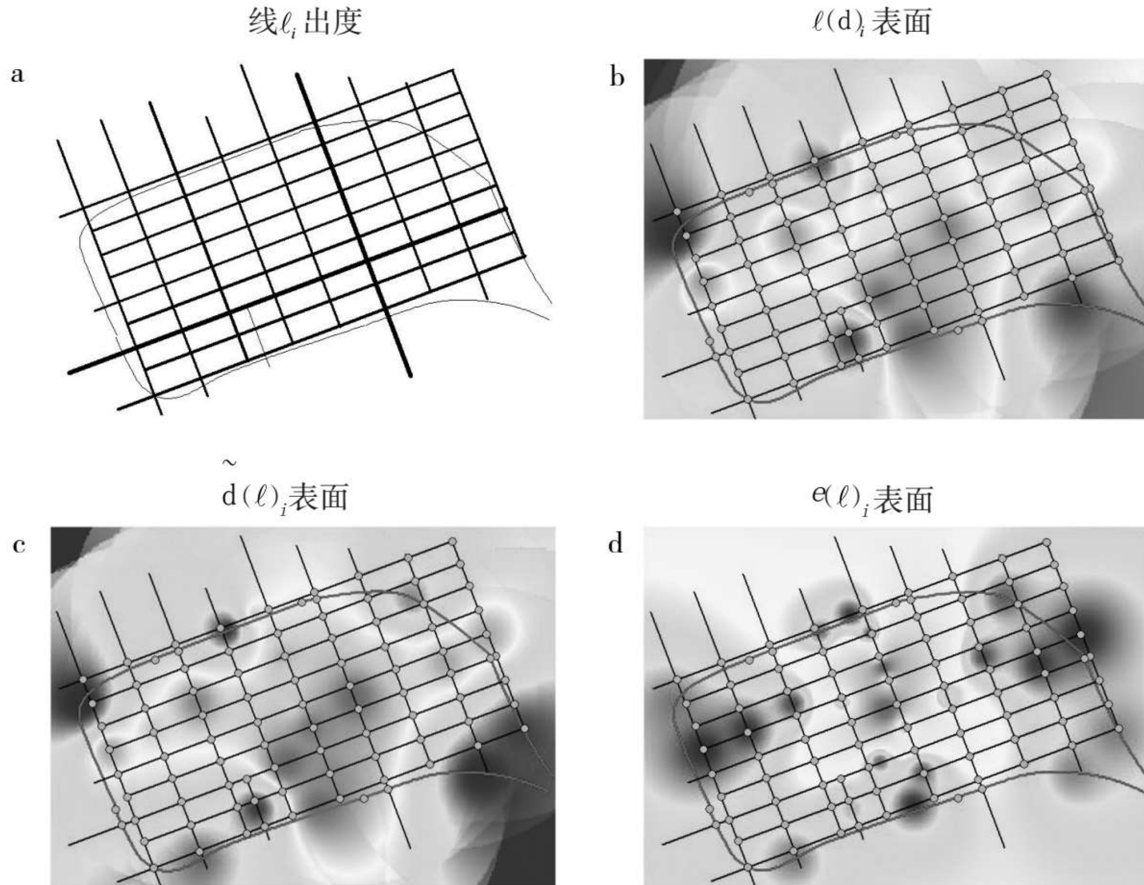


图7.10 基于（a）出度、（b）步长、（c）加权距离以及（d）欧几里得距离的线可达性表面图

就点或街道交点间可达性的对偶问题而言，用步长距离或是欧几里得测度，二者区别甚至更加明显。图7.11a用简单的饼状图显示了每个点的线分布，在全部93个交点中，只有5个点上连接的线超过两条，这5个点上也都只有3条线。这体现了网络的平面性程度。图7.11b的步长测度与图7.11c的加权测度具有高度相关性，两者都体现出站点区域具有最低的可达性。这是因为那些区域能看到远程的点较少。而图7.11d则恰恰相反：站点的可达性很高，并且构成了中央商务区的中心地带，很多道路在站点附近相交。然而，由于设定的问题边界，图的最边缘区域在所有情况下都可达性最低。

对图7.8和7.11的加桑和墨尔本的案例进行比较很有意义，两者之间有很多有趣的比较点可供继续探索。通过分析上面两种类型的距离

测度方法可以发现，我们应该采用多种句法而不是仅仅其中一种，并理解与多种句法带来的多样指标和表面图相伴随的挑战。

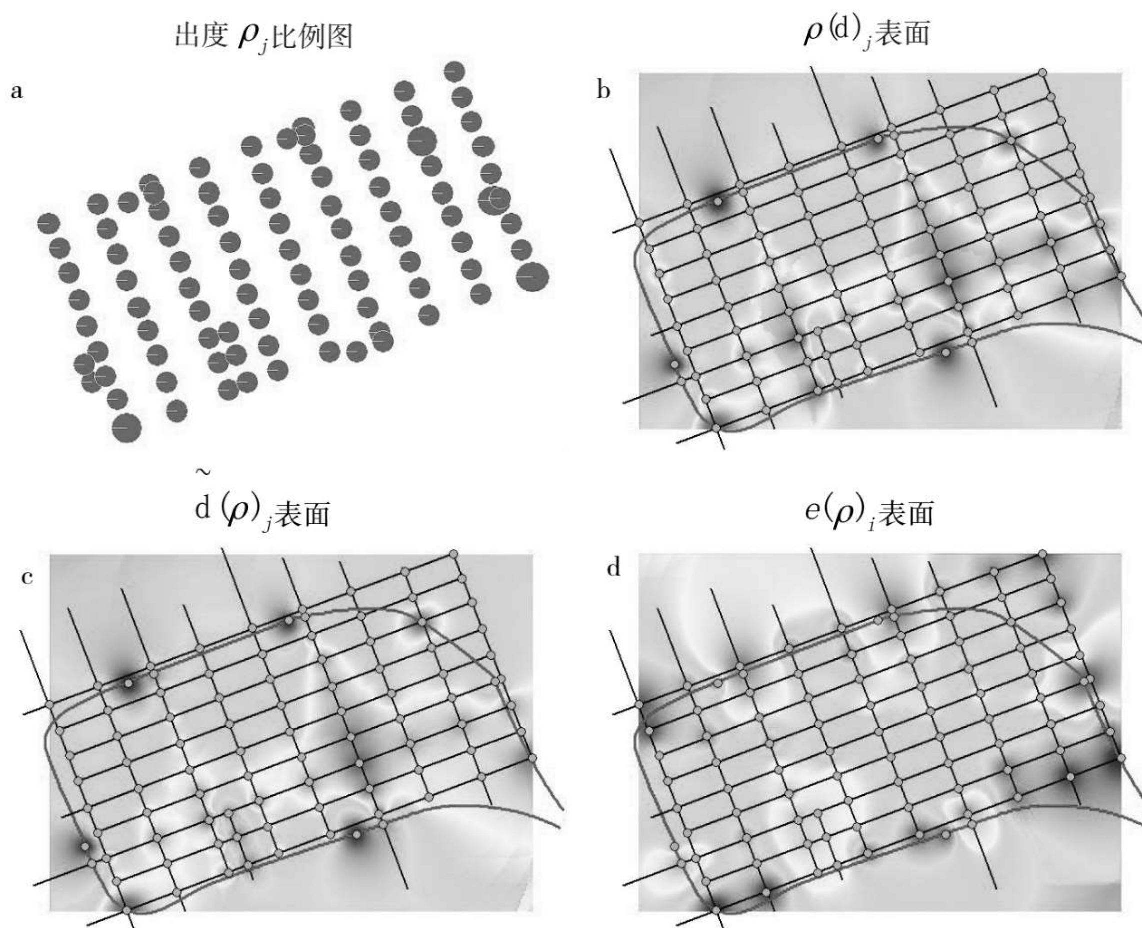


图7.11 基于（a）出度、（b）步长、（c）加权距离以及（d）欧几里得距离的点可达性表面图

空间句法和地理图之间的重大差别体现了两种类型问题中距离的本质和含义。在句法中，出发点是作为线的街道之间的拓扑关系，而在地理问题中的关系是对节点之间距离的物理测度。实际上，两种类型的问题是基于同样的街道系统的几何布局，但结果却令人困惑，这也使得空间句法自诞生以来就面临着意义和含义的争论。尽管我们已经在这里阐述了区别，空间句法并不是一种几何或物理距离，而只是关注空间中两个点和线之间是否存在关系。正如二部图中的邻接性（adjacency），原始或对偶拓扑图中的二部关系，或者从这些图中生

成的步长距离，邻近度（proximity）是探究城市空间句法结构的核心分析工具。

然而还有其他邻近度的测度方法，看起来似乎都比传统的步长距离有重大优势。针对空间系统，贝拉和克拉拉蒙特（Bera and Claramunt，2002）构造了一个精妙的邻接性概念，考察一条线或一个点是否与其他线或点相连接，建立连接起点集与邻接终点集，然后对二者之间的共同点求加权总和。我们可以采用多种方法来表达直接邻接度，比如我们之前在方程7.5中用过的：当$\ell_{ik}>0$时$Z_{ik}=1$，否则$Z_{ik}=0$。我们现在需要扩展这个定义以纳入对线和点的考虑，因此方程7.5变为：

$$Z(\ell)_{ik}=\begin{cases}1, & 当\ell_{ik}>0, i\neq k 时\\0, & 否则\end{cases},\quad Z(\rho)_{jl}=\begin{cases}1, & 当\rho_{jl}>0, j\neq l 时\\0, & 否则\end{cases}。\tag{7.31}$$

我们需要定义这些测度方法的出度（以及入度），因为这些决定了关联线和点的集合大小。从方程7.31可以得出：

$$Z(\ell)_i=\sum_k Z(\ell)_{ik},\ Z(\rho)_j=\sum_l Z(\rho)_{jl},\tag{7.32}$$

根据我们之前的研究，入度和出度在这里是对称的，$Z(\ell)_{ik}=Z(\ell)_{ki}$，$i=k$以及$Z(\rho)_{jl}=Z(\rho)_{lj}$，$j=l$。

新的测度方法可以将线（点的情况相同）定义为：

$$R(\ell)_{ik}=\alpha Z(\ell)_{ik}+(1-\alpha)\sum_{z\in\Omega_i}\frac{R(\ell)_{zk}}{Z(\ell)_i},\tag{7.33}$$

方程7.33右侧的两个部分都通过参数$0\leq\alpha\leq1$取权重。第一部分是方程7.31所定义的邻近指数，如果一个元素i到一个邻近元素k之间有连接，则赋值为1。第二部分是一个相对测度，对起点集Ωi的邻近要素数量与关联k的终点集的邻近要素数量进行比较。这有些像一阶集聚系数，类似于瓦茨（Watts，1999）在小世界图中定义的集聚概念。加权总和本质上将i和k之间的直接连接与i和k通过元素z的有中间连接数

量。如果i和k之间几乎没有共有连接，那么这个测度的影响将会降低，比如当权重都相等。当然，权重本身控制了直接和非直接邻近的强度。

线性方程7.33的系统对于邻近矩阵（比如强连通性）的特定最小约束有唯一解。我们通过迭代对这个系统进行求解。由于这里的问题所涉及的规模较小，如加桑有41条线和63个点，墨尔本中心区有25条线和119个点，求解的过程很快，每个案例中的对偶或原始问题都不超过20次迭代。该解有一个重要特征，相对邻近度的结果矩阵$[R(\ell)_{ik}]$和$[R(\rho)_{jl}]$并不对称，这揭示了一个事实，一个街道或交点集中从i到k与从k到i的可达性是不同的。然而其中没有涉及单向连接，因为本质上基本的邻近度图不包含方向。这意味着我们需要核查相关矩阵的出度和入度，对于线（以及随后的点）来说，它们可以表示为：

$$R(\ell)_i = \sum_k R(\ell)_{ik},\ R(\ell)_k = \sum_i R(\ell)_{ki},\ 且\ R(\ell)_i \neq R(\ell)_k, i = k。 \quad (7.34)$$

实际上，我们可能认为这些测度方法之间会很接近，因为方程中考虑的相邻集仅仅移动了一步。这要求我们提出能够度量超大步长情况下的高阶邻近度的方法。尽管贝拉和克拉拉蒙特（2002）没有在这个方向上继续拓展他们的方法，他们的研究展示了如何用多种变量对该种测度方法加权，这些变量反映了诸如距离、周边和区域等内容，并如我们在这里介绍的，提出了如何处理欧几里得距离信息。

我们以加桑和墨尔本中心区为案例介绍了这些邻近测度方法，并将它们与表7.1和7.2中的7种测度方法间的关联度，在表7.3a和7.3b中分别罗列出来。这里的比较呈现出与表7.1和7.2相同的结构，这两个案例中反映出在对偶和原始问题中，邻近测度方法与所有的传统测度方法有很强相关性，而与欧几里得测度方法则相关性很低。如同之前分析中与点分布的相关性，对于相对邻近度，两个案例中的出度指标的相关度都较低，因为点的出度几乎没有什么结构，反映出每个案例都接

近平面性。相对邻近的入度和出度的相关度很高。对此，一种更加图形化的表现方法是用表面图来描述这两个案例，图7.12（a至d）描述的是加桑案例中的线和点，而图7.13（a至d）展示的是墨尔本中心区案例的线和点。

表7.3 加桑和墨尔本中心区的9种测度指标的相关度

表 7.3a 加桑					
线到达	$R(\ell)_i$	$R(\ell)_k$	点到达	$R(\rho)_j$	$R(\rho)_l$
ℓ_i	**0.868**	**0.887**	ρ_j	0.165	0.222
$\tilde{\ell}_i$	**0.945**	**0.966**	$\tilde{\rho}_j$	**0.953**	**0.982**
$\ell(d)_i$	**0.862**	**0.852**	$\rho(d)_j$	**0.831**	**0.818**
$\hat{\ell}(d)_i$	**0.949**	**0.941**	$\hat{\rho}(d)_j$	**0.928**	**0.918**
$\tilde{d}(\ell)_i$	**0.938**	**0.952**	$\tilde{d}(\rho)_j$	**0.985**	**0.989**
$e(\ell)_i$	-0.175	-0.135	$e(\rho)_i$	-0.040	-0.005
$\hat{e}(\ell)_i$	-0.165	-0.123	$\hat{e}(\rho)_i$	-0.120	-0.091
$R(\ell)_i$	•	*0.983*	$R(\rho)_j$	•	*0.982*
$R(\ell)_k$	*0.983*	•	$R(\rho)_l$	*0.982*	•

表 7.3b 墨尔本中心区					
线到达	$R(\ell)_i$	$R(\ell)_k$	点到达	$R(\rho)_j$	$R(\rho)_l$
ℓ_i	**0.957**	**0.975**	ρ_j	0.067	0.089
$\tilde{\ell}_i$	**0.975**	**0.993**	$\tilde{\rho}_j$	**0.985**	**0.996**
$\ell(d)_i$	**0.946**	**0.953**	$\rho(d)_j$	**0.960**	**0.921**
$\hat{\ell}(d)_i$	**0.977**	**0.982**	$\hat{\rho}(d)_j$	**0.980**	**0.948**
$\tilde{d}(\ell)_i$	**0.976**	**0.992**	$\tilde{d}(\rho)_j$	**0.989**	**0.998**
$e(\ell)_i$	-0.087	-0.127	$e(\rho)_i$	-0.034	-0.050
$\hat{e}(\ell)_i$	0.112	0.085	$\hat{e}(\rho)_i$	-0.167	-0.173
$R(\ell)_i$	•	*0.987*	$R(\rho)_j$	•	*0.989*
$R(\ell)_k$	*0.987*	•	$R(\rho)_l$	*0.989*	•

图7.12和7.13体现了在这两个案例中相对邻近测度方法是几乎对称的，这种情况应该存在于表面基本被街道覆盖的系统中。根据事物邻近（比如普查地块的管理单元）的真实结构进行应用，对称性的缺乏

就更加重要，但是这些案例中并没有这种情况。实际上，邻近指标中体现了在加桑案例中，原始问题中线和对偶问题中节点的邻近度非常接近，除了北部轴线在原始问题中的重要性要强于对偶问题。墨尔本案例中，原始和对偶之间的一致性较低，基于线的原始问题表明邻近测度在中心区域的覆盖比起点在对偶问题中要大很多，其中南北轴线在可达性表面产生的条状带扰乱了覆盖。与欧几里得距离的测度不同，铁路站点的位置和由于它们远离视线而与街道系统相对不可达性，说明了在中心区域中这些点邻近度的相对缺乏。

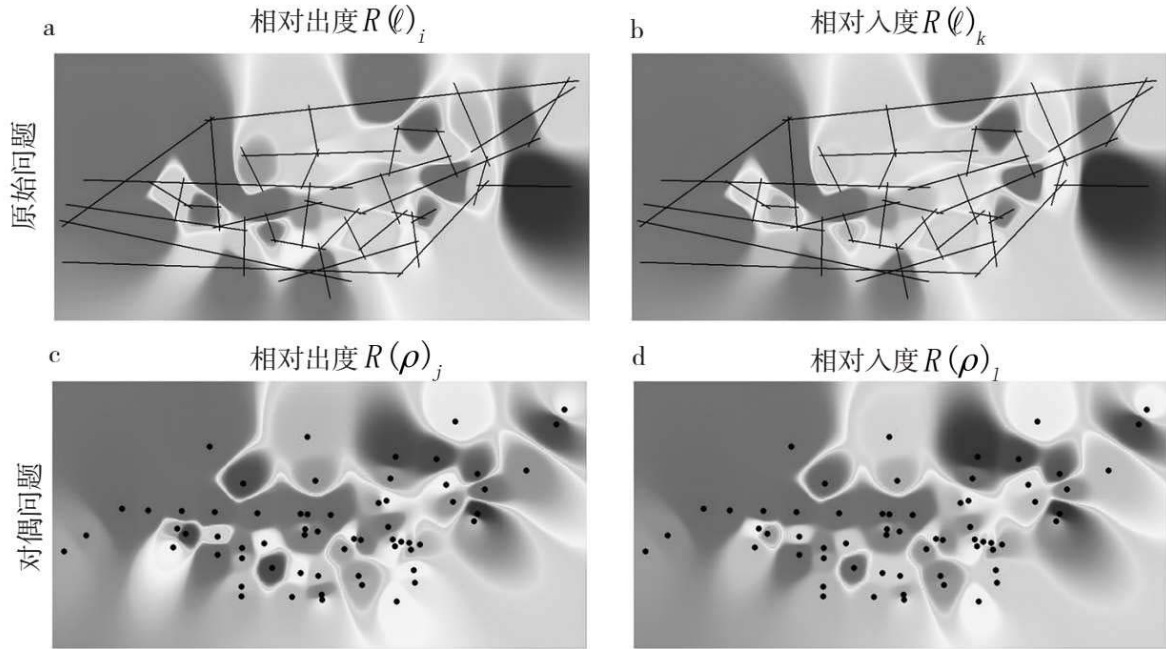


图7.12 加桑案例中原始和对偶纯粹句法分析的相对邻近

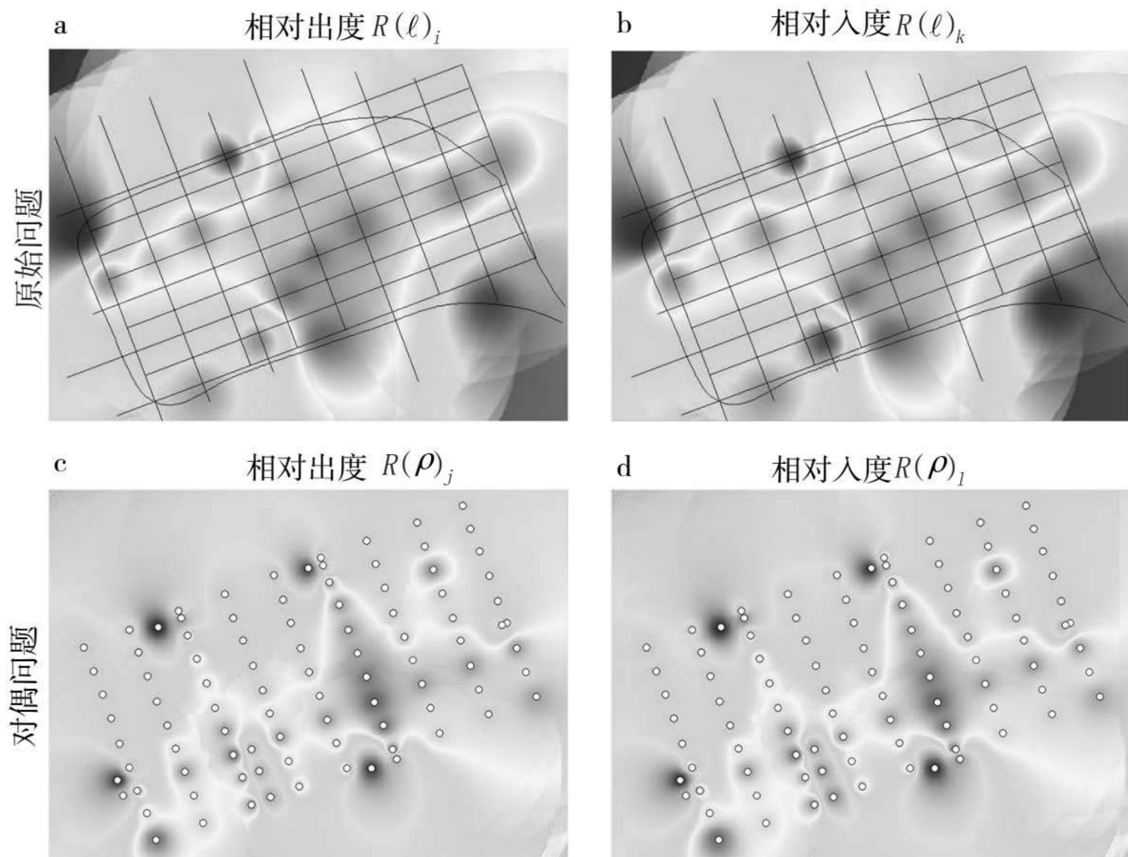


图7.13 墨尔本中心区原始和对偶分析的相对邻近

7.8 推进城市网络科学

最近的两章通过图形方式揭示了，基于轴线及其交点的可达性指标，与基于点和线之间物理距离的可达性指标相比，两者有很大差别。这两种类型的测度方法意味着两种不同的问题，但是两种问题仅仅是概念上的差异，因为它们都是基于相同的物理关系网络定义的：包含了轴线图的街道网络。实际上，我们已经将生成的网络限制为只有两组对象的关系系统，并且两组对象都属于空间网络。从二部关系中产生的原始和对偶问题的图，总是以不同方式嵌入欧几里得空间，但是这种方法真正的用武之地是在开始的二部关系中，可以只有一组

对象是明确的空间对象，而另一组是社会性的。或者，从某种类型的网络转换成另一种的过程中会产生二部关系间的联系。这是我们将在本书第三篇中采用的方法，我们将空间作为背景，提出一些用网络来影响设计和规划等思想的方法，并最终构建二维和三维空间。总之，迄今我们所展示的空间网络中的不同距离概念，可以用于发现不同类型网络空间的耦合方式，但是这些不同的概念意味着不同的观点。我们之前也阐述过，将它们关联起来是一个很大的挑战，但从构建和生成不同类型的城市网络的角度来说，这只是冰山一角。确实，对于耦合网络的研究代表了目前网络科学的研究前沿，在将不同内容和目标的网络联系起来的难题中往往涉及了不同传输媒介，也是一个重大挑战（Buldyrev et al.，2010）。

案例中我们涉及的是纯粹空间句法问题，轴线仅依据视线来定义并用于阐释物理距离。我们有两个基本上可分离的问题，有能力对基于视线的可达性与基于物理距离的可达性进行比较。我们使用这些工具希望处理和解决的部分问题包括，这些可达性之间如何相互作用并产生在城市中出现的形态，所以我们试图理解我们周边的城市形态（Hillier，1994）。因此就面临这些问题：我们应该选择哪种方式来定义可达性，从而符合城市发展的实际情况？还是需要对几种方式进行组合来达到这个目标？我们将在第9章中再次讨论这些问题，将这门科学与传统模型、集聚空间互动模型以及行为模型联系起来。

混合句法问题更为复杂。在这种情况下无法将物理和拓扑可达性分离观察。街道网络可以是建立在视线基础上的，但网络中总有一部分是没有视线的，而物理可达性这时是最重要的。当实际线路所决定的可达性是混合的，我们需要比较不同的步长可达性和物理距离可达性。解决的答案很可能存在于识别不同类型的街道网络中，并以此为方向调整分析过程。不过，整合每个问题中的不同测度方法的任务依然存在。这又带来另一个挑战，即弄清楚对于原始和对偶问题的可达性测度方法来说，是否可以在某种程度上将欧几里得空间与视线、步

长距离区分开来。然而，还有一个问题是在线和点之间相互关联或混合时，如何生成不同的测度方法并使用它们。

我们似乎有点偏题到了邻近度的测量上，它与基于步长的传统空间句法距离高度相关，增强了测度邻接的需求而非测度几何，这表明这两章中的内容只是一个开始，对复杂网络中的距离下结论为时尚早。因此，从一开始讨论原始的对偶、线和点的一致性，转变为讨论拓扑、欧几里得、邻近距离以及它们在系统中的混合，这样的系统中很清楚有拓扑和物理距离，但是可能反映了不同的目的。正是这些不同目的影响了城市形态，所以还需要在未来对这些距离和可达性进行进一步比较。我们将这些问题留作开放讨论，接下来将回到区位，并同时检验城市形态和结构，它们的网络特性总是比较浅显。下一章，我们的重点是围绕树状分形结构的简化网络概念建立形态学，这将给我们的科学万花筒增添另一个新视角。

第8章

分形生长与形态

> 我们对生长这一复杂现象的认识还十分有限，因而要就此提出设想和建议未免显得有点草率。
>
> ——达西·温特沃斯·汤普森（D'Arcy Wentworth Thompson）
>
> 《生长与形态》（1917，第282页）

距达西·温特沃斯·汤普森发表他关于形态科学的开创性著作已近100年了，虽然这是本生物学著作，但是它对于社会世界如何应对同样的挑战也有深远的借鉴意义。达西对自己当时的理解始终保持缄默，反而显现出了他的先见之明，因为我们花了整整一个世纪的时间才建构起一套城市理论来解释城市的演化和发展机制。在上半个世纪中，研究者由关注系统平衡慢慢地转而关注总体动态性，近年来又开始关注自下而上的动态生长与变化（Batty，2005）。目前我们认识中的城市已经不再是静态平衡的了，而是动态变化的，其体系可骤然变化，带来出乎意料的结果。这些过程是非常复杂的，因为它们之间会交互影响从而产生令人意外的效果。这些过程也有次序，正如第1章中提及的，在这里我们将之视为生长的标志。但是由于在大部分研究中城市还是被看成是处于平衡状态的，所以我们在城市形态变化方面的认识还十分有限。我们在前两章中关注的完全是城市的平衡性质，而且目前为止我们在本书中涉及的动态变化大多与日常变化有关，例如日常出行，而没有涉及更长期的变化。在这章中，我们将对此进行调整，从长期演化的视角来看城市发展，同时我们也会确保将到目前为止所介绍的复杂性特征与城市生长过程联系到一起。

虽然迄今为止，我们还没有探讨到城市网络或者空间的动态性，但是在之前的章节中我们已经涉及许多复杂性理论中的关键概念。在前几章中，我们不厌其烦地强调模块性、自相似性、循环性和等级体系这些概念，因为我们认为这些概念对于理解城市形态和结构是如何组织的非常关键。的确，那些演化相对平稳的系统的一大特征就是它们是以模块为单位发展变化的，它们的每个组成部分都在规模和复杂性上慢慢演化，逐渐调整接近于与它们最相似的其他组成部分。亚历山大（2003）曾提出这样的观点，他认为复杂系统的演化过程是一种结构保存性转换过程。在他看来，这些转换会带来本地化改造，使每个组成部分在位形上逐渐趋同，从而影响到每个系统。他写道："一个复杂系统如何找到良好的位形？从理论上讲，我们也许会说，系统在位形空间里的路径几经调整最终总会找到适应良好的位形。但是问题的关键就在于如何找到这个路径：这个路径应该是什么样的才能实现良好的适应？"他对于这个问题所给出的解答与达西一个世纪前给出的解答一样，都是开放的。他继续说道："虽然关于这个问题一些研究者给出了几个初步的答案，但是至今还没有令人满意的答案。这或许就是我们这个时代的科学问题。"（第19页）

帕特里克·格迪斯（Geddes，1915/1949）在其《进化中的城市》里首次提出了这样的观点，即小小的变化会引起巨大的影响。的确，他称之为"保守外科"的变化就是城市发展的方式。事实上，在20世纪的大部分时间里，城市规划都是通过大规模的改动实现的，虽然60年代早期的研究者如克里斯托佛·亚历山大（1964）和简·雅各布斯（1961）等都继承了格迪斯的衣钵。他们的观点与汤普森（Thompson，1971）的观点完全一致，并且渐渐地使我们意识到在干预复杂系统时需要格外谨慎。也就是说，我们的规划是在"自酿恶果"，因为及时适时地根据当地环境做出微调会比20世纪大部分时期大规模的自上而下的城市规划成功率来得高。这也是达尔文关于生物系统所要传达的信息，也就是：物种进化必然会经历一个自然选择的过程，在这个缓慢推进的过程中，适应力最强的个体会被保留下来，剩下的就会被淘汰掉。这

一观点在解释城市等非生物组织的生长动态方面越来越受到推崇。在所有尺度上，等级的出现都是形成复杂体系的标志。并且，随着数字化计算能力的发展，现在我们已经可以模拟出这样的演化过程了，根据这样的模拟，我们可以对比不同的规划设计，从而在一系列规划设计中选出满意的那一个。

如果我们能够说明通过模拟可以得出理想的城市规划设计方案，那么我们就可以提供一种相较于之前提及的方法更为谨慎、更少干扰的方式来治理我们的环境。城市规划中，通过微小的变化来巧妙地改变城市形态往往比大规模宏伟的规划更能够成功地营造一个宜居且可持续的环境，这一思想应该归功于达尔文的理念（Hamdi，2004）。为了进一步说明这种新的规划方式，我们将通过类比，运用隐喻来说明城市是如何形成的，并再次阐明模块性、等级、自相似性以及物理形态和职能形态上的城市规模等概念，从而说明基本的职能是如何演化出等级程度不同的模式。城市在发展过程中会以不同的方式、不同的密度填充空间，扩大范围，并通过不同的模式带来人口和物质财富的增长，从而使其组成部分得以发挥其功能。我们将给出一个简单的扩散模型，并将其一般化来说明城市形态和结构是如何形成的。我们也会提到历史上城市规划的例子，来说明我们应该根据有机增长的机制来进行规划而不是背道而行，与有机增长的机制背道而行也是20世纪城市规划中一贯的做法。

在这一章中，我们不会给出亚历山大问题的答案，但是我们会假定在几何形态上引起明显变化的局部调整深刻地影响了城市演化发展的方式。我们也会引入分形几何（fractal geometry），即等级及自相似性的几何表现形式，这与我们之前关于规模和比例尺度的观点是完全一致的，但是在这里我们会特别介绍导致在不同比例尺度上产生自相似形态的生成机制，这种机制从某种程度上会带来动态增长。需要特别指出的是，我们会通过元胞自动机（cellular automata）来检验这些观点，这种模型如今已经成了发展研究中备受推崇的一种研究工具，在这一模型中，城市被视为可以改变现状的细胞分格，通过局部

改造就可以产生类似于低层过程的更高等级的模式。迄今为止，除了简单说明人口规模如何演化之外，在本书中我们还没有介绍过生成过程的模型，但是在这一章中，我们将介绍一些深层的机制，在实证研究中我们用于解释城市发展的模型就是基于这些机制的。在下一章中，我们将介绍一些更为传统的横截面模型，并在具体案例中说明这种模型的应用。在这一章节中，我们会通过系统模型的思想来阐述，而不会一一列举网络描述，这也是我们这一章的出发点。我们出于实用主义的思想选择通过系统模型来描述，但是也希望读者能够将这些工具推而广之，应用到更广泛的领域中。总而言之，我们的方法就是类比和隐喻。

8.1 模块性、层级性与自相似性

模块化架构不仅仅是一个能够保证系统所有组成部分有效并持续结合在一起的功能过程，也是一个能够促使系统有效运转的操作过程。例如，关系到城市经济运行的不同职能取决于人口是否能够达到一定数量，并且职能越是具体，需要维持的人口数量就越多。简而言之，越是细分的职能越需要获得规模经济，以便不同职能模块的规模和间隔可以在不同等级层次形成常规模式。这些职能模块继而会被复制，并根据其规模进行改变。

我们可以通过简单的几何来说明如何测量一个物理模块，并产生一个在所有尺度上都相似的分形。想象一下，为了在一条中间有障碍物的直道沿途设置栅栏，我们现在需要扩大空间。如果我们将这条道分成同样长度的三段，取其中两段，如图8.1a增加两段顶端相互接触的栅栏从而形成一个等边三角形，我们就可以绕开障碍物。但是，这就明显地将直线L的长度增加了一个单位（其原来的长度为三个单位），所以栅栏的新长度就变成了（4/3）L。如果我们继续将每一段细分成三段，重新安排中间一段的位置形成同样的等边三角形，我们

就会进一步增加栅栏的长度，但是增加的幅度比原来要小。如果细分后的四段每段都再细分，那么栅栏长度就会在原来增加了4/3的基础上又增加4/3，也就是说新的栅栏长度就会变成（4/3）（4/3）L。我们可以不断在越来越小的尺度上继续细分，这样在第n层次栅栏的长度就会变成（4/3）^{n}L。

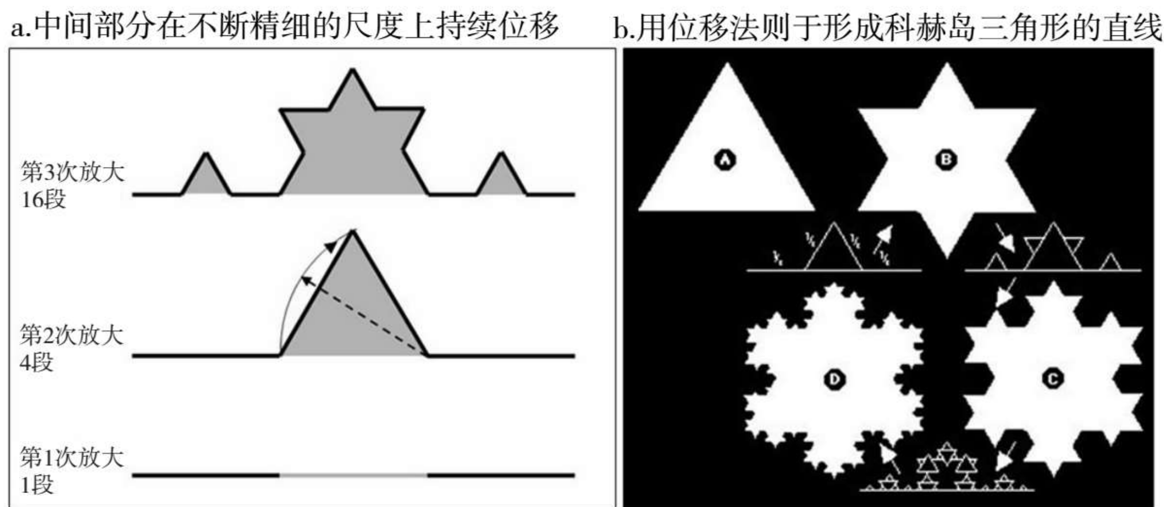


图8.1 构建空间填充曲线：科赫雪花曲线

我们现在将最初的栅栏定义为直线L（1），那么直线L（n）的长度就可以定义为

$$L(n) = \phi^{n} L(1), \tag{8.1}$$

其中ϕ是复合标度比，在这个案例中为4/3。显然，我们可以改变这个比例。当这个比例达到2时，就意味着这条线充满了整个二维平面。这种架构就是在不同尺度上循环应用同一法则，然后产生一个自相似的模式，在这个案例中，自相似的模式就是每个尺度上都会出现一个三角形，这从某种程度上说就是这整个架构的标志。这个自下而上的结构产生了一种分形图形，即一种常规几何图形，其中包括了间断的，有时从统计学角度看并不规则的组成部分，这些部分在不同尺度上被重复，反映了一个被不断迭代的相同过程。这种模式内在包含一个等级体系，这一等级体系可以被抽象成如图8.2所示的树状图。

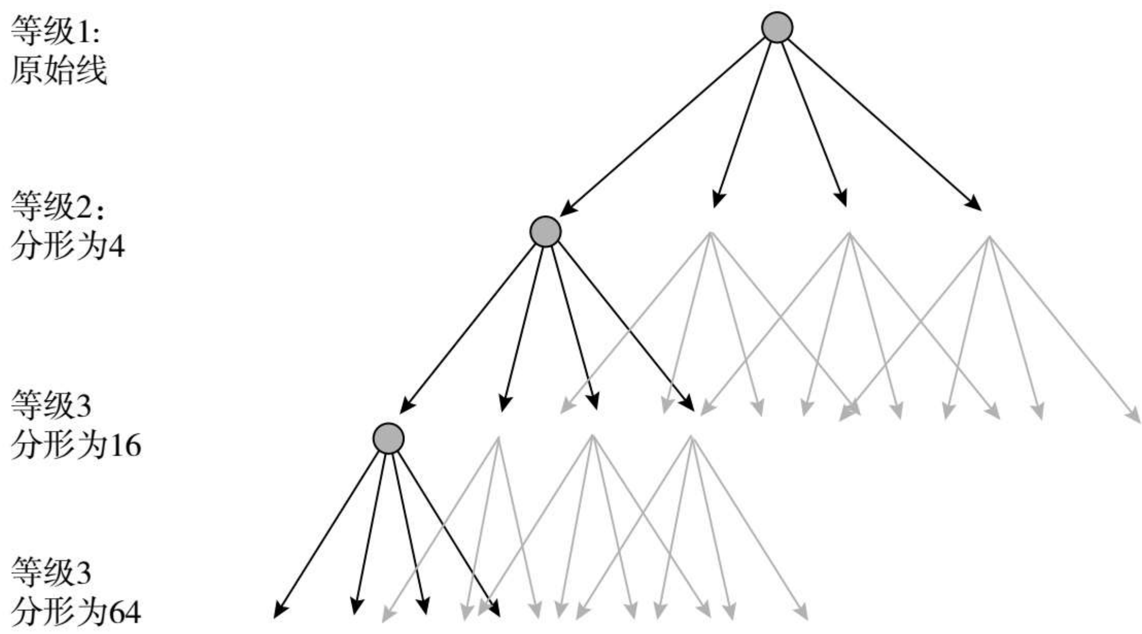


图8.2构建分形图形时构成部分的等级层次

我们以上说明的这个迭代过程会产生很多奇怪的结果。首先，如果这种不断增加类似结构的过程无限循环下去，那么这条直线的长度就会变得无限长，但是很明显，由此产生的形状所包围住的区域，无论是在图8.1a的科赫曲线中还是在图8.1b的科赫岛（也称为科赫雪花）中，其面积都是一个固定的值。其次，如果这条直线变得越来越曲折，那么这条欧几里得维数为1的直线看起来就似乎有了平面的维数2。空间填充的理念可以被归纳在分形维度的思想里。阐释这一点的最好方法就是通过以下方程计算新直线N的数量：

$$N = K\varepsilon^{-D}, \tag{8.2}$$

其中K为比例常数，可确保比例与背景相符，ε为比例因子，可按比例增加现有直线数量至下一次迭代，D为分形维数。事实上，对于图8.1中的定率分形，每次迭代比例都是固定的。

显然，在任何一个尺度上，分形维数都可以通过以下方程计算得出：

$$D = \frac{\log N - \log K}{\log \varepsilon}。 \tag{8.3}$$

如果我们假设K是一个统一的常数，那么我们就可以计算出一系列图形的分形维数，由此我们就可以得知代入比例因子ε得出的N为多少。在科赫曲线中，N=4且ε=1/3，因而D=log4/log3=1.2619。很容易看出，如果直线增加的速度小于比例因子，那么其维数就会保持为1，这也是直线的欧几里得空间维数，但是如果其速度为因子的两倍，也就是N=4且ε=1/2，那么维数就会等于2，这就是一条真正充满空间的曲线。如果我们在不同的尺度ε_k上，也就是在不同比例因子的情况下，有一系列数量为N_k且实证测量过的线段，那么我们就可以根据最小二乘法通过方程8.2计算出分形维数，如下

$$\log f(P_i(T)) = \log K - \alpha \log P_i(T), \quad (4.6)$$

图8.1a中的科赫曲线维数大约为1.26，而比这更曲折的曲线如峡湾海岸线，其维数大约为1.7。相对和缓的曲线，如澳大利亚南部的海岸线，其分形维数大约为1.1。事实上，分形概念的提出者，本华·曼德博（Benoit Mandelbrot）于1967年在《科学》杂志上发表了一篇著名的论文，题目为“英国的海岸线有多长？统计自相似性和分形维数”。简而言之，那些在某种程度上不规则，并表现出自相似性的形体就是分形，它们的维数介于它们本身的维数和它们试图填充的空间的维数之间。在城市中，通过特定形式的发展来填充二维平面，不论是开辟地块还是设立街道，也不论是以何种密度填充，其分形维数都在1到2之间。因此，这个维数，作为分形图形的维数，也成了城市形态的特征。如今，人们越来越倾向于将城市视为建筑师杰作所产生的分形（Batty，1985），并且这种观点在不同语境中，不同尺度范围里不断被重复阐述（Batty and Longley，1994;Frankhauser，1994;Salingaros，2005;Salat，2011）。

然而，从字面意义上看，有一种形态更适合称为分形，这种形态就是由一个形体或者一系列相互关联的形体所形成的图形，这种图形往往是树状的或者是树突状的。如果我们想要将能源从某个中心源运输到许多距离较远的地点，那么建立一个距离中心源越近，存储能力

越大的基础设施就越有效率。我们可以非常轻松地用图形来表示这点，因为如果在这16个点周边设置一圈衔接点，而不是让这16个点中每个点都直接与中心源建立连接，那么我们就能够更有效率地将这些连接线集中起来从而最小化中心源与各点之间的距离。在图8.3a中，假设每条连接线的长度为单位1，则连接这些地点（“填充空间”）所需要的连接线的总长度为16个单位，相比之下，如果将这些路线如图8.3b所示集中为两条，然后是四条、八条，则所需的运输路线总长大约为图8.3a中路线总长的二分之一到四分之三，具体为多少取决于具体布局。越靠近中心源的运输路线，运载量越大，因而花费的建造成本也越大。然而，这也说明了很重要的一点：为了节约资源（几乎每个案例都会有这样的考虑），我们必须有效地填充空间。图8.3中的树状结构为分形，图8.3b直接反映了自相似性，也反映了一个在空间上铺展开来的等级结构的建造模式。这与我们第3章中谈及的很多网络是相关的，尤其是交通网络的异速生长，以及我们上一章中探讨的分形网络。

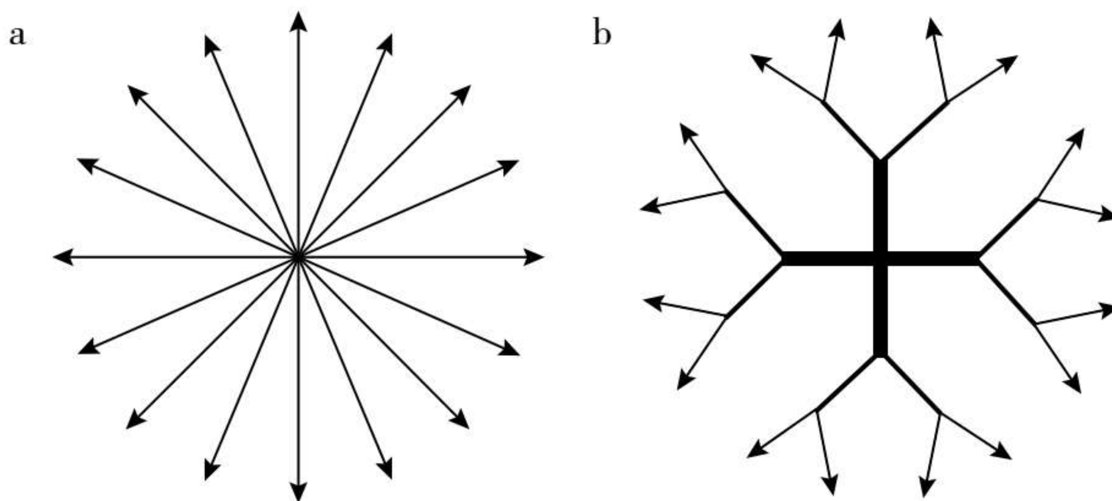


图8.3 等级结构：从中心源输送

注：a.每条运输路线都是独立的；b.将运输路线重新安排形成一个更为有效的结构。

不管是在自然界还是在人类设计建造的体系中，都有许多这种等级结构的例子。如图8.4a中肺系统原理图所示，血液、氧气、电波信

号等通过动脉、血管、肺和神经等树状网络被传送到身体的各个部位。如图8.4b所示，植物向上从空气中获取氧气，向下从土壤中获取其他养分。图8.4c更贴近我们的关注点，也反映了我们上文提及的路径系统。图8.4c显示的是一个英格兰小镇伍尔弗汉普顿的街道系统（2001年人口大约为300 000人）。显然，传统的街道系统正在变得越来越有序，其中市镇中心的环形公路是自上而下规划好的，也证明了我们上文提及的观点，城市形态往往是由不同尺度范围内的决策意见所塑造的。图8.4d为建筑公司棕榈岛集团在迪拜海岸外建造的一系列棕榈岛之一。这个例子很好地说明了在填海造陆时节约资源的必要性，在这个案例中，交通和能源输送是主要的障碍。

这些案例补充说明了第3章中介绍的网络，但是在这里我们强调的是这些网络的演化和生长动态，这些网络大部分都是自下而上建立的，只有一小部分是自上而下规划建立的。在城市发展的过程中，不论在哪个时间点上，我们都很难得知城市将来可能形成的社会行为，价值观念，技术水b平和社会规范。所以，城市发展的方式往往反映了其发展时主导的理念，彼时的效率和公平状态。为了说明我们如何根据这一过程建模，我们可以抽象概括出两种主要驱动力，一种是任一个人、开发商或者消费者对空间的需求，与之相对的是想要离“城市”尽可能近以实现规模经济的需求。这是一个简单的模型，在第1章中我们也提到了。这个模型反映了我们至今所提及的所有概念，现在我们将进一步把这个模型发展成一个模拟模型。

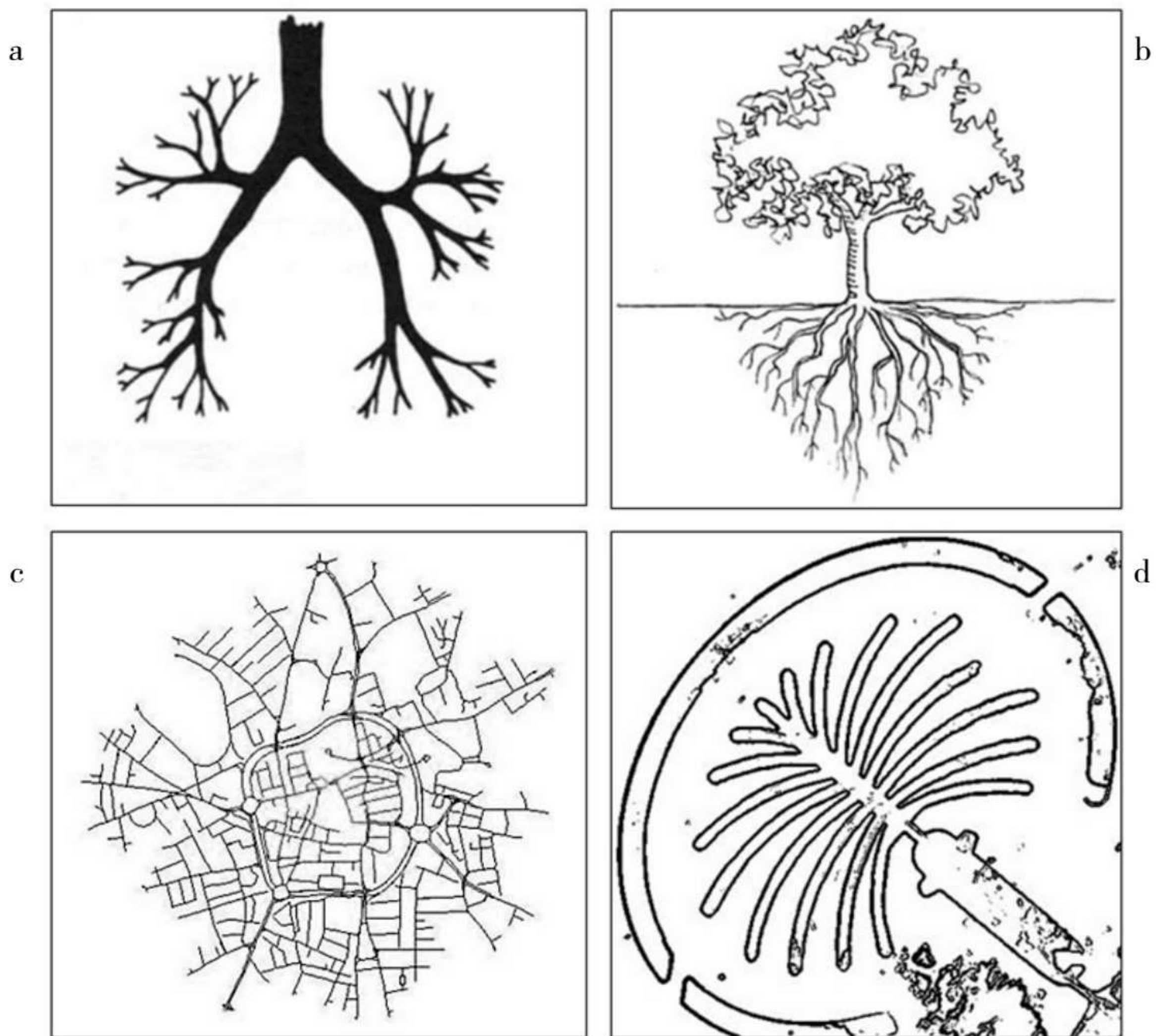


图8.4 空间填充等级体系

注：a.人类肺系统原理图；b.树内部运输系统原理图，上方为空气，下方为土壤；c.英格兰小镇伍尔弗汉普顿的街道网络；d.棘手媒介上的空间填充：棕榈岛集团在迪拜建造的棕榈岛。

8.2 模拟空间填充生长

我们的模型基于两个关键的驱动力。首先，城市的存在促进了劳动分工和规模经济（或者所谓的集聚经济）的产生。这一点我们在之前的章节中探讨过，并援引了阿尔弗雷德·马歇尔（1890）的观点。

100多年前，阿尔弗雷德·马歇尔说：“相邻城镇间，从事同一种行业的人们从彼此身上获得的利处是相当可观的。对他们来说，相互之间就不再存在行业秘密。”（引自Glaeser，1996）我们的第一条原则就是：城市存在的前提是，个人与个人之间必须相互联系且在空间距离上相互接近。这就意味着城市的新进入者必须在空间距离上与城市的原住民相接近。但是，同时，每个人都会尽可能地扩展自己的个人空间，也就是说他们会希望与他人的空间距离尽可能地大一些同时又要确保自己仍然居住在城市范围内。这可能会带来人口密度的降低，但在曼哈顿地区，通过建造高耸入云的摩天大楼，人们也可以做到这一点。另外，在不同的国家和地区，人们也有越来越多创新的方法来实现这一目标。即便人们的方式可能存在很大的区别，在这里我们仍然把第二条原则理解为：人们希望居住在现有城市的边缘地带而不是中心地区。我们也注意到我们事实上无须强调空间邻接性，因为不需要空间邻接性，城市也可以建立起一个联系网络。但是为了更好地展现这一点，我们假设城市联系网络的形成需要建立在距离相近、空间相邻的基础上。

由此，我们就可以建立我们的模型。想象一下，一个商人决定寻找一块居住地，他往往会选择在一条贸易通道和一条河流的交界处落脚，因为那里土地平坦，土壤肥沃。很多城市都是这样发展而来的，由于自身相对的自然优势而被人们选中成为定居地。现在想象一下，另外一个人正在寻找一块永久居住地，他来到了这个孤独的商人的居住地附近。如果这个人偶然到了这位商人的居住地附近，他可能会决定在此定居下来，虽然在广阔的腹地可能还有许多商人没有来到这块居住地，也没有找到这个急需的定居点。然而，有一定比例的人有可能找到这块居住地，然后随着时间的推移，随着这里的商人数量越来越多，这块居住地就会发展起来。随着这块居住地的发展，它被发现的可能性也会越来越大，因为它占有的空间会越来越大。就这样，通过这些简单的原则，我们就可以展现城市发展的形态。图8.5a就是这一选址过程的示意图。定居点位于圆心位置，由黑色实心点标出，在

定居点外围一圈是居住人口。黑色实心点就是最初商人居住的地点，其他个人由灰色实心点标出，他们随机游走开始寻找定居点。在每个阶段，他们都会对随机游走的方向做出决定，到底是向上向下还是向左向右。他们就是以这样的方式在这个平面上随机游走。如果他们移动到了黑色实心点周围的单元，就会停下随机游走，定居在这个单元上，这时他们的标识就会由灰色实心点变为黑色实心点，这意味着他们的位置现在固定下来了，不再变动了。第一个停下随机游走的点就是在最初的黑色实心点边上的黑点。这几乎就是选址过程的全貌了。我们看到了最终的形式，所以我们知道最后会发生什么，但是如果我们之前并不知道最终的结果是什么，那么很多人就会猜想，结果一定不会是一个树状结构，而会是一个不断扩大的块状结构。

我们把这一过程在图8.5b中展现出来。在第二个商人在已知黑色实心点附近定居后，另一个商人发现这一块定居地而不是另外的定居地的概率只上升了一点点。随着时间的推移，聚落生长锥的线性边缘模式开始突显，渐渐地，其他商人就不可能再进入聚落的内部，他们更可能聚集在聚落的外围，这样，聚落的范围就会不断扩大。这种扩张要想形成一个高密集度的块状结构，其欧几里得维数必然要接近于2，但事实上根据很多领域实证调查得出的数据来看，这一结构的分形维数在1到2之间，大约为1.7（Batty and Longley，1994）。这个结构，同其他任何枝晶结构一样，都是分形，从它的形态上可以很容易地看出其自相似性。我们只要将任何一个分支独立截取下来，就会发现这个分支反映了整个结构的形态，正如我们可以从一片树叶看出一棵树或者一株植物的整个结构一样。如果我们增加随机游走经过的网格的清晰度，如图8.5c所示，我们就会得到越来越精细的树状结构，从中可以很明显地看出分形结构。

这种形态是通过扩散限制聚集模型（DLA）产生的，在物理学中这一模型被广泛地应用于产生晶体状结构和研究物质之间的相互渗透，例如研究油如何扩散到水中（Stanley and Ostrowsky，1985）。如

果将浓缩的肥皂液倒入洗澡水中，也可以看到类似的模式，使人联想起迪拜的棕榈岛度假胜地是如何被“逼进”海里的。

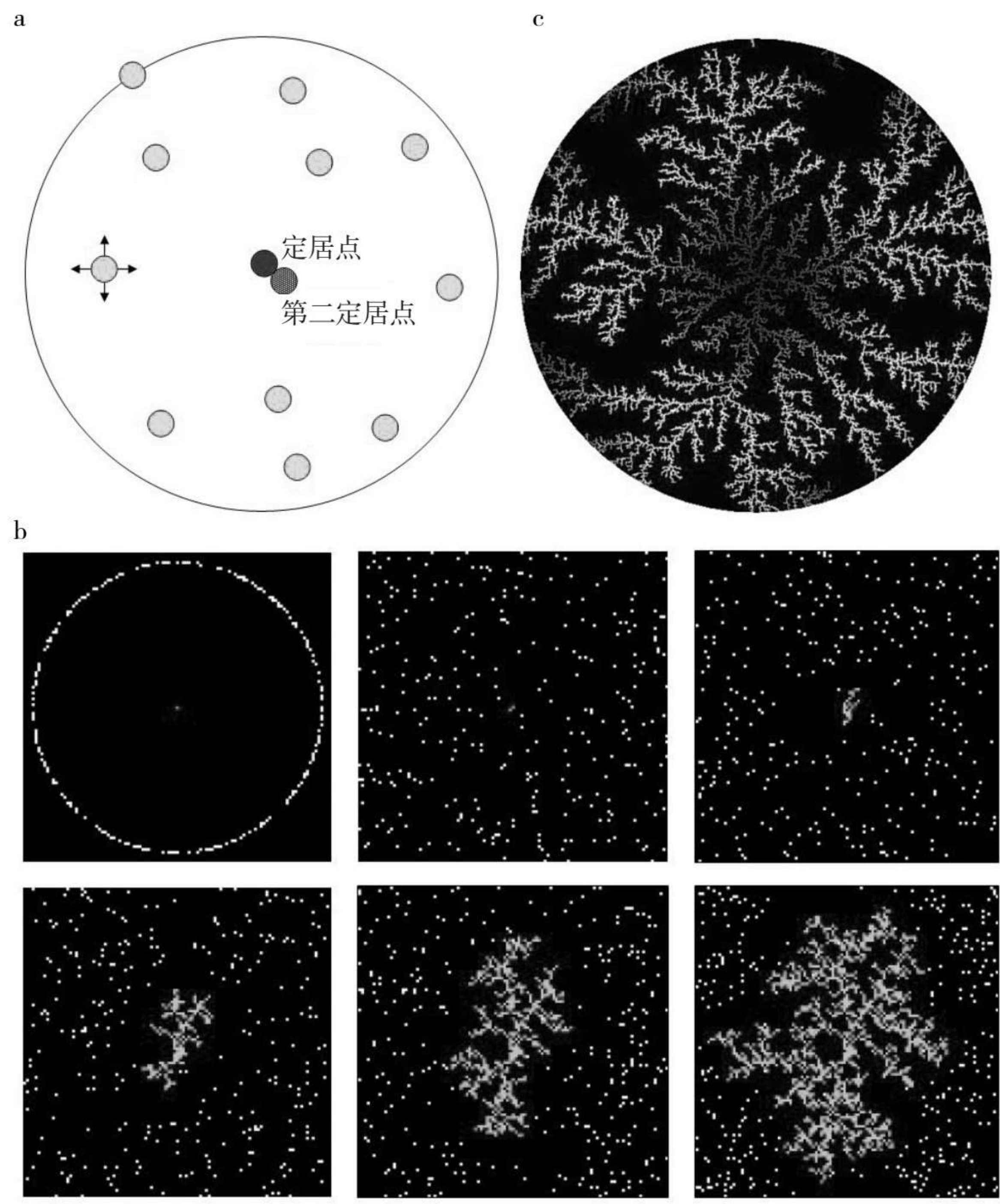


图8.5 通过扩散限制聚集模型产生的聚集城市生长

一般来说，一个高密度的物质在融入低密度物质中时，都会形成这样的模式。当然，一个模型也就是在其假设的范围内站得住脚，但是我们也可以对DLA模型进行调整，从而产生许多不同的形状，其中有一些甚至与我们在真实的城市中看到的存在惊人的相似之处。比如说，如果我们放宽标准，不再限制在此定居的个人必须居住在已经确定的空间范围内，那么我们就可以调整DLA模型从而产生一个更为稀疏的结构。另外，我们还可以设置一个距离阈值，或者我们可以强调一个定居点必须至少有两个人定居。这样，我们就可以改变密度，从而产生一个受到严格控制的结构或者一个定居限制很宽松的致密线性结构。扩散限制聚集模型的这些延伸在其他作者的著作中都有探讨过（Batty，2005）。

这些生长机制导致了空间填充模式的产生，这些模式往往是线性的而不是紧致的块状结构，并且空间是被网状组成部分填充的。从某种程度上说，这与生物体内部能量输送是相似的，生物体的新陈代谢遵循不同的异速生长比例定律，比如我们在第1章和第3章中介绍的那些定律（West、Brown and Enquist，1997）。在那些章节中，我们说明了单一中心的城市如何缩短交通距离，这些城市依靠集中于城市中心的树状网络结构来输送能量，并且我们假设在单一中心城市中，每个人都在向城市中心聚集。这与DLA模型是完全一致的，因为DLA模型就是在一个中心点周围生成一些活动。如果我们放宽这个模型的标准，加入若干个中心，甚至在没有覆盖到的地区设置一些中心，那么我们就可以建立起一个保有网络特征的多中心结构。同样，我们也可以放宽异速生长网络模型的标准，正如第3章中指出的，继萨马涅戈和摩西（Samaniego and Moses，2008）之后，比例关系开始产生统一的改变。实质上，我们的讨论所要说明的是，相对鲁棒且简单的城市选址模型更有可能产生网络结构，而不是密集的群聚结构，产生群聚结构只能说是个例外，而不是一般的规律，因为对这些模型来说，相互之间的联系对活动的选址来说是十分关键的。简而言之，产生那些城

市分形结构的当代选址结构实质上是在重复那些构成城市主要框架的网络结构。

8.3 真实城市与复杂模式

城市依靠象征能源运输线的树枝结构发展起来，并通过这些枝状结构将能源输送到遥远的地区，关于城市发展过程中不同尺度上的树状结构，我们有很多的例子。从图8.4c我们就可以窥见一斑，图8.4c反映了伍尔弗汉普顿的街道网络结构，但是城市并不是纯粹的树枝状结构。出于不同的交通需要，不论是需要不同网络结构的不同模式，还是决定人们贸易和沟通方式的社会和电子网络，不同的网络结构在城市里相互叠加。第1章的图1.4以及第3章的图3.10，展示了伦敦交通网络的不同地图，这些交通网根据不同的交通量和相对距离构建起一个路线等级和模式，这些等级和模式反过来又与用于运送人口和物质的能源紧密相关。在图8.6中，我们给出了伦敦地区街道交通网络地图。根据输送能源的不同，这些街道由不同的颜色来表示，我们主要通过街道交通量来区分不同能源，不同的街道交通量由不同的颜色指示，由此我们也可以看出街道运输能力、拥挤状况或者饱和度。这也与可及性模式紧密相连，因为这一模式反映了地区之间的相近程度。

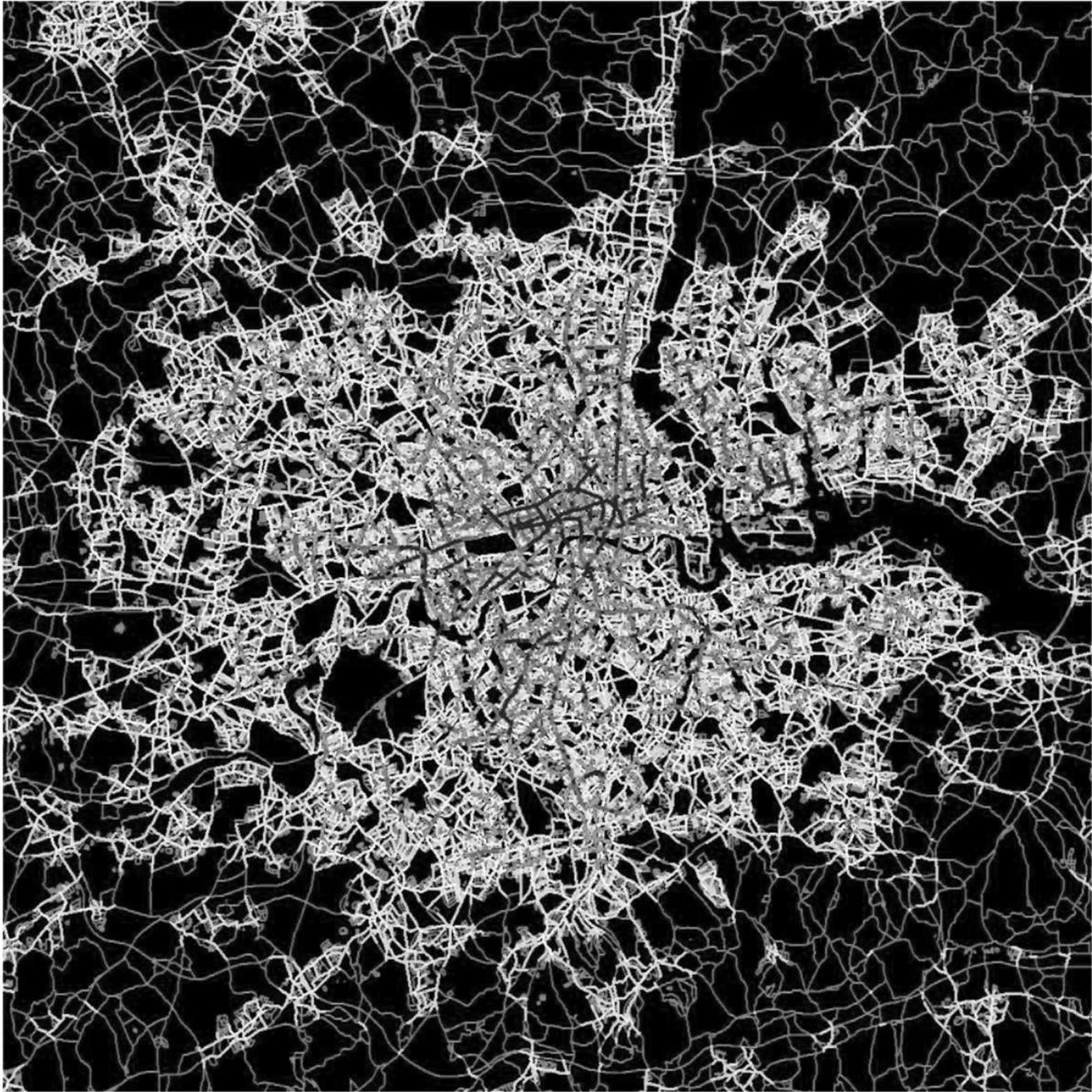


图8.6 大伦敦地区地面街道有机演化网络结构图

正如我们在前两章中指出的，街道网络是阐释城市如何自下而上发展的绝佳案例，因为它们构成了城市里其他一切事物赖以运行的基本结构。我们可以从城市的发展过程中看出，交通和土地利用是紧密相连的。的确，在20世纪30年代，随着城市扩张在英国的快速发展，“带状”发展成为与交通发展相关的土地利用模式，当时的土地利用主题就是要控制城市的迅速扩张。我们还可以在很多城市发展的模

式中看到交通与土地利用之间的关系。图8.7展示了美国东部城市马里兰州的巴尔的摩在过去两百年内的城市发展，从图8.7我们可以明显地看出城市如何沿着辐射状的交通线路发展起来，尤其是在19世纪末20世纪初，有轨电车、公共汽车和铁路系统迅速发展的时期（Acevedo、Foresman and Buchanan，1997）。随着城市变得多中心化，城市各部分越来越各司其职，新的中央商务区，如“边缘城市”也继而建立起来，因而这些沿交通路线发展的模式也渐渐瓦解了，但是至今这些模式还是很重要的模式。

这些模式在不同尺度上重复出现，但是它们并不是在每个空间尺度上都被如实地复制，因为很明显，每个人的品位和价值观念都是不同的，因而他们的行为也不尽相同。另外，城市形态上出现的这种相似性是一种统计自相似性而非我们在图8.1科赫雪花曲线中看到的严格意义上的自相似性。

事实上，虽然一个城市的交通路线模式往往是辐射状的，集中于几个关键的枢纽，并根据重要性不同分层级，形成一个反映不同交通技术、运输能力和传播速度的等级层次体系，但是街道系统还是很明显地反映了空间填充的原则。在地方层面上，关于街道系统更多的是有意识的规划和设计，尤其是对于那些出于实际建造、融资和销售目的而独立出来发展的区域。例如，住宅区的住房往往建立在单向道上，周边都是尽端路，这么设计通常是出于限制发展、交通管理和安全的目的。在下一节中我们还会回过来做进一步说明，因为在下一节中我们会探讨如何通过显式设计和规划来更有意识地建立这样的结构，但是需要指出的是，这些模式确实会在不同尺度上重复出现，从它们的统计分布以及形态自相似性上就可以看出这点。

很明显的一个问题就是，我们在图8.6伦敦交通发展以及图8.7巴尔的摩城市发展中看到的DLA模型对现实结构的模拟适用范围有多广？当然，这个模型说明了我们上文提及的两条原则或者两种驱动力是如何相互作用产生一个在若干特征上与现代城市相似的结构的。它仅仅

是一种形象的方式，用来强调这样的概念，即自下而上，不协调的变化会带来一个高度有序的结构——分形。分形正是通过这种相对简单的过程产生的。我们可以让这个模型变得更具实际价值，但是要让政府或者其他机构在战略规划中应用这些操作模型，还有很长的路要走。我们只要将这一模型植入一个有真实特征的空间或者地域，就可以把这个模型变得更具实际价值。在图8.8中，我们对威尔士卡迪夫的发展进行了四次不同的模拟，卡迪夫的发展受到海岸线和河流的限制。我们设置了两个发源地，一个在历史中心，一个在码头边沿，然后让DLA模型根据图8.5中的方式运作。由此，我们很快就意识到将这个城市一分为二的河流对某些城区的发展速度有所影响，然而卡迪夫有两个中心，且它很难产生一个在历史上两方发展都相互均衡的模式。这点并不令人意外，因为这个模型并没有包括那些会影响两个中心之间竞争的因素。巴蒂和朗利（Batty and Longley，1994）曾经对仿真有更为深入的探讨。但是，这个模型只能模拟那些在其假设之下产生的模式。而这些模拟也为说明和检验未来关于城市形态的各种假说提供了一种方式。为了了解如何生成这样的结构，我们有必要了解如何设计和应用这些模型以产生有效的设计。

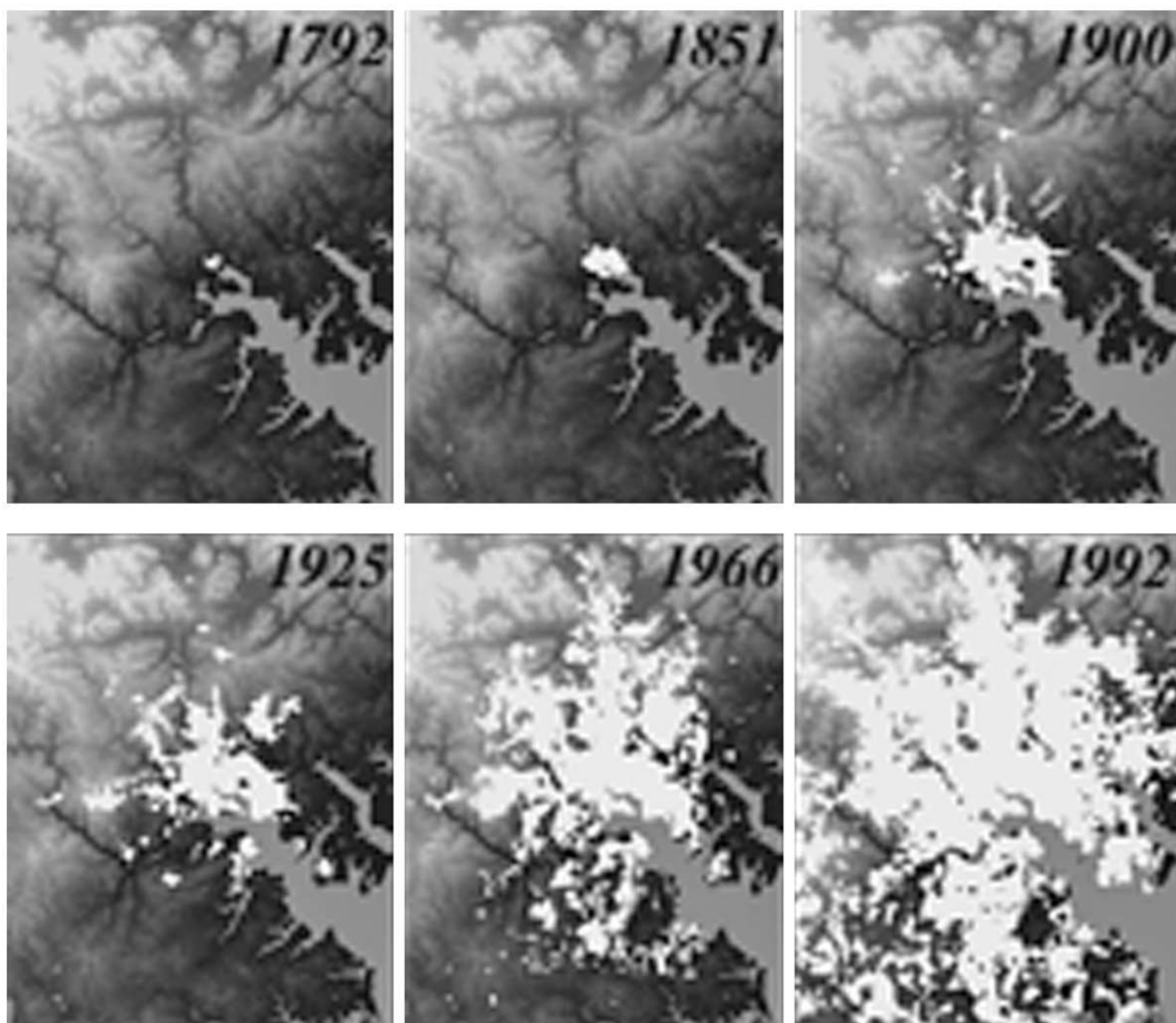


图8.7 巴尔的摩二百年来的城市发展

资料来源：Acevedo、Foresman and Buchanan（1997）。

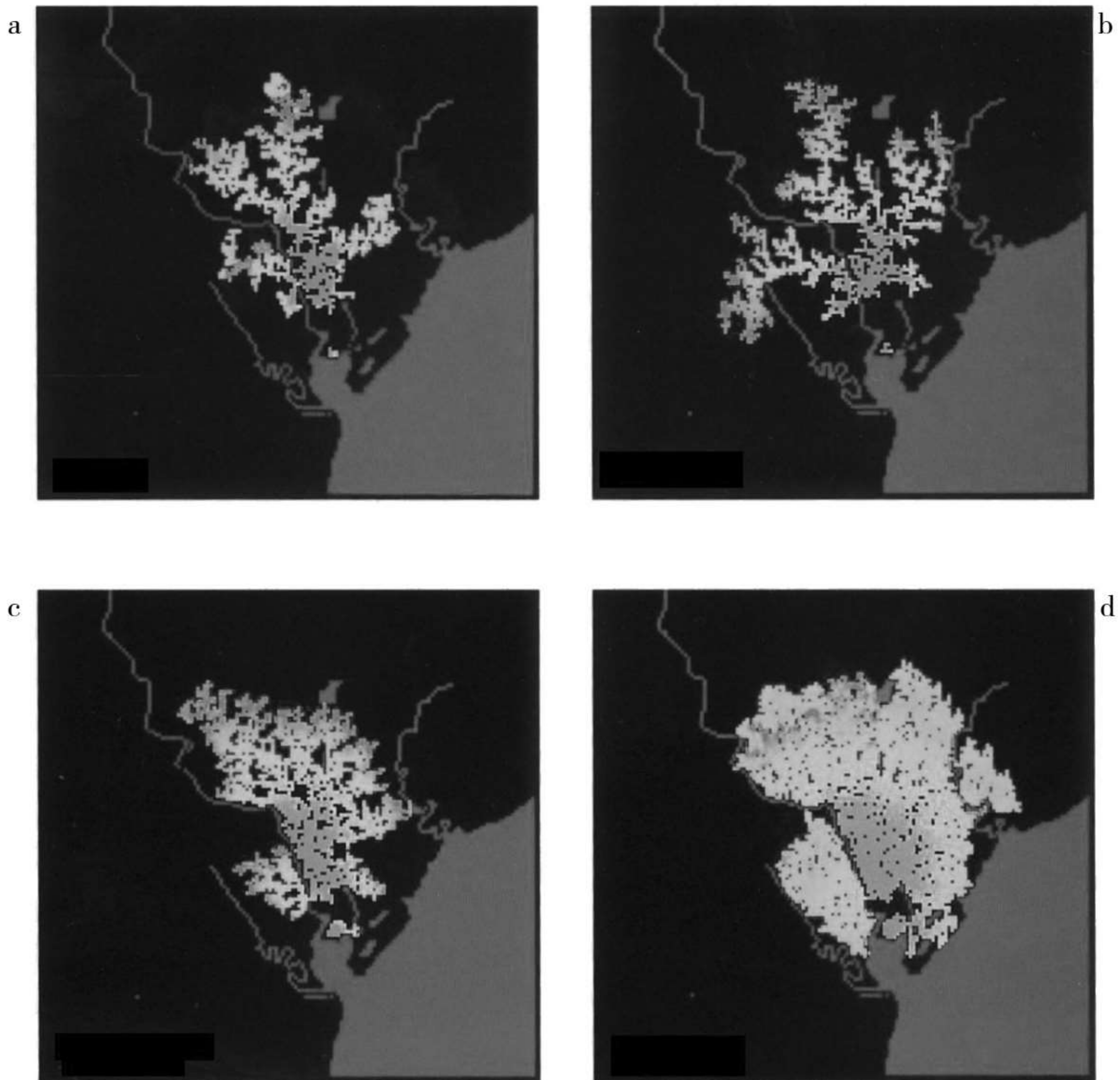


图8.8 通过应用扩散限制聚集模型或者DLA来模拟卡迪夫的发展

注：从左上的a到右上的b到左下的c再到右下的d，对d发展的限制逐步降低。

8.4 通过元胞自动机模型生成和模拟城市

8.4.1 元胞自动机机制

对于我们的模拟过程，我们需要施加比DLA模型及其变量所提供的控制更大程度的控制。事实上，我们是通过生成代数来生成之前的聚类结构的，而生成代数是许多产生模式的过程，也就是所谓的自动机的基础。自动机往往被广义地定义为一个有限状态机，它受输入内容驱动，从而改变机器的状态，也就是输出内容的取值。输出内容可以继而被用作输入内容从而推动状态转换，我们可以对这一生成过程进行调整来重复产生我们这里介绍的模式。例如，DLA模型输入的是一个在单元格间移动的个人，如果空间出现一定状况，这个人就可以将单元状态由未开发转变为已开发。这点，当然是同时在许多个人那里进行的。把空间看成一系列单元格就把我们的问题转化成了几何问题，虽然我们想当然地认为在这些模拟中，城市都是以这样的方式呈现的，但是事实上，一般的自动机，尤其是空间自动机其实可以是任意形状任意维度的。

我们这里用于生成实际发展的自动机被称为元胞自动机（CA）。我们设定根据一定法则将每个单元状态由未开发转为开发的网格为一个常规的单元网格。那么，元胞自动机的组成元素就包括一系列有若干种状态的单元，在这个案例中，主要是已开发与未开发两种状态，并且可能衍生出不同类型的发展；处在上述单元四周东西南北东北东南西南西北位置上邻近的八个单元；以及一系列转换法则，这些法则规定每个单元如何根据周边八个方位上邻近的八个单元的布局、状态以及特性来改变自身状态。现在我们从网格中心一个单元的最初状态开始，并应用这一法则：若一个单元周边存在一个或一个以上的单元，则这个最初的单元周边会存在一种扩散作用，这种扩散反映了一个连续传播的过程，正如运动中的物质会扩散一样。这种扩散是成方形进行的，因为其基底的网格是方形的。如果我们将网格设置为圆形的，我们也可以轻而易举地将扩散范围变成圆形。在图8.9中我们标示出了这种扩散作用以及产生自动机的内在法则。

我们会从形式上研究这些模型。它们是所有城市模型中最简单的，因为它们将人口与环境完全融为一体。

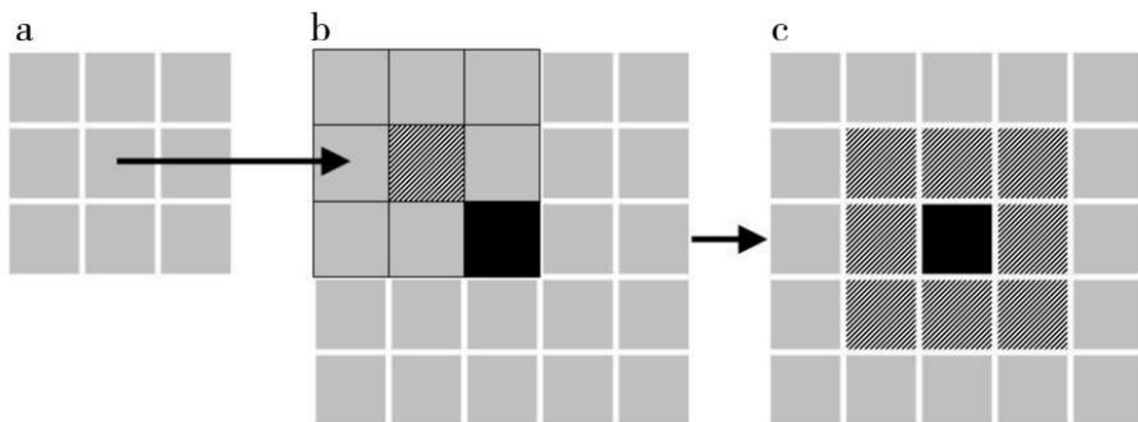


图8.9 元胞自动机：单元如何产生

注：a.围绕中心单元的8个邻近单元。b.中间：网格中的所有单元。如果网格中的一个或多个单元处于一种特定状态，在这个案例中指已开发的状态（即图中黑色单元），那么其周边的单元（即图中深灰色单元）会转变成已开发状态。如果将这一基于邻近单元的法则应用到网格中的每一个单元，那么结果就会是c.围绕中心单元（即图中黑色单元）一周的单元都会变成已开发状态（黑色斜线区域）。

本质上，环境的组成部分与人口的构成部分是相同的，因为在任何时间点上确定环境范围的地理空间单元就相当于人口中的每个构成单位。现在假设元胞自动机模型中的每个单元i在t时可以处于多种状态A_{it}，也就是说人口单元可以改变自身的特征。当然，最简单的形式就是单元i在t时只可能处于开或者关两种状态中的一种，从城市的角度来说可以指单元正在被开发或者单元尚未被开发。用方程可以表示为：

$$A_{it} = \begin{cases} 1, & \text{若 } i \text{ 处于已开发状态} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \text{。} \quad (8.5)$$

在更为复杂的元胞自动机模型中，每个单元可能会有超过一个的人口对象。如果一个单元只有一个人口对象，那么即便这个人口对象有多重特征或者其状态会发生多种变化，这个模型还是属于元胞自动机模型的范畴。简单来说，如果一个单元有两种以上的状态变化，那么这种状态变化往往用来反映土地用途的改变，例如土地利用类型的变化，当然b它也可能与人口对c象特征的变化相关，比如人口收入水平、年龄等的变化。这个公式是完全通用的。

如图8.9所示，严格来说，元胞自动机模型是不存在超距作用的，除非是在狭义上。在元胞自动机模型中，一个单元会影响离自己最近的单元或者被离自己最近的单元影响，如果我们指的是个空间体系，那么这里的“近”指的就是空间距离上相接近。这是我们将新单元出现纳入模型的唯一方式，因为如果一个单元的影响范围超出了离其最近的单元，那么我们就不可能追踪新出现单元对最终整个空间结构的影响了。正是因为如此，元胞自动机模型可以用来生成分形结构，分形结构中同一模式会在不同尺度上重复出现，而且只有当体系发展演化时才会出现。我们可以通过以下方式来解释说明严格的元胞自动机模型。假设集合Z_I是一个正方形网格上的一组邻近单元。通常情况下，一组邻近单元统称为摩尔型邻域（即位于单元四周八个方位的单元，如图8.9所示）或者冯诺依曼邻域（即位于中心单元东西南北方向上的单元）。我们将函数F_{it}定义为Z_I邻域里的串联效应。如果这个函数取一个确定的值，则上文所述单元i的状态就会发生变化。假设我们的法则（当然可以有很多不同的法则）是：如果这个函数的值大于一个确定的阈值Ψ（即处于已开发状态的邻近单元个数的总和），那么所述单元i状态就会发生改变。在最简单的情况下，如果这个单元尚未开发，其状态就会转变为已开发；如果这个单元已被开发，那么它就会保持已开发的状态。根据方程8.5的定义，可以得出以下方程：

$$F_{it} = \sum_{j \in Z_I} A_{jt} \qquad (8.6)$$

以及：

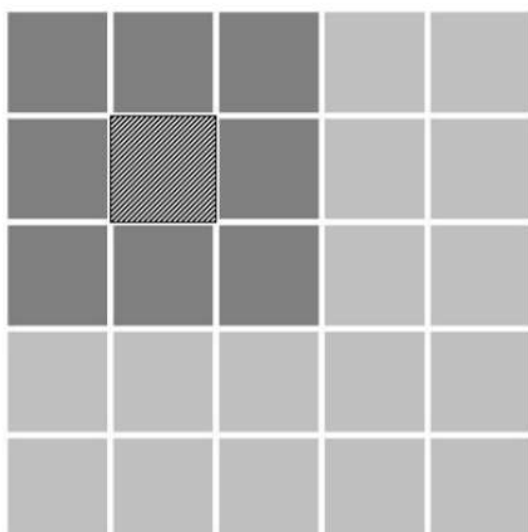
如果 $F_{it} > \Psi$ 那么$A_{it+1} = 1$。 (8.7)

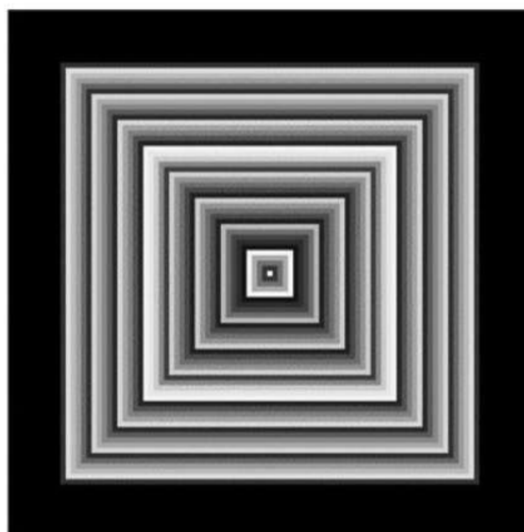
很容易看出，这个过程会带来扩散作用，始于单个单元。如果我们假设阈值Ψ=1，则处于中心单元四周八个方位上的八个单元会首先被开发，然后是这八个刚刚被开发的单元周围的单元会被开发，以此类推，这种循环最后会带来中心单元周边一个方形地区的发展。事实上，在这个案例中，时间和空间被融为一体，这也是常规空间扩散的关键标准。关于这些观点，巴蒂（Batty，2005）有更为深入的阐释，

他提供了很多关于严格的元胞自动机模型以及由此演化而来的基于代理人的模型形式的阐述。

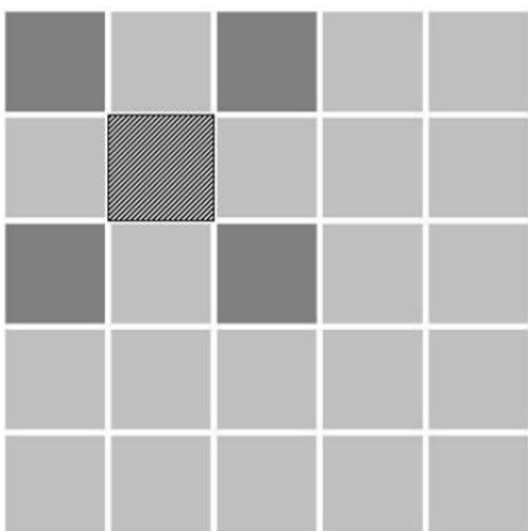
如果元胞自动机模型的邻域法则变得更为复杂一些的话，那么就可能产生各种不同的几何分形，在已生成的结构中也可能存在关键的空间定位和偏倚。然而，在元胞自动机建模过程中，邻域、规则和生成过程往往是完全统一的，所以一旦引进了不断变化的邻域和不断变化的规则，模型就不再是元胞自动机模型了。实际上，在城市规划中运用的模型很多都不是严格意义上的元胞自动机模型，而是细胞空间模型，这些模型是根据实际土地问题和基于栅格的地理信息系统（GIS）地图代数建立的。它们并不会生成任何可识别的突变模式，且都放宽了对于领域规模和单元转变法则的限制。图8.10为三个通过摩尔型邻域生成的典型元胞自动机模型。第一个是简单扩散模型，其中每个邻近单元的发展都会影响所述单元的发展；第二个是应用分形生成法则的简单扩散模型，其中生成的单元模式决定了法则；第三个模型是以一个更为复杂的单元模式为基础的，这些单元来自一个引导增长的邻域，在这个案例中这种增长指的是一个给定方向上的随机增长。这些就是构成自动机基础的结构，其所有在现实体系中的应用都包含图8.10中用于生成模式的递归机制。

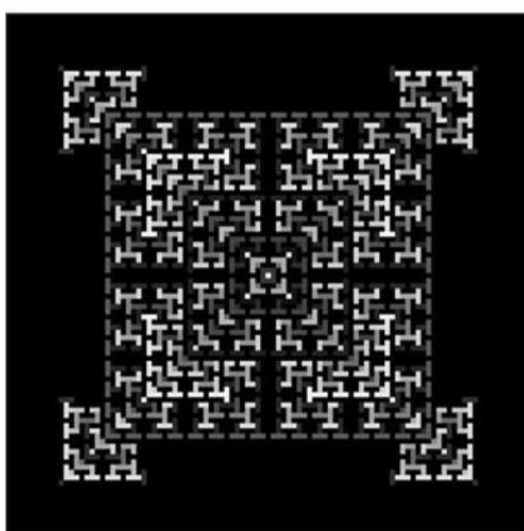
a



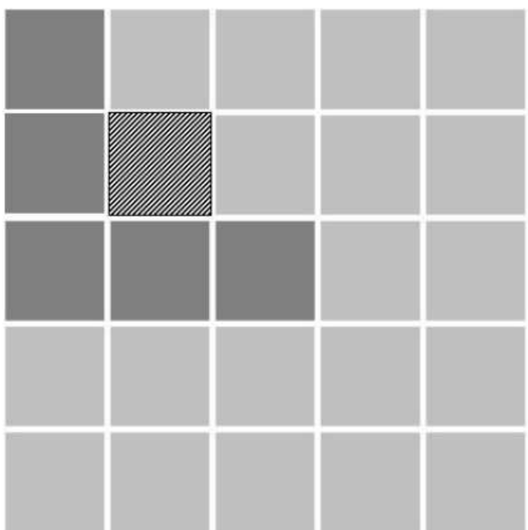


b





c



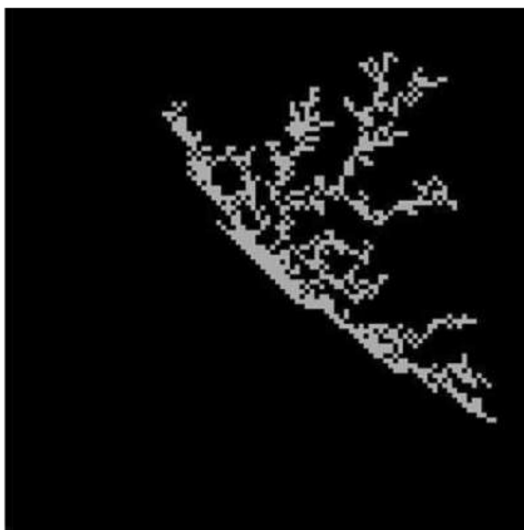


图8.10 经典元胞自动机模型

注：a.网格上的最近邻物理扩散；b.科赫式分形扩散；c.定向扩散限制聚集。

8.4.2 基于单元模型的应用

在开发空间应用程序时，我们可以通过多种方式来放宽元胞自动机模型的标准。首先，通过设定不同单元的发展速度，我们可以轻而易举地控制已开发单元的发展速度。如果发展速度是一个单位的单元，那么我们可以通过多种不同的外部限制来控制发展速度，但是正如所有放宽同质性规则标准的案例一样，这时的元胞自动机模型就不再能够以同样简单的方式生成图8.10中的突发模式了。而且，为了将多样性和异质性直接引入最简单的模型中，有时邻域中单元的单元计数或者串联会被转化成一个概率函数，这个函数继而通过一个随机数生成程序来调整发展速度。例如，方程8.6和8.7中的结构现在变为：

$$P_{it} = \sum_{j \in Z_I} A_{jt}/8, 0 \leqslant P_{it} \leqslant 1 \text{ 且} \qquad (8.8)$$

$$\text{若 } rand(\Psi) < P_{it}, \text{那么} A_{it+1} = 1, \qquad (8.9)$$

其中P_{it}为发展概率，而$rand$（Ψ）为随机数，比如说0到100间的任意一个数，这个数如果小于发展概率就意味着这块土地需要被开发。

我们可以通过这种方式做出很多调整，但最重要的调整是放宽严格的邻域规则并代之以某种超距作用。例如，将方程8.6中的F_{it}替换成可及性的引力表达公式，就可以得出：

$$d_i = \sum_j g_{ij}。 \qquad (3.14)$$

由此可以得出一个能够预测相对可及性发展的模型：

$$P_i(t+1) = (1 + \lambda_i(t+1))P_i(t)。 \qquad (4.3)$$

这就几乎把元胞自动机模型转化成了一个可达性势能模型。这一模型是空间交互理论的核心，在20世纪50年代中期土地利用交通模型建立之初首次被提出（Hansen，1959）。我们在第2章中研究过这些模

型，在下一章中我们还会继续探讨它们。当然，这里有一个问题，就是这样一个模型是怎样与应用广泛、历史较长的土地利用交通交互模型联系在一起的？这些模型在解释和预测能力上明显比我们这里讨论的元胞自动机模型更胜一筹，但是它们在动态处理方面的能力十分有限。我们很难把这两类模型结合起来，而且这也与我们这里提出的对城市的多元理解相冲突。

这些元胞模型的主要成就之一就在于根据不同土地利用类型确定了不同的单元状态，我们将这些状态区分开并标记为k，A_{it}^{k}即为单元i在t时适宜的土地利用类型。在若干个模型中，这些土地利用类型相互联系，从某种程度上决定了一个地区被开发的区位潜力。我们可以将单元状态的变化表示为关于邻近单元土地利用类型的函数，并用函数表达式来说明一旦模型应用程序被投入使用，就必须明确状态变化类型。所以，t时单元i的新状态就可以表示为：

$$A_{it+1}^{k} = f(A_{jt}^{\ell}, d_{ij}) \quad \forall \ell, \tag{8.12}$$

其中$j \in Z_{I}^{k}$指完全统一定义的邻域且定义距离的区域仅限于所述地区。事实上，这从很大程度上放宽了严格意义上元胞自动机模型的标准，且这也是很多应用程序的特征（相关综述参见：Batty，2005以及Liu，2008）。值得一提的是，确定土地利用类型转变的规则一般会将领域的定义由严格的无超距作用原则转变为引力原则。这将不同的土地利用状态、密度和类型与不同用地联系在了一起，并将这些联系与不同的超距作用效应结合在一起。这些规则对于一个单元是否可以被开发，开发到何种程度等都有严格的限制，从而规范了不同用途的土地相互之间的联系。这些规则可以扩展到单元交通联系的发展。这些交通联系确保了不同用途的土地之间是相互联系的，并根据不同的生命周期效应来组织单元的再生。所有这些规则集在元胞自动机模型中都有所体现，而且它们对于*SLEUTH*、*DUEM*、*METRONAMICA*以及相关的模型包都很关键（Batty and Xie，2005;Batty，2012）。

更为普遍的元胞自动机结构是基于反应扩散结构的，这种结构与微分模型非常相近（微分模型在研究细微尺度上的物理现象动力学中应用非常普遍），可以表示如下：

$$A_{it+1} = \alpha A_{it} + \beta \sum_{j \in Z_i} A_{jt} + (1 - \alpha - \beta) X_{it}, \quad (8.13)$$

其中α和β为0到1之间的归一化参数，X_{it}为外生变量，反映了那些可能被当作系统错误的外部环境变化，但是更普遍的情况是这些变化会被视为外部冲击，或者模型无法预测的一项输入。为了使这一结构更具可操作性，或许有必要加入其他限制条件来确保变量取值保持在一定范围内。

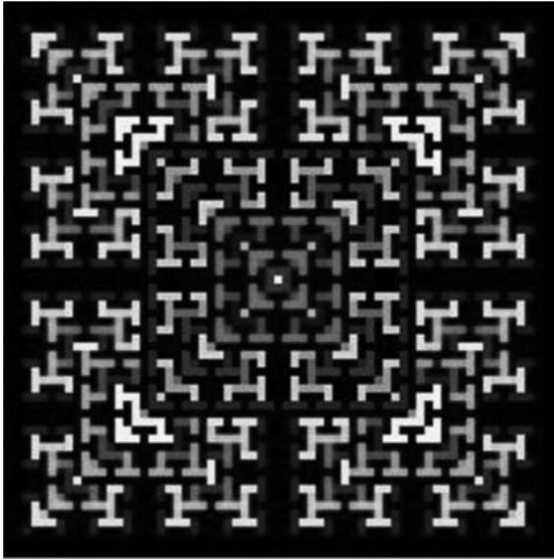
不过，这一结构本质上就是由反应、扩散和外部输入或者外部噪声组成的。如果我们假设X_{it}=0，那么系统演化或者生长就纯粹是一个关于系统反应和内部活动扩散之间平衡的函数了。事实上，这就是一个人造结构，因为所有绝对意义上的变化都需要加以控制。对于外部输入，情况总是如此。很多元胞自动机模型并没有采用这种更为普遍的模型，而且很多应用往往会提高已开发单元的输出来迎合外部预测，而不是如方程8.13中的反应扩散模型一样通过一种更为一致和微妙的方式来引入这种外生性。

针对元胞自动机模型的批评集中在对它们研究城市结构和形态变化高度物理主义的方式上。从本质上来说，这些模型都是供应方面的模型，以实体限制为基础来模拟土地的供应。需求的概念，以及交互作用的概念（体现在交通上）对这些模型来说是非常陌生的。我们在应用这些概念时，经常会涉及一致性原则，邻域限制原则和状态同质性原则，但是我们上述的模型并没有遵循这些原则，所以这些模型与土地利用交通交互模型及其他我们在下一章中将介绍的模型之间还是存在一定差距。

然而，这些模型也有自己的优势，它们的优势就在于动态性。虽然在建模过程中，实际土地开发之外的动态进程并没有起到重要的作

用，这些模型的动态性还是非常明显的。而且如果出现令人意外的预测结果的话，往往是由偶然因素导致的，因为这些模型模拟的一般都是相对平稳的动态过程。

a.领域中唯一的单元



b.已开发的一个或两个单元



图8.11 元胞自动机模型生成的常规扩散：类似文艺复兴时期理想化城市规划方案的模式

如果我们改变规则，要求一个未开发单元邻域里的单元个数必须为一个，那么我们就可以生成图8.11a中的扩散了，而且如果有一个或者两个单元，那么就可以模拟生成图8.11b了。实际上有上百万种可能，但是关键在于要确定一个正确的或者适宜的规则集。沃福兰姆（Wolfram，2002）在其著作《一种新科学》中说：自动机就是我们的宇宙赖之以建构的基本单元。虽然我们这里关于模型有许多要求，但是对这种自动机稍加调整，我们就可以复制许多不同的生成现象了，这些生成现象是许多城市形态的共同特征。

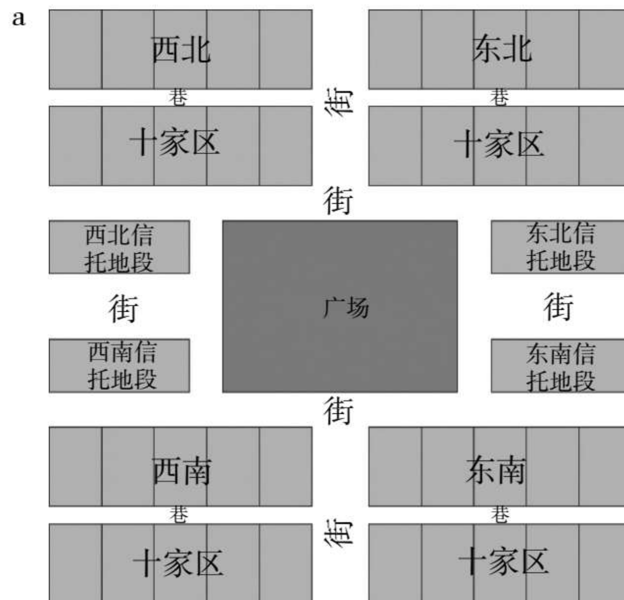
为了通过自动机生成理想的城市形态，我们有必要先建立一组现实的转换规则。理想的城市规划通常要满足一些主要的功能，例如最小化密度，如弗兰克·劳埃德·赖特的广亩城市；最大化密度，如勒·柯布西耶的光明城市；形成正式景观和花园广场，如摄政时期的伦敦；产生密度适中且根据不同土地利用类型进行分区的新型城镇，如第一

代英国新城镇等。一个很好的例子就是通过元胞自动机原则生成的佐治亚州萨凡纳殖民地城市规划图。萨凡纳是由詹姆斯·奥格尔索普总督于1733年建立的（Wikipedia，2012），规划图如图8.12所示。我们可以类比图8.10和8.11来推导出图8.12的生成规则。

理想城市的规划通常都不是通过生成逻辑得出的，因为规划都需要整体构思，也就是说，关于一个不确定的未来，我们不可能有一个成形的概念理解。然而，通过元胞自动机，我们可以生成规划，并随时间演化，不断修改其规则以得出一个理想的版本。从某种意义上说，图8.10及图8.11中的规划是有恒定的规则的，它们可能会也可能不会被视为理想的目标。

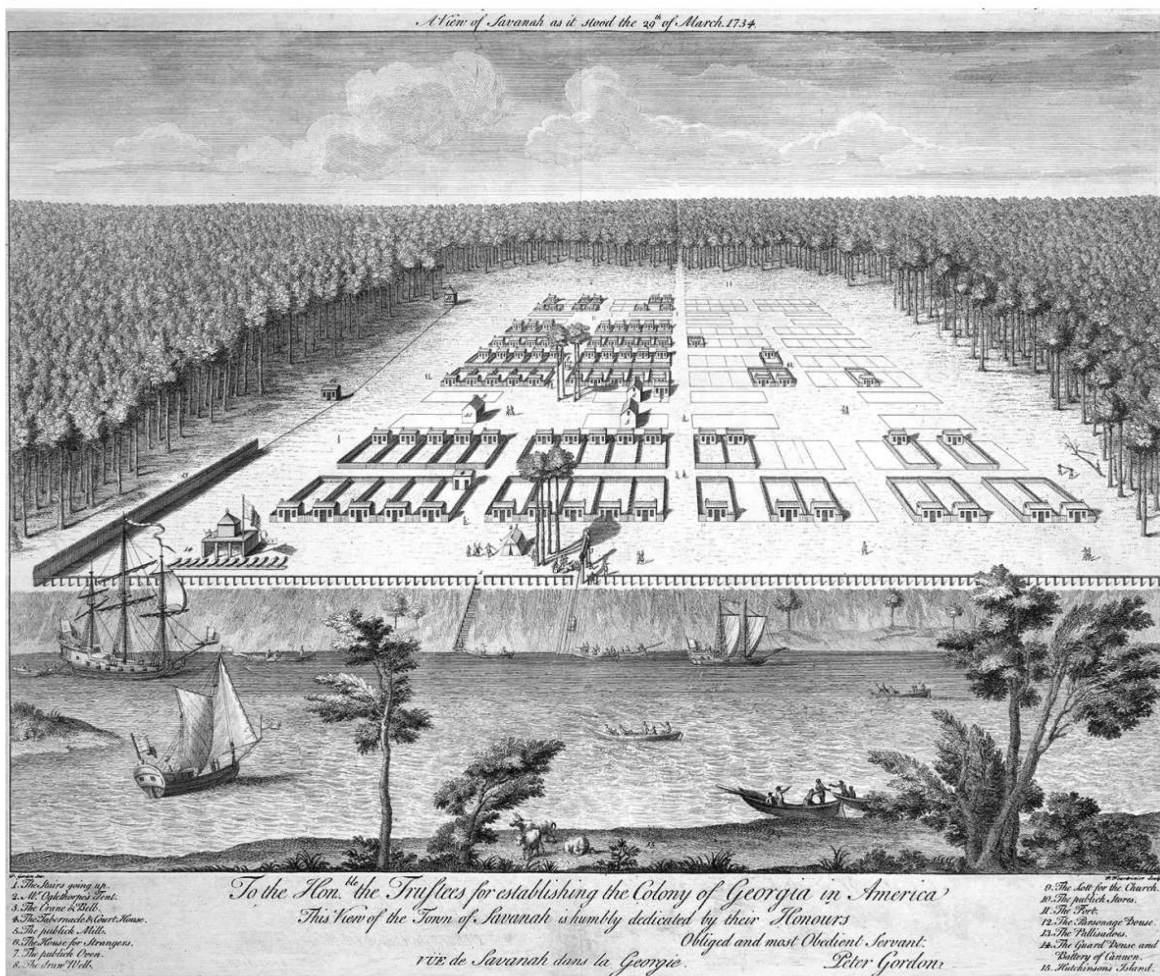
为了总结我们对这一逻辑及城市内在复杂性（因为城市的理想形态永远不可能被确定下来）的阐述，我们将回到扩散限制聚集（DLA）模型，并对规则进行微调以实现我们的系统目标。想象一下，我们模型里的代理人是按照之前描述的方式随机移动的，也就是向八个方位移动；那么我们就可以假设代理人所在单元会根据代理人移动改变状态，并通过元胞自动机模型模拟这一过程。如果代理人原来处在单元（i，j），然后下一步移动到单元（i+1，j），那么代理人下一步所在单元的单元状态就会随之变为代理人原来所在单元的状态。我们的第一条规则，就是单元状态会由代理人原来所在单元转变为最新所在单元。但是我们也有一条这样的规则，就是：如果代理人处在单元（i，j），同时在单元（i，j）的邻域还有另一个代理人，那么代理人就不再移动，它所在的单元状态变为稳定状态。注意，在元胞自动机模型中，单元里的代理人包括移动的和固定（稳定状态）的代理人，或者一个单元也可能没有任何代理人。单元可能存在三种状态，三种状态都有编码，但是这仍然是一个有两个规则集的元胞自动机模型。我们可以建构很多类似的变体，来反映更为复杂的生长发展规则，但是我们的目的当然是选择在真实城市发展过程中切实存在的规则，同时又要让模型尽可能地简单。

a



西北
巷
十家区
东北
巷
十家区
街
街
西北信托地段
东北信托地段
街
广场
街
西南信托地段
东南信托地段
街
西南
巷
十家区
东南
巷
十家区
街

b



A View of Savanah as it stood the 29th of March 1734.
1. The Stairs going up.
2. Mr. Oglethorpes Tent.
3. The Crane & Bell.
4. The Tabernacle & Court House.
5. The publick Mills.
6. The House for Strangers.
7. The publick Oven.
8. The draw Well.
To the Hon.ble the Trustees for establishing the Colony of Georgia in America
This View of the Town of Savanah is humbly dedicated by their Honours
Obliged and most Obedient Servant,
Peter Gordon.
VÜE de Savanah dans la Georgie.
9. The Lott for the Church.
10. The publick Stores.
11. The Fort.
12. The Parsonage House.
13. The Pallisadoes.
14. The Guard House and Battery of Cannon.
15. Hutchinsons Island.

图8.12 佐治亚州萨凡纳殖民地规划

注：a.最早的规划，来自http://en.wikipedia.org/wiki/Squares_of_Savannah，_Georgia;b.1734年的规划，来自http://www.torontopubliclibrary.ca/content/ve/bain/images/111gordon-savannah-cons-large.jpg。

8.5 模拟、预测与设计

关于城市如何形成、演化以及我们如何更好地来理解和模拟这些过程，还有很多可以探讨的，但是最重要的是，我们应该如何设计方案来使得城市更加高效地运转，更好地保证公平。迄今为止，我们在本书中探讨的都是一些大体上只能应用于一时的结构，虽然我们一直在强调这些结构的动态。我们并没有根据城市的不同功能区进行分类，建立能够模拟结构和动态变化的理论或者模型。这是因为我们的关注点更多地在于关系和网络而不在于产生城市的过程。从这个意义上来说，我们的介绍是不够全面的。我们这一章的目的就在于将重点由位置转向关系，通过这么做来强调交互作用而不是行为本身。然而，很重要的一点是，读者应当明白，我们可以通过很不一样的方式来介绍这一领域，所以在这里，有必要再在如何建立城市模型这一点上赘言几句，不管是将城市视为静态结构建立一个横断面模型还是将城市视为一个动态流动进程。

半个世纪前，城市研究者就开始建立关于城市的横断面模型。城市结构包括不同的功能分区：居民区、工业区、零售区、商业区等，每个功能区都有明显不同的区位要求，并且相互之间存在交互作用。在建立横断面模型的初步尝试中，每个功能区都要根据横断面所在时期的区位活动生成一致的功能模式。空间交流模型及社会物理模型是我们的关注点，我们在第2章中已经进行了说明，在下一章中还会进一步说明（Batty，1976）。这些都是综合模型（aggregative model），它们假设城市是处在平衡状态之中的，但是正如我们之前指出的，这类模型是存在缺陷的，因为很明显城市并不是处于平衡状态中的，而

且动态变化和创新对于城市的生存和发展是十分关键的。因而，之后的城市模型就不断向更为精细化，更微观，更加基于个体的方向发展，以反映个人和群体交互作用和选址的过程。元胞自动机模型就以最简单的形式反映了这一趋势，但是正如我们之前指出的，这些模型过于简单化整个过程了，它们代表了学界关于动态演化的观点，并不具有很强的可操作性。而且，随着我们进一步根据特征、人口和时序动态来对模型进行分解，我们就能够得到更加易于应用和检验的模型。目前这一代模型相较于我们上一章中探讨的静态模型而言已经丰富了很多，但是这种由单元来表示空间，以个体或者代理人来表示人口，并且通过动态改变空间行为来表示交互作用和行为的模型是很难投入应用的，而且检验起来也很棘手（Batty，2012）。确实，城市及其模型是如此复杂，以至于检验模型这一概念都值得商榷，这的确就与检验和人类事务有关的社会科学模型一样。

在这里，我们也提出了这样的观点，即城市演化的未来是未知的且总是不确定的。因此，我们针对未来城市所提出的任何构想都是基于当前现状的，因而也需要不断改进和完善。在过去，城市往往是为无限的未来而设计，城市规划者往往在设计阶段就为城市列出一系列待实现的目标，他们似乎都假定城市是永恒的，所以很少有城市能够实现规划里列举的目标这一点也就不令人意外了。复杂理论提出了未知未来的问题，并指出城市是自下而上逐步演化的，同时城市也是规划决策的产物，或许规划方案在规划提出时是最优的选择，但是这些方案总要根据不断变化的环境而进行调整。根据这样的理论来进行城市规划显然更为现实，也更有成效，城市当然也更有可能实现其规划目标。城市产生于规划决策，规划决策小范围来看可能是最优的，但是大范围来说，其全球影响除非到显现的时候否则一直都会是未知的。正如我们在本章开头指出的，有效干预以及小范围的增量式设计可能会带来卓有成效的改变，并且这样的改变是水到渠成顺遂人心的。在过去的历史中，大多数城市规划都没有采用这种增量式演化的方式。但是我们的城市规划科学正在发展，来迎接这一挑战以期改变

传统的规划方式。我们也希望，我们在这里探讨的思想能对未来的城市规划有所启发。

第9章

城市仿真

> 如今，抽象不再是以地图为形式的抽象，不再是一种替身、镜像或是某种概念。模拟也不再是对一个地域的模拟，不再是对某种指代物或本质的模拟，它是一个没有本源或现实存在的模型的产物：超现实。
>
> ——让·鲍德里亚（Jean Baudrillard）《仿真》（1983，第2页）

仿真作为一种一般性活动始终贯穿于本书之中。它以严谨的函数公式、缜密的逻辑关系推导和数字描述手段来表现城市，是城市研究的核心。在前几章中，我们已经侧面介绍了一些研究城市发展进化和城市间关联的函数所组成的模型，但是尚未涉及大规模仿真系统，而这种仿真系统能够为城市研究提供经验依据和实践环境。实际上，自半个世纪前电脑发明以来，针对城市一类规模庞大、内容复杂的大型系统进行的仿真研究受到了人们的广泛关注。而首次提出电脑模型这一概念是在20世纪50年代。模型以其特有的形式和结构对区位格局、互动和交通流动进行模拟，并形成一条联系经济、社会、土地利用等诸多因素的纽带。当时提出的一系列理论孕育了许多相关模型的设计工作，而这些理论至今仍然在很大程度上以我们提出的运动和潜能的社会物理学属性为基础，这一点我们在第2章中已经做出了简要介绍。它包含了中心地学说和区位论（Isard，1956;Fujita、Krugman and Venables，1999），类似于城市引力模型的交通流向理论，以及城市经济学地租理论引导下的土地、住宅及各类商业活动的发展机制，这些机制构成了大城市的空间结构（Alonso，1964）。虽然我们并未在

本书中对这些理论进行详尽的总结，实际上也没有这样的必要（尽管在本书的概述和第2章中已经暗含了这些理论的相关介绍），但是我们会引入充分的材料，为本章的核心概念“城市仿真”系统提供理论依据。

9.1 仿真系统的原理

在上一章中我们曾经提到，城市系统仿真模型经历了一个发展变化的历程。过去人们通过时间截面模型对反映城市空间结构的空间交互和区位活动进行集中表达，而现在则是采用更加详细而分散的动态模型表现个体行为，反映了更加丰富的个体空间行为和土地发展的决策过程。这一点也体现了从土地利用与交通互动模型到基于代理人的细胞自动机模型的转变，而后者与上一章中提到的模型具有相似之处。此外，城市仿真系统也经历了从各地区、各人口普查段之间活动与交流的抽象描述转变为以建筑物、地块和街道为中心的更加细致的点状定位的过程，从而也体现了从地理表述到几何表述的转变。城市仿真模型首次迈出尝试性的一步是在半个世纪以前，当时人们认为仿真模型能够对城市这样的复杂系统做出精确预测，能够准确反映出城市扩张和新型交通基础设施产生的影响及其发展形势和机能。然而，由于早期模型“过于简单”或“不够简化”不足以应对城市系统的繁复和庞杂，这种仿真系统带来的体验也随之大打折扣。此后经过了很长一段时间的反思和延伸，人们对模型架构进行重建，使得模型更加实用，更适合制定政策。然而，尽管人们取得了一些进步，许多问题仍然存在（Timmermans，2006）。

在此之后，两大核心主题主导了仿真模型的发展。城市模型从本质上倾向于“全面地”分析城市系统，有许多人致力于开发新模型来处理更为详细的表达方式和功能，这些很大程度上是通过分解活动、增加新的组成部分实现的。市场因素的引入也是其中的一部分，它平衡

了仿真城市活动中的供求关系，在更加精细尺度下进行分解，进而达到企业和家庭层面。如今，这类模型通常会与相对独立的交通模型相关联或直接将这些模型纳入自身结构之中。它们依旧在很大程度上保持了时间截面和追求均衡的性质，但是更加倾向于在两个或两个以上时间点之间对城市变化进行模拟，从空间交互到微观仿真，在多种模型之间进行组合使用。这些模型仍然依赖于传统的大规模属性，组建过程复杂，运行耗时长，需要多组分析师共同完成而不是单个分析师的操作。然而，实现一个复杂多样的应用程序需要该程序的模型系统具备与之相符的复杂性和多样性，而决策者往往要求这些系统能够提供更多细节，这也是这类模型能够持续发展的原因。蒂默曼（Timmermans，2006），亨特、米勒和克里格（Hunt、Miller and Kriger，2005），以及雅克诺、莱文森和埃尔葛内迪（Iacono、Levinson and El-Geneidy，2008）等人对于最新技术水平做出了很中肯的评价。而当今仿真技术发展的代表莫过于埃切尼克（Echenique，2004）开发的系列模型。值得一提的是，这些模型很大程度上区别于我们在上一章中介绍的模型。后者是基于连续的物质发展进程，采用了自动机、自上而下的决策机制、城市非平衡状态等理念，而前者则更加具有实验性和操作性。

还有一种发展方向与简单模型复杂化的传统产生了鲜明对比。这种想法系统性较弱，它追求的是一种比以往的系统更加简洁的模型。该思路有两种实现方式，其一是对子模型进行分离和详细开发，其二是提取整体模型中的各个组成部分形成单独的模型，使之成为技术工具栏中的不同元素。然而，复杂模型在发展过程中不断结合信息技术新成果，采用更加丰富和优质的信息来源。在这种广泛趋势的作用下，简单模型的发展受到了制约。尽管如此，仍有许多规划类辅助系统都采用了简单模型的系统形式（详见Brail，2008）。或许，要想真正说明简单与复杂、小范围与大规模之间的区别就要采用班克斯（Bankes，1993）对“整合式”和“探索式”模型（或建模方式）的区分方式。整合式模型更注重模型本身的建设，并且会在最后提供一个准

确且相对集中的预测。相比之下，探索式模型虽然无法实现集中预测，但是它能够定义系统中的突出特征，为具体问题上的争议解决提供参考信息。大规模的传统城市建模必定要依赖于前者，而反复使用简单模型，不断对其结构进行修改则符合后者更具探索意义的眼光。

我们研究的目的并不是要对土地利用与交通互动模型（又名城市模型）加以评论，而是为了让读者对这种传统发展方式有一个大致的了解。我们在本章中将要展示的这个模型完全属于新型的探索式模型，但是它的发展起源于早期的大规模模型建立的探索过程。该模型利用住宅区以及连接住宅区的四种交通方式模拟了从工作单位到家之间产生的活动，其中交通方式包括公路、地铁、轻轨和公交车网络。从这个角度看，这种方法也可以用来分析相关联的网络，尽管要以网络之间的流动为媒介。作为一种“单一起点终点半约束性”模型，它坚持传统的集中式空间交互模式，并且认为通过四种相互竞争的交通网络到达居住区的人流量决定了每个终点区域的人口数量。从这一层面来看，它既是互动模型又是区位模型。该模型首次开发时是作为伦敦地区气候变化综合评估的一个阶段性模型，综合评估以一系列相互关联的模型为基础，以国家到地方的输入产出模型为起始点（Hall et al.，2009）。首先把整体评估预测按照城市范围划分为小型区域，放入住宅区位模型——本章介绍的主题模型当中。然后把这些居住人口进一步划分为更精细的空间范围，用一种像GIS（地理信息系统）一样能够反映土地发展的物理局限性的模型进行分析。这也让我们回想起那些以上一章介绍的元胞自动机传统模式为主导、更切合实际的城市发展模型（Batty，2009b）。这种系统模型可以把人口预测与水利模型中提取出的洪灾风险相比较，进行相互校对，然后进一步与泰晤士河及其入海口的水面抬升预测值联系起来，最终与英国气候影响计划对未来50年和100年的预测进行比较（Dawson et al.，2009）。

为了阐明仿真系统的运作，我们将利用模型对能源消费和交通突发变化带来的影响进行即时评估，也就是说模型要在受众面前进行演示，这也直接关系到不同模式网络之间如何进行转换等问题。这种即

时性是与一系列利益相关者沟通建模结果的必要条件，他们往往不是专家，因此对某一种具体模型的设计并不了解。出于这种原因，我们的模型设计以视觉化为主导，确保模型所表达的信息和预测结果能够在最大限度上有效地传递给不同受众群体。首先，在确立模型结构框架之前，我们制定了模型必须满足的一系列严格的标准规范。其次，对模型的潜在动态进行测试，即其横断面平衡结构，然后采用第2章中介绍的工具将其推导结果以熵和效用最大化的形式表达出来。这种方式为模型建立反复校对、检验和评估的机制，便于我们分析模型如何处理城市系统中的能源利用情况。在此基础上，我们就可以利用模型分析能源消费的突发变化所带来的影响，它们有可能在交互模型中体现为网络间模式转换实现的快速变化，也可能在区位模型中表现为人口再分配中的缓慢变化。最后，我们利用能源熵平均值的变化结合模型结构，对这些能源消费变化进行评估，为日后在快速评估预测领域推广这一模型提供了条件。

9.2 城市仿真系统条件

9.2.1 在与利益相关者的沟通中采取快速决策和视觉主导的预测方式

该模型所产生的预测结果是在假设的情形下提出的。这些假设的情形既可以是相关系统的即时反应，也可以是在不定时间段内的反应，这就意味着模拟的时间区间既可以很短也可以很长。无论在哪一种假设情况下，城市系统都要按照既定均衡状态进行调整，这就是关键点所在。因此，这类模型的目标不在于能否做出精确预测，因为精确预测所需要的长期平均值需要很多年的积累才能完善。而实际上，完全精确的模型本身就是不存在的，因为总会有不可预测的变化和调整出现在整体发展过程中。从这一角度看，模型预测的设计目的是在利益相关者之间发生争议的情况下为其提供辅助信息。爱泼斯坦

（Epstein，2008）也中肯地认为，这种模型能够“使得对话更加有条不紊，让人在做出必要决策时更加慎重”（第1.7段）。现有模型从本质上与50到100年的评估预测是一致的，预测往往包含一些根本性的影响因素（例如气候变化等）。但我们不难看出，模型也适用于分析短期的变化所带来的结果。

模型的设计必须能够满足重复使用的需求才能保证模型开发者和用户之间的快速交流。这也就为模型运行所需的时间设置了上限，也就是说模型必须能够在几秒钟或几分钟之内产生预测结果，在电脑或互联网媒体上以视觉分析的方式表现预测结果，如地图、条形图、树状图、流程图等，运用多种方式从不同维度对结果进行展示。这里需要重申一下，本书并不是为了强调可视化的重要性，像城市这样复杂的体系利用现代技术手段进行表达在我们看来应该是一种常态。但是这些可视化的要求对于多样化的客户群体来说是至关重要的，这一点我们要明确。运用模型进行综合评估需要跨越不同空间和时间的限制，将各类模型联系起来。这就需要多种不同的专业手段，而视觉媒体能够更好地把模型的架构和预测结果呈献给其他参与模型运作的来自不同学科、不同专业的科学家。然后再把重点受众延伸到其他利益相关人以及不同部门、不同专业的决策者，从政策分析师到决策顾问，尤其是那些从事城市仿真系统相关专业或学科但并未参与模型开发过程的专家学者。最后，我们会发现在展示模型结果时加入更多的视觉效果也同样适用于那些参与决策过程的非专业人士，他们对情况有一定了解，但是可能会被呈现数据的形式所左右。

模型不仅要快速生成并产生结果，同时也要具备重新改造的能力，以适应不同问题的特征和解决问题的不同方式，这对于分析过程至关重要。也就是说，我们研究的模型从某种程度上讲是以模块组合形式建立的，虽然这种模型的结构构件相对简单，本身缺乏复杂的模块性（尽管它的结构经过复制很容易就能运用在城市系统的各个子系统当中），但是分析结果的传播方式带有很复杂的模块化特点以及丰富的视觉分析手段。模块化也是一个十分重要的因素，它能够促进不

同种类的模型根据不同空间规模和各阶段所运用到的不同学科进行结合，形成一系列预测结果，这就强调了不同模型和建模者之间建立沟通媒介的必要性。视觉化是至今为止沟通不同模型之间结果最有效的方式，因此人们迫切需要一种能够在相关科学家、决策者和业主面前快速进行重复操作的模型。

从表达方式的角度上来看，研究结果以及模型结构要清晰地把成因和结果联系起来，这样更便于理解。在复杂模型中，有些预测可能是在突发过程中产生的。因此有人认为这种突然变化不能运用我们现有的知识体系和模型运作形式来解释。但是在这里我们要强调的是，无论结论如何，结果的变化必定是由输入值的变化造成的，虽然反常现象的影响也确实存在。简单来说，这种反常现象最终必定能在模型的运行过程中得到解释，而讨论的重点就是要辨别出这些反常影响是在何时因何原因产生的。对于模型在综合评估中的作用这一问题，模型开发过程中的组织环境是其中影响较大的因素之一，因为参与研究的专家处于不同环境当中。因此，我们需要把不同模型组合在一起，甚至要把不同地方形成的同种模型中的不同元素集合在一起，而这就需要人们采用同样的沟通媒介。在我们看来，资源上的限制和人们对模型的不同诉求要求人们在模型设计和沟通媒介方面采用简化手段，因此这一点应当是作为一种通用原则，而非仅限于城市研究领域。而上述所有因素都指向了一种对于快速、简单、视觉化、易操作的模型方式的需求。

9.2.2 动态和相对静态：快速和慢速变化中的均衡

有一种观点认为城市属于均衡结构，它的出发点在于人们广泛认为大多数城市的总体空间结构和形态是大致相似的，尽管在微观层次上不同城市也会体现出种种不同点，但是这种结构能够持续几十年甚至更久，这也就佐证了哈里斯（Harris，1970）的观点。他认为典型的均衡结构应当成为城市仿真系统的主要关注点。他的想法并没有否认

城市系统变化在城市仿真中的重要地位，但他强调了这样一种思路：一个模型要想对城市形态和结构进行复制，首先要对它的均衡性进行模拟，然后再关注其他特征。而许多理想化的城市规划对于城市均衡性的重新定义往往与人们观察到的城市现状截然不同，因此城市仿真的第一步是要充分理解并对现状进行模拟。

而没有反映出明显动态的模型则是在某一时间横断面上对观察结果进行模拟并做出假设，一旦做出预测，模型所展示的预测结果都会证明这样一点：城市系统会在既定时间内从一个均衡状态向新的均衡状态运动。劳里（Lowry，1964）在他为匹兹堡建立的模型中将这一概念称之为“速生大都市”（第39页），他认为这种模型所产生的预测应当视为对于未来空间结构的“准预测”（第iv页）。而它的准确程度取决于选择的时间段和涉及的变化过程。相比之下，另有一种观点认为城市永远处于不均衡状态中，因此城市仿真系统的重点不应该放在模拟静态城市结构，而是在模拟城市结构变化上，从而反映一定时间范围内的城市发展的动态过程，消除总体层面上存在的均衡状态。从这一角度来看，动态模型更复杂而不是单一的以时间截面为基础，模型在设计中进一步融合了城市变化过程。

在不需要明确表达城市系统变化中错综复杂的动态的情况下，均衡模型能够处理长期或短期内发生的变化。以50年以上为周期的长期变化，例如气候变化等，所达成的新的平衡状态只是未来众多可能性中的一种。对于长期影响的预测只是概念性的，在现状和未来预测之间产生的适应性变化可能会导致预测结果永远无法实现。在这种情况下，这种模型产生的预测结果只能为讨论提供关于未来长期发展的参考，任何变化都有可能发生。而短期变化预测在没有其他因素的限制下如果能够正常进行预测，表现的是短时间内发生的情况。但是短期预测同样也并不完备，因为有许多限制条件只有在结果产生的时候才开始体现。适应性变化往往在很短的时间内发生，而且它的发展方式往往也是不明确的。

在城市系统当中，慢速、中速和快速变化之间有着显著区别，这一观点首先是由温格、格纳德和范戴明（Wegener、Gnad and Vannahme，1986）提出的。发展最缓慢的变化往往与基础设施有关，尤其是交通网络和建成环境；中速变化与人口统计学、经济等相关进程有关；而快速变化则关系到流动性，从地方人口迁移到不同规模、不同网络之间的流动。从较为缓慢的物理结构改变（包括土地运用等）到人口迁移和再分配导致的人口数量和劳动力市场的迅速变化，都充分体现了这一连续统一体的规律。在空间交互区位模型当中，威尔逊（2008）捕捉到了互动中的快速变化，也就是该模型中的上班路程，这种变化每天都在循环，不像住宅供给导致的人口变化那样要经历若干年的过程。空间交互区位模型通常是以横断面研究为基础。在预测过程中，它会假设流动产生后立刻发生变化，而最终的区域再分配则需要更长时间才能实现。事实上，这一变化是隐含于过程中的而最终产生的均衡状态是快速和慢速变化的共同产物，没有明确的时间范围。因此可以设想，在所有条件不变的前提下，预测结果是可以实现的，这也就表示这种绝对稳定的状态只发生在理想条件不变的前提下。温格、格纳德和范戴明（1986）以很有说服力的方式证明，在这种快慢进程混合的背后隐藏着很激烈的对抗性，因此也就成为模拟这些错综复杂进程的最佳方式。

如果模型建立的目的是为了寻求互动和定位而对变化进行模拟，那么新的均衡状态形成的基础就是所有需求都已得到完全的满足。然而我们知道，现实当中永远不会出现这种情况，这也侧面表现了均衡模式是基于未来条件处于理想状态下做出预测的。在绝大多数情况下，需求的变化往往会受到供给的调节，而最终的均衡状态将会由一个复杂的供求关系相互适应，不断克服外界限制的过程。也就是说，这种模型产生的预测主要作用是为规划提供更广泛的支撑材料，引发讨论，即时地为种种假设类问题提供答案。因此迫切需要一种快速无障碍的模型，这一点我们将会在后文中进一步描述。

9.3 一般区位模型

9.3.1 熵极大模型的分析及其导数

首先，我们把模型压缩成极简的形式，用严格的物理量函数来描述工作单位（起点）到住宅区（终点）之间的流。简单而言，我们要模拟的变量——也就是交通流（或出行）——是以人为单位计算的，但是在阐释变量时完全是以物理量为基础的，而物理量是由系统本身的大小和规模决定的。流从技术局限上表现为人们如何进行互动，尽管它在过程中是通过交通成本表现出来的，但是最终还是与系统的结构形态有关。另一方面，交通流通过与之相关的土地面积表现出来。这里研究的模型和第2章中介绍的空间互动模型具有相似特征，但是本章中我们将会运用更加清晰有力的框架对其进行分析，并结合它在此案例中的应用。

我们把流设为T_{ij}^k，代表从起点i，1，2，…，I到终点j，1，2，…，J之间的交通流，交通方式用k，1，2，…，K来表示。其中，研究所涵盖的地区数量为百位数，在此模型中起点和终点共有633个，而相比之下交通方式则屈指可数：只有4种基本方式，包括公路、铁路、地铁和轻轨、公交车等。我们以某个特定区域j为目标，该区域住宅区面积为A_j，通过通向该地区的交通密度T_{ij}^k/A_j对模型进行解析，但是研究对象以交通量的形式表现出来。该模型主要受制于两个物理条件，其一是每一种交通方式的总消耗量用C^k，方程为：

$$\sum_j F_{ij} = \sum_i F_{ij} = \sum_i A_{ik} \sum_k A_{jk} = \sum_k A_{ik} \sum_j A_{jk}。 \qquad （3.5）$$

其中c_{ij}^k代表消耗的能源总量，通过一般技术水平下的交通消耗测度，与用以从起点i移动到终点j的网络k相关联。第二个限制条件是起点区域的活跃程度，即职位的数量Ei，它也是系统中人类活动量的基本计量方式：

$$\sum_j \sum_k T_{ij}^k = E_i。\tag{9.2}$$

系统中的总体交通量T已经包含在方程9.2当中，也可以表示为：

$$\sum_j F_{ij} = \sum_i F_{ij} = \sum_i A_{ik} \sum_k A_{jk} = \sum_k A_{ik} \sum_j A_{jk}。\tag{3.5}$$

这里值得一提的是该模型的特殊结构。方程9.1中的交通方式消耗量都有其控制变量，因此每种方式都有不同的能源消耗，而不仅仅是按照起点不同单纯地把所有交通方式的出行数量相加。这也就意味着该模型模拟了交通方式之间的竞争，而这正是不同交通方式之间人流量转化的重要条件之一。由于基础模型是一个"单一或限制起点"的空间互动模型，除了流动以外，模型主要预测来源就是每个居住区的活动状况，即工作人口数量P_j，可以表示为：

$$\sum_i \sum_k T_{ij}^k = P_j,\tag{9.4}$$

而其他数据可以通过起点和终点的相关数据预测出来，如就业率、总人口等。

为了进一步解析这个模型，我们采取较为完善的一种方式，即T_{ij}^k熵S的定义和最大化分布情况。实际上，我们采用的熵的定义更有连贯性，最初是由Wilson（1970）创建，与巴蒂（1974b，2010）方程有一定相似度，但相互独立，方程为：

$$\begin{aligned} S &= -\sum_i \sum_j \sum_k T_{ij}^k \log \frac{T_{ij}^k}{A_j} \\ &= -\sum_i \sum_j \sum_k T_{ij}^k \log T_{ij}^k + \sum_i \sum_j \sum_k T_{ij}^k \log A_j。\end{aligned}\tag{9.5}$$

接下来我们用方程9.1、9.2和9.3作为因变量代入拉格朗日函数L，求最大熵值，

$$\begin{aligned} L = &-\sum_i \sum_j \sum_k T_{ij}^k \log T_{ij}^k + \sum_i \sum_j \sum_k T_{ij}^k \log A_j \\ &+ \sum_i \lambda_i \sum_j \sum_k \{T_{ij}^k - E_i\} + \lambda \sum_i \sum_j \sum_k \{T_{ij}^k c_{ij}^k - C^k\},\end{aligned}\tag{9.6}$$

在求导取最大值的情况下设方程等于零，即可得出：

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}^{k}} = -\log T_{ij}^{k} - 1 + \log A_j - \lambda_i + \lambda^k c_{ij}^{k} = 0, \tag{9.7}$$

根据这个方程可以很容易地推导出模型。我们还可以在不影响整体性的情况下将常数λ_i与常数-1合并，但不能引入新的变量。模型可以先用对数函数进行表达，然后整理成一般方程形式，即：

$$\left.\begin{aligned} \log T_{ij}^{k} &= -\lambda_i + \log A_j - \lambda^k c_{ij}^{k} \\ T_{ij}^{k} &= \exp(-\lambda_i) A_j \exp(-\lambda^k c_{ij}^{k}) \end{aligned}\right\} 。 \tag{9.8}$$

这里有两个特点值得一提。第一，我们把方程9.2代入方程9.8，可以得出一个很有趣的形式。在这个方程中我们可以把λ_i表示为：

$$\lambda_i = \log\left\{\frac{\sum_j \sum_k A_j \exp(-\lambda^k c_{ij}^{k})}{E_i}\right\}, \tag{9.9}$$

这样就形成了一个log求和方程，该方程在消费者分析中频繁用于表示盈收情况，尤其是与交通有关的盈收。我们可以看到，它与系统中存在的可消耗能量有着直接关系。然而，相同的表达方式却不能使用于消耗量参数λ^k。第二，如果我们把方程9.8模拟出的两种交通方式的营收情况进行对比，就会形成一个很简单的竞争模式。给模型方程中的系数赋值，比如k=1或k=2，然后可得：

$$\frac{T_{ij}^{k=1}}{T_{ij}^{k=2}} = \frac{\exp(-\lambda^{k=1} c_{ij}^{k=1})}{\exp(-\lambda^{k=2} c_{ij}^{k=2})}, \tag{9.10}$$

这意味着这种对数形式的交通模式划分是相关交通消费率$\lambda^{k=1} c_{ii}^{k=1}/\lambda^{k=2} c_{ij}^{k=2}$的直接函数。这一点在模型中十分关键，因为该模型的主要进步就在于其开发目的是为了对比不同交通方式C_{ij}^{k}在能源消费变化上的区别。

还有一点关系到这些方程的细节，但在此不再赘述。在不同版本的模型中，对终点活动的限制——简单来说就是对人口密度的限制

——得到了重视。这就把该模型从起点限制型变成了半起点半终点限制型模型，而它强调的限制条件如下所示：

$$\sum_i \sum_k T_{ij}^k \leqslant P_j^{max}, \tag{9.11}$$

其中P_j^{max}是j区域中居住人口数的极限值。但是只有一部分地区是受到严格条件限制的，因为在许多区域中，这种限制只是概念上的限制，许多区域都有着足够的空间，这一条件几乎不会被打破。然而在城市内部或人口较为密集的地区，方程9.11就起到了关键作用。如果这个限制条件被打破，那么就必须引入新的系数λj来保证方程9.11得到满足，这样一来模型就需要用一种不同的方式进行迭代解析。上述许多方程和其他的附加方程都要做一定的修改才能满足新的限制条件，但是在下述案例中，我们将介绍单一限制型模型案例。该模型的扩展版在建立时融入了许多其他限制条件，读者可以进一步了解（Batty et al.，2011）。

9.3.2 模型校准、验证和评估

确定参数取值有若干种方法，它们都是以满足方程9.1和9.2中的两个控制变量为基础而产生的。首先我们把起点控制变量代入模型方程，得出

$$T_{ij}^k = E_i \frac{A_j \exp(-\lambda^k c_{ij}^k)}{\sum_j A_j \sum_k \exp(-\lambda^k c_{ij}^k)}, \tag{9.12}$$

由此，我们可以为一般系数λ^k进行合理估值，如λ^k=1.5/C^k，然后对比消费预测值和实际测量值之间的接近程度。然后根据预测值和实际测量值之间的差距对系数值进行调整，直到达成平衡。这种方式类似于最大可能性法或直接对熵取最大值。从某种角度来讲，这种方式只是根据数据调整模型，而不是真正对模型进行优化，确保模型在每个交通方式下预测出的总能耗与实际测量值相同（关于该问题的进一步讨论，详见Batty，1976）。

模型还产生了一些变量，它们与空间互动中产生的能耗相关。首先我们把方程9.8代入标准模型中取得熵，并得出如下方程：

$$S = -\sum_i \sum_j \sum_k T_{ij}^k(-\lambda_i + \log A_j - \lambda^k c_{ij}^k) + \sum_i \sum_j \sum_k T_{ij}^k \log A_j$$
$$= \sum_i \lambda_i E_i + \sum_k \lambda^k C^k$$
$$= \log \sum_j \sum_k A_j \exp(-\lambda^k c_{ij}^k) + \sum_k \lambda^k C^k。 \quad (9.13)$$

在方程9.13当中，土地面积在取极值过程中被消除，这意味着它在方程中的主要作用是衡量分布的情况。总体上，熵*S*的结构与系统中未使用能源相关，因此我们通常认为熵与实际能源消耗*C*相同，小于自由能*F*。实际上，方程9.13并不完全符合这种模式，因为取极值方程中的系数应为负值，但是在还原起点控制变量的过程中表现出其系数应当为正值，因此方程9.13应为*S*=-*F*+*C*，由此可得总能耗应为*C*=*S*+*F*，未利用能源加上可利用能源（Atkins，1994）。这就使得城市结构和统计热力学之间的相似程度更高（Wilson，2009;Morphet，2010）。

当变量输入（如消费和就业情况）发生变化的时候，不同能源计量的真正意义才真正体现出来。需要注意的是，土地供应的变化情况在这里并不起作用，但如果土地面积能够影响系统中的能源收益或能源消耗，那么就应当依照方程9.1和9.2的方式把土地作为限制变量纳入模型当中。如果我们只考虑交通消费上的变化——假设每种交通模式的单次运动可以增加或减少Δ_{ij}^k，形成c_{ij}^k（2）$=c_{ij}^k$（1）$+\Delta_{ij}^k \Delta_{i j}^{k}$，那么我们可以通过自由能和实际能源之间的变化推断出熵的变化；也就是说Δ*S*=Δ*C*-Δ*F*。利用上述定量，实际计算过程可以表示为：

$$\left.\begin{aligned}\Delta S &= S(2) - S(1)\\ &= \log\sum_i\sum_j\sum_k A_j exp(-\lambda^k c_{ij}^k(2))\\ &\quad -\log\sum_i\sum_j\sum_k A_j exp(-\lambda^k c_{ij}^k(1)) + \sum_k \lambda^k C^k(2) - \sum_k \lambda^k C^k(1)\end{aligned}\right\},\tag{9.14}$$

方程9.14可以简化为

$$\Delta S = \log\frac{\sum_i\sum_j\sum_k A_j exp(-\lambda^k[c_{ij}^k + \Delta_{ij}^k])}{\sum_i\sum_j\sum_k A_j exp(-\lambda^k c_{ij}^k)} + \sum_k \lambda^k\left\{\frac{\sum_i\sum_j T_{ij}^k(2)(c_{ij}^k + \Delta_{ij}^k)}{\sum_i\sum_j T_{ij}^k(1)\,c_{ij}^k}\right\}。\tag{9.15}$$

自由能，也就是方程9.15右侧的第一个因素，容易让人联想起消费者剩余，而且对该导数有一定直观感受。这些计算方式甚至可以进一步进行简化，但是现有的形式更有利于我们的分析研究。关键是要检验三个基本变量的真实变化，即ΔS熵、ΔF自由能和ΔC实际能源。接下来的分析中，这些变量将会体现移动能耗的变化如何影响它们的收益以及总能耗和移动距离。

该方程表现了能源的两种形式——“不可用”，即熵S，以及“可用”，即自由能F——这些是典型的热力学概念（Atkins，1994）。在这一情境下，如果我们提高交通能源消费C（这里我们假设能源来自系统之外），那么自然分为可用能源和不可用能源，而且二者都可能出现增长，因为人们出行通常会倾向于使用消费较少的交通方式。但是这里较低的总能源消费还是要远远大于原有交通方式的能源消费。因此，重要的是其中的能源分配方式。如果熵相同而能源量增加，那么就意味着自由能的增长速度与总能源量相同，流的相对分布没有改变。如果熵下降，就意味着系统结构更加集中，因此我们可以对熵的不同组成部分和导致系统变化的自由能进行研究。在本章的后半部分

我们会对这些变化进行分析，需要注意的是整个出行过程中会对能源增长情况进行测量。假设总能源消耗翻了一倍，平均能耗并不一定以相同的方式增长，因为模型会根据不同能耗情况对个体流动进行重新分配，因此我们要在后文解析这些数据的过程中特别注意这一点。

9.4 视觉为主导的界面

9.4.1 可视化的原则

本章中我们要介绍的整体原则就是要把模型使用和生成的信息尽可能通过显示设备展示出来，对模型产生的数据、预测结果以及应用进行阐释。这种情况下，我们采用的显示设备就是电脑桌面，或许还能通过浏览器连接到互联网，也有可能是较为传统的媒介如纸质印刷品等。建模过程总共有三个主要阶段，绝大多数仿真模型都建立在这三个阶段之上，且基本符合传统的科学研究方法：第一步，对模型的输入数据进行探究，它反映了利益系统在模型当中的组成情况，继而对数据进行分析归纳；第二步，根据该数据对模型进行校准和调整（以及对模型表达进行确认和认证），这相当于对模型进行实验性验证；第三步，模型产出成果预测。这三个步骤按顺序推动模型发展，其中每一步都采用相同的图形工具，如地图、流线图、网状图、树状图等，通过视觉手段展示信息，如图9.1所示。这一过程与之前采取的更为原始的图形表达方式有异曲同工之妙（Batty，1983;Batty，1992）。

该界面由一个主要窗口和两个工具栏组成，主窗口负责进行主题操作，展示重要输出成果，主工具栏把模型运转的每一个步骤按照从数据到预测结果的顺序串联起来，第二工具栏在每个阶段图形输出时运行。主工具栏从数据输入开始，然后是标准化和分析。最后几个步骤会启动第二工具栏进行图形输出，这对空间数据分析来说具有中心

地位。然后选择一个模型的特殊变体，并在一个窗口中根据已有数据对该模型进行调整和校对。之后由第二工具栏对校对后的模型成果进行视觉演绎，以取得最佳效果。最后，在主窗口上启动模型预测结果输出，场景可以通过文件直接输入也可以根据实际情况建立，场景可能会对就业情况、占地面积、网络属性、不同交通方式的能耗等本地数据文件进行修改。一旦场景设定完成就会生成预测，然后预测可以通过第二工具栏进行再次处理，产生与数据输入和校对阶段相似的图形成果。

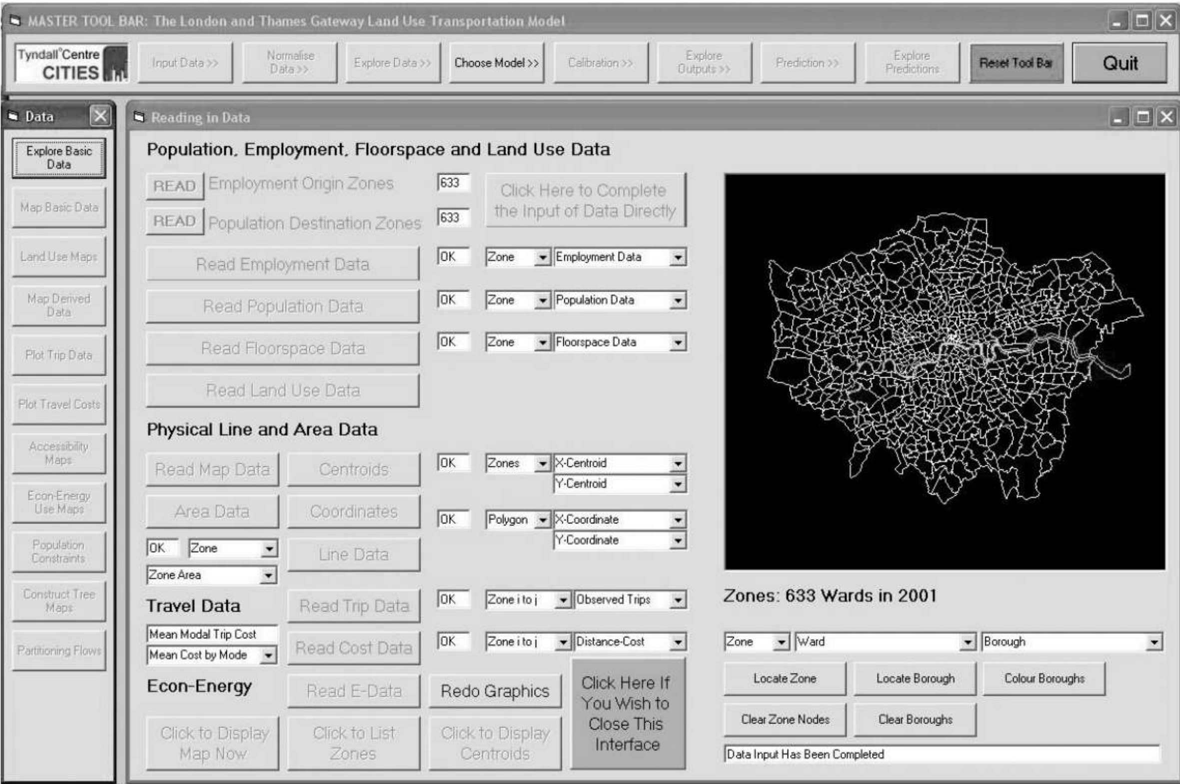


图9.1 基础互动模型窗口界面

第二工具栏中的图形工具展示信息的方式主要有以下几种：二维专题图；生成“需求线”以记录起点与终点之间互动与流量的比例；体现活动数量的柱状图或直方图；反映从小到大不同范围内活动等级与活动规模之间比例关系的树状图，在此案例中指的是伦敦各自治市；以及出行与交通能耗的散点图。这些数据都可以通过图形工具以数量

和密度的形式表达出来，以比率的方式对两个活动进行比较还可以衍生出一些新的图纸。为了丰富分析过程，我们对比了模型的数据、预测结果和一些无法代入模型中的空间数据，我们把模型产生的所有数据，包括地图、流线图、柱状图等，上传到谷歌地图上，与网络数据中的道路、铁路线以及其他数据（如地形和气候条件等）进行在线对比。数据以XML格式上传到谷歌地图，模型生成数据由此生成KML文件。整个过程是在模型运行的过程中实时进行的。用户可以看到3D的数据分析，在浏览过程汇总获取丰富而详细的模型数据利用和信息产出过程，以及谷歌地图中的其他有关该区域的数据。

图9.1中是一个基本的版式——由主窗口和两个工具栏组成，主窗口是一个显示输入数据的界面。在这个界面中，用户可以看到数字形式的数据，调出区域所在位置或所属区域的地图，大致了解数据的准确性和维度情况。启动模型后窗口首先显示的是启动画面。数据输入完成后，界面会出现一个窗口用于控制模型数据处理，选项设定和模型校对。区位图始终在屏幕右侧，确保用户始终掌握运行情况。校对结束后，主窗口会重新加载进入运算阶段，产出预测结果。这一点我们会在下一节中进行详细讲述。

9.4.2 探索性的数据分析、校对和场景生成

主工具栏引导并指示用户按照模型运行阶段顺序从数据一路指向预测结果，而第二工具栏负责控制图形输出，分别在三个关键阶段当中产出图表。我们会对数据分析阶段所运用的工具进行研究，但实际上这些工具与第二、第三阶段模型校对后的预测结果和前景有相似之处。工具栏包括10种主要展示方式，其中有7种是不同种类的地图：柱状图展示各个地点的活动量、专题地图标注各区域活动量、流量图展示某一起点到全部终点（反之亦然）的交通流量。同时，这些图表可以用交互式表单来查询单个地点和流的情况，尽管大多数情况下，每一次地图生成的时候数据就已完全展现在地图之中过了。计数数据和

密度数据有一个很关键的区别，比如人口数量$\{P_j\}$是一个定值，与之相对的人口密度就是$\{P_j/A_j\}$，而此处A_j是指区域j中用作住宅区的土地面积。其他变量也可以根据不同土地用途定义为各类用地的人口密度。

用户可以通过第一个按键来查询某一地点，或许人口流动、就业流动（密度和数量）以及从起点到终点乘坐任意交通工具k所形成的交通流动$\{T_{ij}^k\}$等数据。第二个按键则能够把这些信息整合成完整的地图，然后输出到谷歌地图上进行查看。这些按键能够按照不同用地性质形成专题地图，然后生成分析数据（如当地活动频率P_j/Ej），用户再根据此来标绘出行数据，例如用散点图来表示流量$\{T_{ij}^k/E_iP_j\}$和与之相对的交通能耗$\{c_{ij}^k\}$。按键激活地图的同时，从任意起点采用任意交通方式到达所有终点所需要的能耗都能显示出来（反之亦然），此外还有根据当地潜力、消费剩余和相关指数生成的从特定以某种交通方式起点到终点可达性分区图。最终版的地图上会反映出薪资和房价，这些数据没有在任何应用中使用但已经作为交通流的相当形式嵌在扩展模型当中，同时，人口限制也会通过土地可获得程度体现出来。最后，我们让用户利用任意地点的数据生成树状图，它能够以比例矩形的方式有效表示出每个隶属于某地区（此案例中特指伦敦各自治市）的小区域活动量。

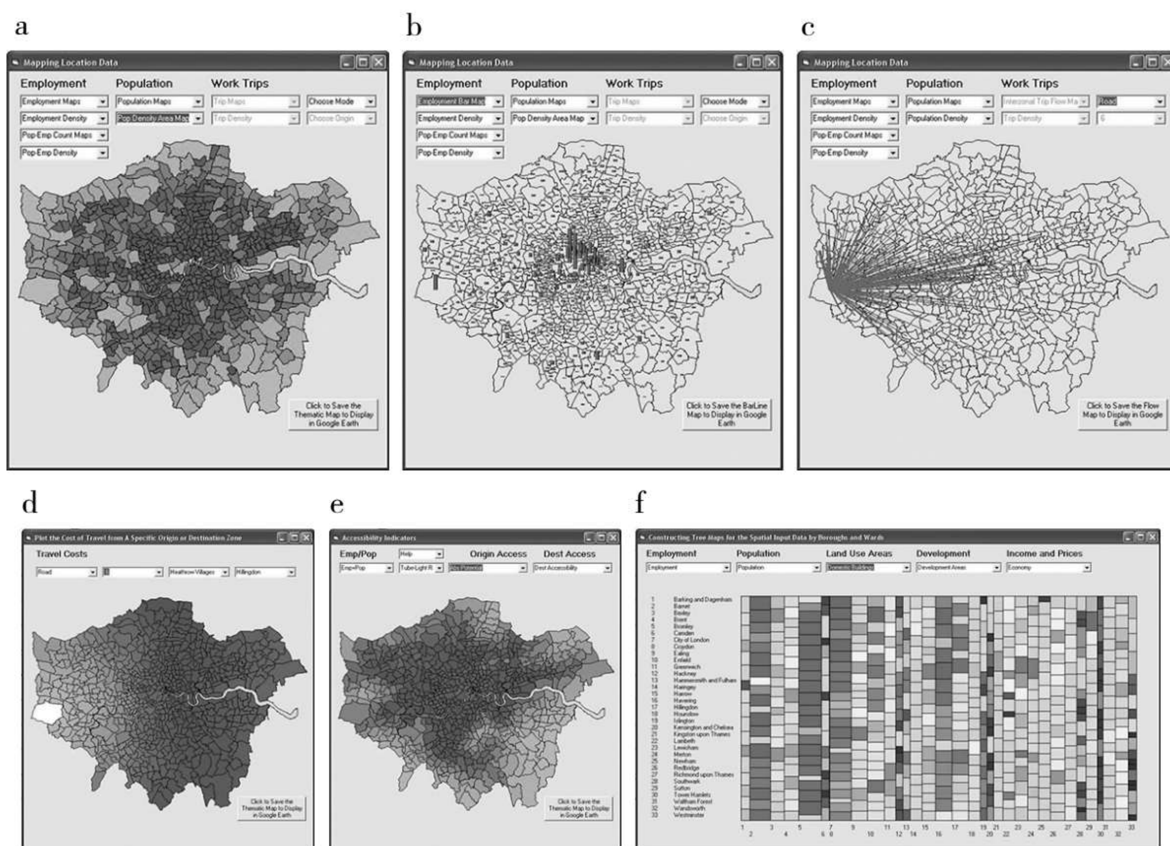


图9.2 探索模型数据产生的一些图表

注：a.人口密度；b.就业数量；c.从希斯罗区域6出发的公路交通；d.从希斯罗出发的交通能耗；e.地铁的潜在可达性；f.特区级和村级居住区树状图。

在b图9.2中，我们通过一小部分图表表达了人口密度、就业数量、从六区西部机场出发的公路交通、能源消费、可达性，以及居住区分布树形图。利用这些图表我们可以了解区域结构，从图9.2a和9.2b中更可以看出，该区域在就业密度和数量上体现出很强的单中心特质。需要注意的是重点路段收费区是根据机场的道路可达性选择的，但是与市中心轻轨和地铁的交通能耗图几乎没有关联。为了完善可视化效果，我们可e以将一些图层中的f信息导入谷歌地图，在图9.3中，我们展示了如何以柱状图表现就业情况，以专题图层表现人口密度，以3D地图表现6区的公路交通流量情况，随着模型不断通过各种媒介生成相关数据，我们可以不断更新可视化成果。图9.3仅仅展示了很少的一部分潜力，我们用这种方式能够对很多问题展开探索。

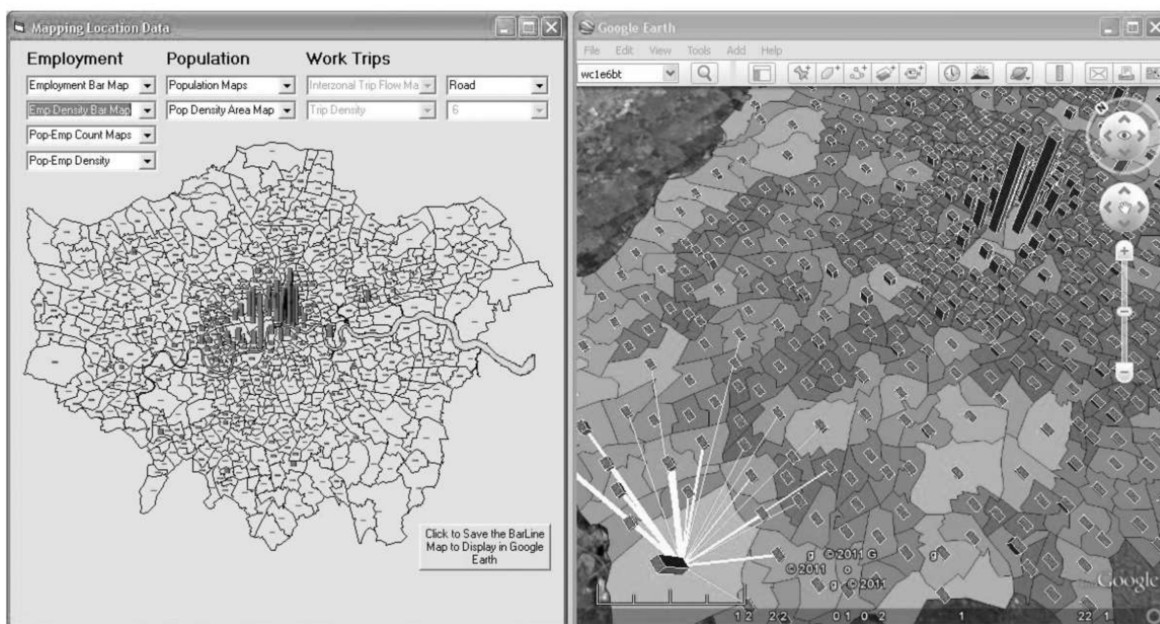


图9.3 以谷歌地图作为外部浏览器与主界面相连接，对专题地图、流、柱状图等数据进行可视化处理

使用相似的图层，我们可以对校对结果和预测结果、观测情况与预测结果进行比较，从而建立起不断循环的学习机制。探索不同活动的影响和互动网络的变化也可以采取同样的表达方式。然而，为了推进进程，首先我们需要处理交通能耗数据，使之与其他消耗相关联，然后我们可以为模型选择吸引因子，也就是土地面积A_j的函数。在本模型中，我们只采用上文中方程9.8和方程9.12中提到的变量。首先我们通过迭代方式启动模型校对，确保再现方程9.1中的出行长度，然后用衰减牛顿迭代法（爬山算法）确保尽快出现汇合点（详见Batty，1976）。至于我们在这里阐述的模型的适应范围是比较适当的，它能够表达62%的人口变动和43%的整体交通流量矩阵。由于本文的主题目的只是介绍一种典型的城市仿真框架，并不需要对其结果做出评价，因此我们把最简单的不加限制的模型呈现如下：

该模型并不是适应性最强的模型，适应性强的模型要包括薪资、物价、土地面积制约等，这样的模型我们会在稍后进行分析。在图9.4中，我们展示的是典型的表现人口数量和密度的模型形式。

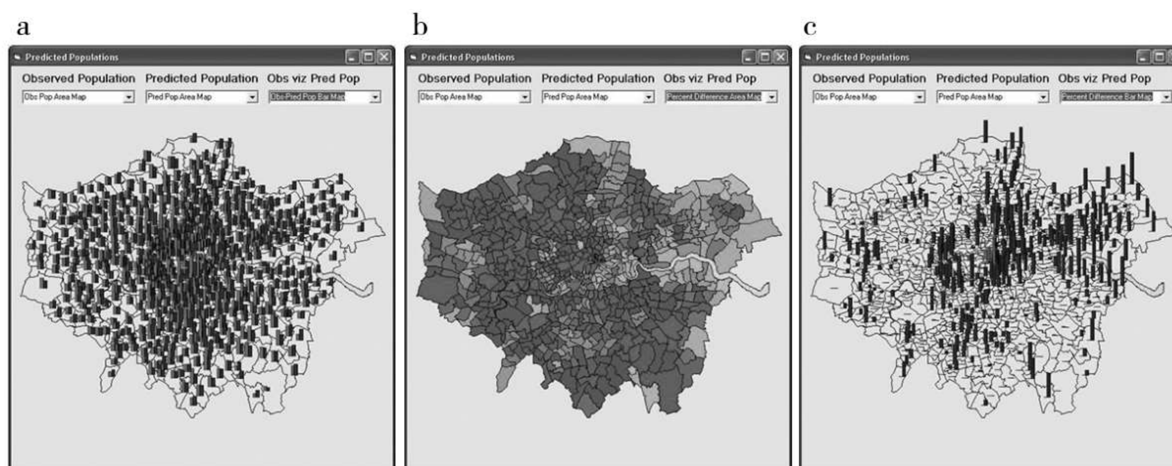


图9.4 模型对于居住人口的预测

注：a.预测人口和实际人口；b.比重差距（灰色指预测过量，黑色指预测不足）;c.比重差距条形图（灰色指预测过量，黑色指预测不足）。

最后一个阶段要进行场景影响测试。这些场景是由不同的输入变量产生的——就业、交通能耗、用地制约等。用户可以导入含有场景的数据文件，或者也可以利用主窗口的可视界面生成场景。在图9.5中我们展示了其中一种界面，表明了用户如何通过增加交通路线来丰富交通网络，在该案例中，新增的路线是从西部机场到某一中心火车站。把该数据输入模型即可重新得出该交通工具通行的最短路线。这样一来就收集到了测试所需的未来场景。我们可以根据它的出现做相关的预测并在第二工具栏中对这些预测结果做出探索，产生图标。现在我们可以对三组结果进行对比：实际数据和校对后数据，实际数据和场景预测数据，校对数据和场景预测数据。实际上，真正应该比较的是最后一组结果，因为所有由于模型导致的错误都会被包括进来。因此，当我们研究变化和影响尺度的时候，更恰当的做法是对比校对结果和预测结果，而不是实际数据和预测结果。

9.5 缓慢变化和快速变化：城市能源消耗带来的影响

虽然这类模型实际上模拟的是均衡状态下的世界，但利用模型预测未来趋势会引起一系列动态矛盾，而这些矛盾会在新的均衡条件下得以解决。洛利（Lowry，1964）“速生大都市”初始想法的产生是基于这样一种概念，即校对后模型中的新生结构寓于已有均衡模式当中，只有通过模型对未来进行预测时新生结构才会显现。因此，校对后模型和未来状态之间的比较，就如同模型场景中发生新变化时把模拟的现状均衡（并非现实中的真实情况）和未来均衡相比较。而这些预测对于模拟相关变化的意义取决于模型的内部动态变化中蕴含的发展过程。

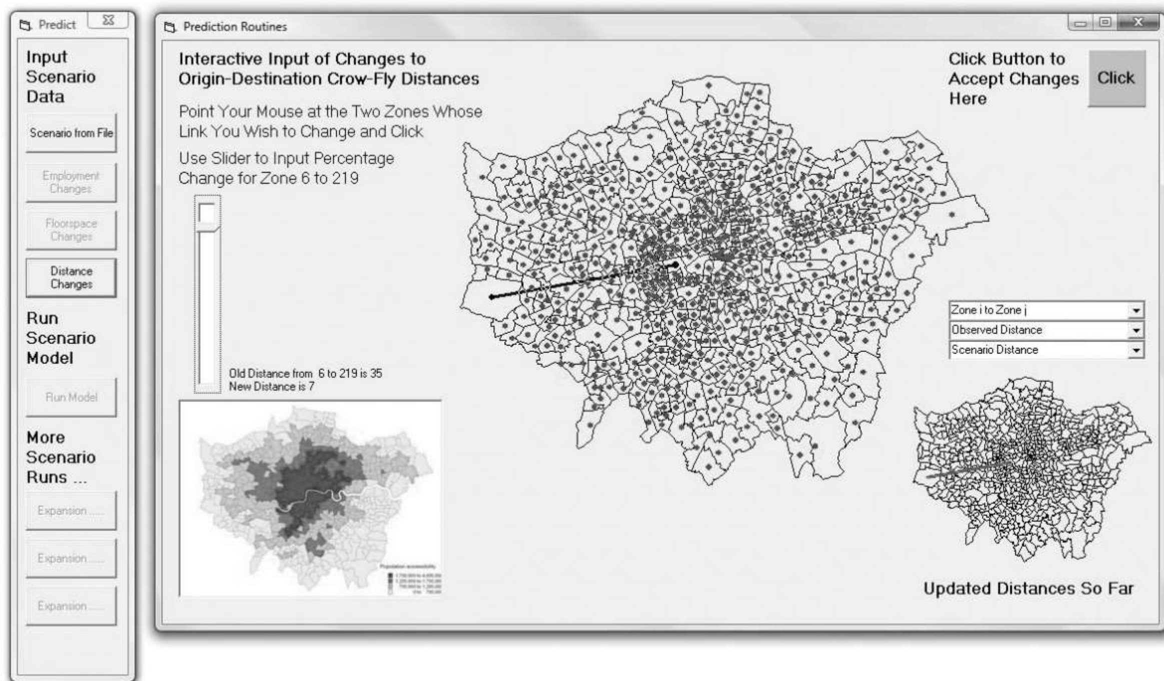


图9.5 建立飞行场景：输入一条从希斯罗西部机场到CBD的伦敦西区的新重型铁路线

在地点和出行决策变化中存在着一系列不同的动态。对于出行决策来说，如果消费增加，那么人们很快就会转向低消费的出行网络模式。如果较为经济实惠的交通方式容量有限，那么交通方式选择的转换就会引起拥堵。这一过程需要时间来自行平衡解决，但是很可能要比位置变化的生效速度快。位置变化对于消费的影响显然需要更长的时间才能见效，居住地的迁移或许不会产生即刻影响，而职位分布变

化（该因素不在本模型考虑范围内）也需要较长的变化周期。而实际影响因素往往是在那些位于第二或第三位的因素，它们需要较长时间的适应过程，而我们对这些因素知之甚少，因为它们往往与其他变化交织在一起。

我们可以对交通划分方式变化和位置变化做出严格区分，然而两种变化最终都会转化为基础设施分布变化，这种变化进程速度更慢。相比之下，用不同方式使用同样的基础设施，产生不同的活跃度则是一种快速变化（Wegener、Gnad and Vannahme，1986）。比方说，我们的模型最初设计时是为了测试气候长期变化带来的影响，尤其是未来100年内海平面上升对大伦敦地区人口分布的影响。在此期间，可能会出现重大变化或情况改善，因此未来的实际情况可能与模型预测的均衡模式有着很大区别。

实际上，均衡模型的重要之处在于它能够筛出必然会出现的变化。大多数同类城市仿真模型都是传统的“假如”（what if）模式，这类模型一般用于提出并回答特定问题，例如“假如其他条件不变，当X改变时，它对目标系统产生了怎样的影响？”简单来说，模型能够体现明线和暗线影响中暴露出的因果链，在这一案例中就是指互动和区位两个因素。虽然模型能够确认互动和区位因素分别造成了多少变化，但是其中的平衡只能由整个模型的结构决定，而模型结构中包含了许多像这样的因果链。然而，基础设施变化则更加难以精准计量，因为在更长的时间范围内，基础设施变化显然还造成了相应的交通方式、线路、区位等方面的变化。而实际上我们所举的核心案例是有关消费变化而非基础设施变化的，从众多的可能性中选取一个来进行检验。我们要做的是检验公路交通消费翻一番后对其他交通方式造成的影响，也就是说，我们会整体提高系统内公路交通的消费，使单种交通方式消费翻一番，保持其他交通（即铁路、轻轨、地铁和公交车）方式消费不变。而适用于所有用户的其他交通方式不纳入分析范围之中，因为这些交通方式没有经过合理建模。汽车（k=1）的交通消费从状态（1）到状态（2）的变化可以写为：

$c_{ij}^{k=1}(2)=2c_{ij}^{k=1}(1)=c_{ij}^{k=1}(1)+c_{ij}^{k=1}(1)$。如果我们把它代入交通模式对比方程9.10即可看出任何交通方式之间的交通量转化都是前一种交通方式的函数得出的，即

$$\frac{T_{ij}^{k=1}(2)}{T_{ij}^{k\neq 1}(2)}=\frac{T_{ij}^{k=1}(1)}{T_{ij}^{k\neq 1}(1)}\exp[-\lambda^{k=1}c_{ij}^{k=1}(1)], \tag{9.16}$$

显然，高成本交通方式的消费增加越多，交通量的百分数变化就越明显。这一点符合逻辑，因为消费的增加可能会造成出行量的减少。

当我们按照这种方式把交通消费增加一倍以后，模型的预测结果在所有交通方式当中发生转变，正如行人寻找最实惠的交通线路，而且由于模型属性为单一限制型，居住地区位也会发生相应变化。这里有两个主要指标，其一是平均总交通消费，该指标在公路交通方面应当出现相应上涨（虽然交通方式变化很可能意味着公路交通消费并不会因外源性变化导致涨幅达到百分之百），其二是交通方式划分。相应数据记录在表9.1中，从该表中可以清晰看出平均交通消费总体上涨17%，其中涨幅最大的就是公路交通消费，达到27%。铁路和地铁消费仅上涨2%和3%，而公交车平均消费则略有下降，降幅为2%。这些变化几乎与交通方式划分结果完全相反，其中自驾出行下降了46%，相比之下公交车则上涨了42%。而铁路和地铁则分别上涨了35%和21%。如此显著的出行方式转换也会伴随着居住地区位的变化，这一点我们马上就会检验到。实际上，需要注意的是如此显著的出行方式转换并不会真正发生，因为实现这一结果需要修筑大量铁路基础设施并大幅扩展公交系统。然而，这就体现了系统中存在的压力，从这一角度来看，其结果与利用均衡模型探索未来具有一致性。

表9.1 平均交通消费与交通方式划分产生的变化

出行方式	观测平均出行消费†	预测平均出行消费	百分比差异	观测出行方式占比	预测出行方式占比	百分比差异
公路	38.668	49.157	27.124	0.389	0.210	-45.899
铁路	77.780	79.591	2.328	0.122	0.165	34.997
地铁	59.662	61.196	2.570	0.331	0.400	20.988
公交	14.659	14.428	-1.576	0.158	0.224	41.926
总计	47.600	55.621	16.851			

实际平均交通消费和交通模式占比都是校对后的数据，因为模型需要经过校对才能满足这些限制条件。

原状态（1）和新状态（2）之间的交通量变化直接导致了方程9.4中终点住宅区活动的变化。从不同角度来看，这些变化可以由以下方式表达：

$$\sum_i \sum_k T_{ij}^k(2) - \sum_i \sum_k T_{ij}^k(1) = P_j(2) - P_j(1), \quad (9.17)$$

在该方程中，总交通量根据定义可以表示为：$\sum_{ijk} T_{ij}^k(2) = \sum_{ijk} T_{ij}^k(1)$，设所有地点居住活动的差异总数为零，即：

$$\sum_j P_j(2) - \sum_j P_j(1) = 0。 \quad (9.18)$$

简单来说，消费变化只会对已有活动进行重新分布，而模型预测的新均衡状态显然是一阶均衡模态，模型当中没有任何元素能够预测出其他各阶的效应，这种新均衡状态是由表9.1所示的区位变化和交通方式划分变化组成的。

我们可以生成两个更加生动的图表来表达这些区位变化，首先我们利用如下方程计算出总人口的绝对比例构成：

$$\Phi = 100 \frac{\sum_j |P_j(2) - P_j(1)|}{\sum_j P_j(1)}, \quad (9.19)$$

然后我们可以从任何一点将所有区域分为两个部分，Z_1和Z_2，因此两组区域的总和即可表示为$Z=Z_1 \cup Z_2$，

$$\sum_{j \in Z_1} [P_j(2) - P_j(1)] = -\sum_{j \in Z_2} [P_j(2) - P_j(1)]。 \quad (9.20)$$

方程9.20的用意是以任意方式将系统中的区域划分为任意两个部分，我们可以观察从一个子集到另一个子集所产生的流。这样我就可以比较出区位限制造成的影响是否在空间上偏向于系统中的某个区位，特别是在本案例中是否偏向于城市内部或郊区地带，从而反映出各地区在汽车使用方面的差异（Batty、Hall and Starkie，1974）。

模型得出的最令人震惊的预测是消费上涨后迁移居住地的人口数量Φ仅占总数的2.4%，约110 736人次。这一数值非常低，反映了系统应对交通成本改变的弹性程度。然而如下图所示，虽然总消费会大幅上涨，但是实际上潜在的居住地变化造成的二次消费却比预想的要少很多。从某种角度上讲，这一结果只是解释了交互活动比区位有更高的变化自由度。图9.6展示了区位变迁的空间规律，从图中可以清晰看出，除相对比较活跃的西侧走廊能够吸引部分人群以外，其他地区城区人口相对集中而郊区人口相对减少。这一现象很可能是由于城市西部以及机场附近的就业岗位，以及与伦敦西部和西南部有良好交通连接的繁华的通勤者地带造成的。通过反复试验，我们得出了系统内的非连贯地区划分方式，使得大量人流穿过区界线。用户可以通过点击大范围或小范围（教区或自治市）来选择区划，从教区等级来看，有633种可能组合。显然，使用该工具需要对模型的工作方式和空间系统的结构有一定了解。

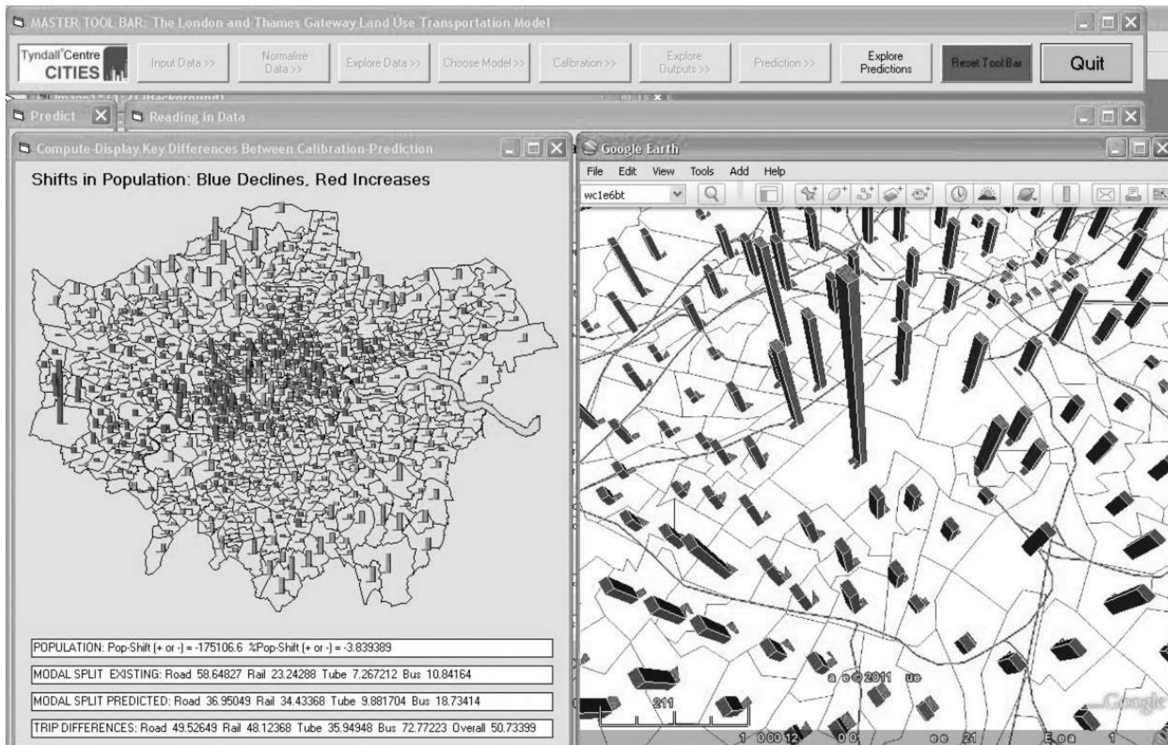


图9.6 公路交通消费翻倍对私家车造成的区位分布影响

注：灰色表示人口增长，黑色表示人口下降。

前文介绍的能源方程也为这些结果间接提供了参考。能源和熵的计量单位与模型输入数据单位完全不同，后者是按照形成所用时间以分钟为单位计算的。这是因为方程9.13和9.15中的熵是通过总交通量来计算，而不是像传统模型通过求导推出熵极大值中的概率来计算（Wilson，1970）。此外，方程9.13清楚地表明，不同交通方式产生的消费经过适当交通系数的计算，对结果进行叠加形成复合消费。然而，这些数值的相对比重在一定程度上解释了系统从第一状态（1）如何转化为场景状态（2）。我们把这些数值列在表9.2中，从中可以看出百分比的变化。

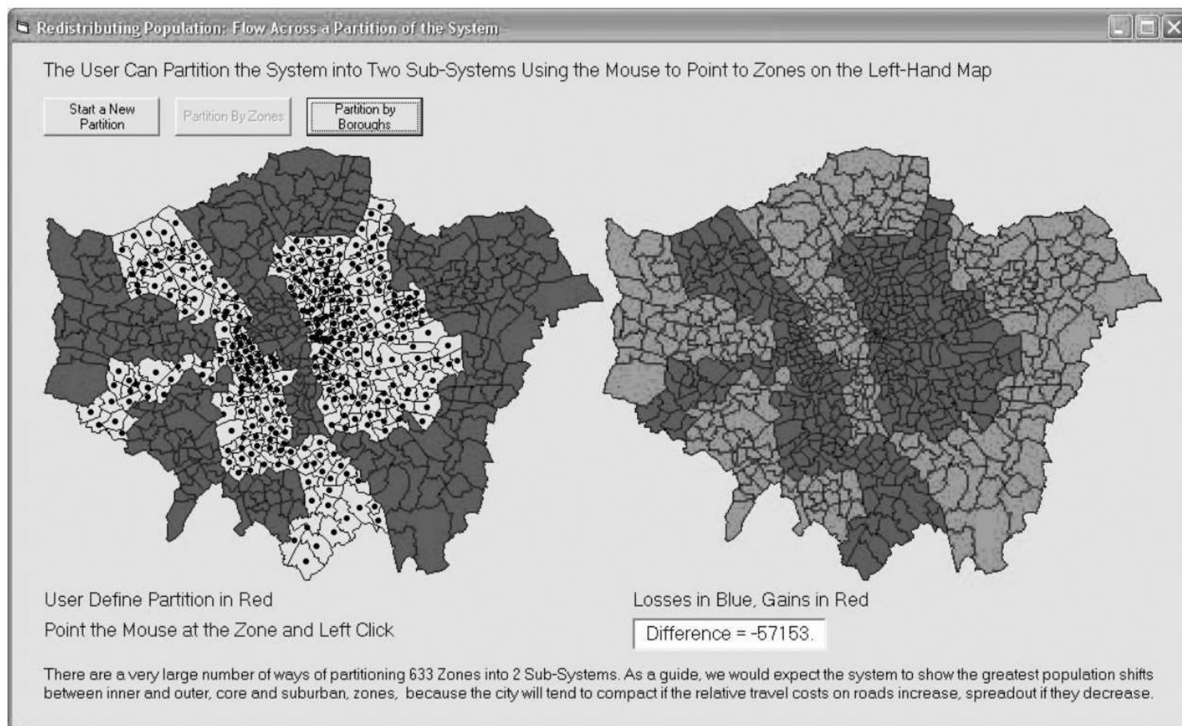


图9.7 基于非连贯地区划分的人口再分布

注：黑色表示人口减少，灰色表示人口增加。

关键在于，由于外部原因公路消费上涨100%，总能源消耗大幅上涨，致使自由能相应上涨，而熵只有轻微上涨，这意味着整个系统内交通的集中程度有所下降。总能源上涨幅度及其中自由能的涨幅很大程度上是由于公路消费上涨100%造成的，这种上涨极大程度上导致了交通方式的重新分配，而其他交通方式消费也因此出现了大幅上涨。显然，通过分解的方式我们不难看出，所有交通方式产生的消费的总和即为总消费。至今我们尚未对熵方程在不同交通方式下的分解进行探索。其原因在于，自由能方程中的耦合机理使得模型能够整体运作，因此自由能方程是不可分的，而这又会对熵方程的分解造成干扰。然而有关这一领域的研究方兴未艾，十分活跃。由于人们对于资源消耗殆尽和气候变化问题的日益关注，该领域研究也愈发得到重视。40年以来，熵极大模型中能源的真实含义始终处于沉寂的状态，直到现在才开始对这些概念进行量化计算（Batty，2010）。对于表9.2中的数据有很多种解析方式，读者可以参看威尔逊（2009）和莫费特

（Morphet，2010）最近发表的几篇论文。有关城市的科学研究就应当指明能量如何在城市中进行空间移动，城市的状态（包括其物理形态和网络形态）如何对能源及其消费进行分布。基于这样的想法，本章希望提出一种前进的可能性。

表9.2 熵、能源和消费

能量值	观测校对后状态(1)	场景预测状态(2)	百分比变化
熵 S	4 550 379	4 551 015	0. 014
自由能 F	9 243 178	50 642 320	448
总出行消费 $\sum_{ijk} T_{ij}^k c_{ij}^k$	4 692 799	46 091 305	882
公路消费 $\lambda^1 C^1$	3 657 600	1 654 163	-55
铁路消费 $\lambda^2 C^2$	3 142 503	6 351 686	102
地铁消费 $\lambda^3 C^3$	1 343 076	10 268 510	665
公交车消费 $\lambda^4 C^4$	1 100 000	32 367 970	2 843

为了进一步完善这一场景，我们将研究公路消费提高100%对于可达性的影响。图9.8对可达性变化进行了描述，我们根据对标准对数和也就是熵方程9.13中第一个因式进行计算，然后把它代入起点可达性中，也就是计算工作地的可达性。我们可以把每个重点的可达性变化方程表示如下：

$$\Delta V_i^k = \log \frac{\sum_j A_j \exp[-\lambda^k c_{ij}^k(2)]}{\sum_j A_j \exp[-\lambda^k c_{ij}^k(1)]}, \tag{9.21}$$

但是这种形式的可达性并没有在不同交通方式之间表达出明显的变化差异：在三种交通方式中，变化前（1）和变化后（2）的交通消费情况相同。然而，当我们对道路可达性变化进行检验时，从图9.8中，我们可以展现变化前、变化后的状态，并利用方程9.21计算出二者可达性的比率，设k=1。

二者的可达性状况在图中以等级的形式表示出来。可达性越强的颜色越深，反之颜色越浅。两种状态下的分布情况有一些相似之处——即可达性分布向中心地区聚拢——这一点在图9.8c二者间的比率中得到了更加清晰的表述。从图中可以看出，西南部的可达性有所降低，而中心收费区的可达性则有所增加，这是因为在交通消费普遍提高的情况下，消费更高的区域（伦敦中心市区）会变得更有竞争力，尽管其单位交通消费仍是该区域最高的。

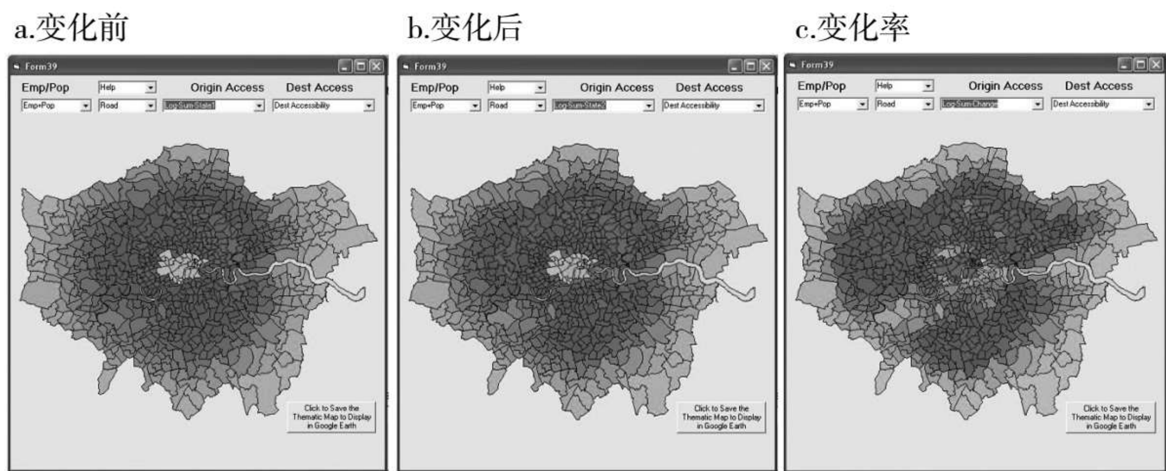


图9.8 道路可达性

9.6 扩展城市仿真

如今，我们正在不断拓宽模型涵盖的内容，提高研究区域数量，扩大对象城市规模。我们对于模型可视化、操作快捷的要求依旧是城市仿真系统发展的主要目标之一。但是为了大规模实现这种扩展变化，我们需要为模型开发一种简约桌面版本，并利用最新的软件编出更加快速的网络版模型。住宅区模型与商业和地方服务设施模型相关联形成模型拓展，反映出一种更加综合的模型发展方式（Batty，2009b），其中涵盖了对活动类型和模式的分析，并且能够适用于不同区位和交通网络的容量限制。新模型包含了交通量在不同交通网络间

的分配，以及容量限制分析反映出的交通消费情况。事实上，我们并没有对该模型中支撑四种交通方式的交通网络系统的本质进行论述，但是这些网络结构已经蕴含在构成多种可视化成果的专题界面之中了。

在本章展示的模型结构中，最有可能发生潜在改变的就是住宅区位模型。韦格纳（Wegener，2008）认为，城市系统所建模的每个领域看起来都有待于经济动态的不同解释。他认为，零售业要求对出行成本和可达性等供求关系变化实现快速反应，而住宅区位则更多反映了房价和出行成本之间的平衡，结果很大程度上取决于工资情况。我们将现有模型中的出行成本约束替换为预算公式，可以把收入与消费通过新的变量联系起来。因此，方程9.1即可表示为：

$$\sum_i \sum_j T_{ij}^k \left(w_i - c_{ij}^k - r_j \right)^2 = \sigma^k , \qquad (9.22)$$

其中，w_i为地点i的平均工资水平，而r_j代表地点j的平均房价（或适当时间段内折算后的租金）。方程9.22实际上计算的是方差，确保绝大多数出行消费处于工资和交通消费间的差异的平均值。假设越接近消费预算的极限人们重新选择住址的概率就越高，那么运用该变量和起点方程9.2中的一般变量产生的模型即可表示为：

$$T_{ij} = KP_i P_j d_{ij}^{-\phi} , \qquad (1.6)$$

我们可以用不同方式建立预算方程，因此该模型可以有多种变体，在有数据支持的情况下可以变成特定交通方式的模型，当然，分解方程也使得该模型能够用于不同工作群体和住宅类型。这就是我们提出的涵盖三个部门的扩展模型，其中当地服务设施和商业发展采用了不同于住宅模型的方式进行分析处理（Batty et al.，2011）。此外，在这类模型当中，实际交通量与租金、交通消费和购物消费呈正相关。

当我们利用现有模型对交通消费变化进行检验时可以看出，人口区位分布变化相对于交通方式分配变化小一个数量级。仅仅2.5%的工

作人口的居住地点发生相应变化，而我们对城市系统的经验以及人们通常对成本变化的反应都提醒我们，这一数值太低了。虽然在模型分析并没有体现，但是居住地变化几乎是第一顺序变化。方程9.23中的新模型（我们已经对其有了一些基本尝试）对交通消费和房价进行直接比较，表现出了更明显的变化。如果交通消费像测试场景的那样上涨100%，那么根据方程9.23模型，人口迁移率约为12%。因为当公路行车交通费上涨后，人们不得不降低在住房上的开销，也就需要找到更加便宜的住所，即产生了直接的区位影响。在扩展模型中，这种结构对区位分布影响很大。因此，成本变化带来的影响是相当现实的。实际上，未来在应用该模型及其拓展模型时，我们计划探索大量彼此不同但相互关联的场景，这样我们就可以检验人们对成本变化的敏感度及其产生的影响。由于模型的运转速度很快，可以生成上百种这样的场景，从而得出一些对此类行动进行训练的方法，进而使用户能够通过简单有效的方式探索未来的解决方案（Batty et al.，2011）。

我们关于未来发展趋势的最后尝试是关于用“熵能源”模型支撑本模型以及其他相似模型。我们需要不断投入更多努力，才能在城市系统与能源的空间流动方式之间建立适当的联系。我们需要对自由熵提供更清晰的解释，并且深入分析能源在系统中流动的方式，二者在交通方式选择模型中是并行的。计算能源的问题之一在于，熵极大模型由于历史原因很难进行计量。而联系模型中交通成本参数和分区（标准化）函数的作用需要持续计算才能证明。这些都是在扩展模型研究中的热门问题。在扩展模型中能源变化的影响将会成为该模型持续发展的动力。因此，我们预测，本章研究的城市仿真将以城市物理形态和能源流动相结合的形式出现。为了实现创造和设计出更加可持续的城市，我们将会不断丰富有关城市形态的分析。

第三篇

设计的科学

在第三篇中，我们将从理解城市转到设计城市。但是在扩展我们的科学的过程中，所使用的工具是相同的。我们认为设计嵌入在关系网络之中，这样的网络存在于任何有着利益关联的对象之间，而生成新设计的过程也是在对未来的不同看法之间开展沟通并寻求解决之道的一种手段。有很多人在探讨城市科学的时候不考虑城市的设计，将设计简单视为一种相对积极的手段，并假定城市与城市规划之间是互相分离的。甚至有观点认为，在城市进化过程中设计影响不大，是基本上可以被忽略的活动。然而在过去的半个世纪中，我们对城市的理

解最大进步就是认识到，如果我们不考虑城市规划与设计等政府干预手段的影响，我们就无法真正理解城市。正如当我们尝试在量子级别观察波和粒子的时候，我们干扰了宇宙的运转，我们的规划行为也干扰了城市，有时候甚至是观测城市现象这个行为本身都会改变城市。此外，我们规划的结果往往会成为子孙后代需要面临和解决的问题。简而言之，城市和城市的设计是无法切割的整体，不可能在忽视一方的情况下讨论另一方。设计往往是我们试图理解的问题的一部分。

仅仅在100多年前，当城市规划在西方国家第一次被制度化和专业化之时，知识分子和知情公众普遍是反城市的，规划的最高意义上就是让城市变得美丽，这个任务逐渐转变为具有可操作性的权宜之计，比如降低污染、密度、各种形式的拥堵，以及为城市重新注入在工业革命、快速城镇化和城市兴起等过程中大量失去的“绿色”遗产。新城、田园城市、土地使用和活动的分区，为新经济活动安排选址，中心城市疏散等概念成为首选。这些手段为建筑师、规划师和社会分析师等专业人员所专属，他们假定城市通常处于消极的环境之中，可以对功能和人口分别进行规划。由于明确以技术为中心，通过规划改善城市状况成为必要条件。

这个观点本质上将认识并理解城市与通过设计改变城市功能结构割裂开来。在一个世纪前，这门发育不完全的科学很大程度上是物理主义的，所关注的中心是专业性，与城市本身的联系反倒不那么紧密。然而在积累了足够多的干预经验之前，人们通常并不认为规划会让情况变得更加糟糕。在20世纪70年代，瑞特尔和韦伯（Rittel and Webber，1973）在规划理论评述中认为，许多城市问题极其恶劣，因为各种改善行动经常会适得其反，设计不仅没有解决反而加剧了问题。简而言之，他们认为城市实在太过复杂，不可能对所拟订方案的后果和影响进行跟踪，与一开始就没有规划相比，这些方案往往会以让一开始的问题变得更加严重而告终。

在第1章中，基于城市与机器之间隐喻，我们介绍了传统的城市系统模型，通过系统，我们可以用某种形式的控制器引导城市朝向未来渴望的状态发展。这个模型也只能止步于隐喻，没有人认为城市可以像自动控制装置一样被控制。不仅如此，尽管这一模型很快就被降低了要求，但有一种城市科学可以引领我们用技术手段来解决各种城市问题的思想却始终构成了城市规划的基础。这个理性决策模型松散地构建在可以通过一些非正式的优化过程来进行规划的概念之上，在过程中不断展开分析，提出替代规划并修正预设目标。西蒙（1960）用“情报设计选择”流程对这一决策模型所包含的理性思想做了最好的总结。

这一模型已经不再是城市规划的核心。当我们的科学用于影响规划时，有许多不同的观点（或者说不同的科学）同样作用于解决城市问题，理性决策模型只是大范围对话的一部分。不仅如此，我们的城市模型现在变得更加“自下而上”，正如本书的第一篇和第二篇中所强调的。在这个意义上，我们每个人都是整个演进过程的一部分，扮演了与其他角色相伴而行的规划角色。简而言之，行动者或代理人逐渐成为关注的焦点，他们构成了规划过程的一部分。这种观点认为，对于应当如何制定规划和政策来说，代理人如何生成设计的模型才是核心。实际上，设计可以被定义为生成规划的过程以及随后的决策。我们需要的是设计过程的模型，以及从中衍生出决策的方法。正如博尔丁（Boulding，1975）所说的：“世界的未来发展是决策的结果，而不是规划的结果。规划只在它们影响决策的时候很重要”。我们需要的是可以用于决策的设计模型。在第三篇中，我们将开始探索如何建构这样的模型，并在与相应利益相关者的对话中应用。

在第10章，我们将从可以迅速导向决策模型的设计模型开始。在整个第三篇，我们都将设计和决策看作在相应利益相关者之间解决冲突或达成共识的过程。意见池中的“平均初始意见”这一思想将会是我们关注的核心，因为对各种意见的重要性进行加权的概念会在我们介绍的模型中反复出现。意见加权将被依据彼此交互的行动者和代理人

之间的关系进行模拟，而关系是网络的一项重要功能，使人们能够交流和传播观点。由于行动者与区位关联，各种决策也往往由特定场地发生的事件而引发，区位和空间互动仍然在这些模型框架中有重要地位。

我们的基础平均模型是一阶马尔科夫过程的镜像，这会得到强连接交流网络的稳态（或共识）。也就是说，其中的每个行动者可以与其他任何一个行动者展开直接或间接的交流。我们在第11章中建立了这个模型，并强调本书第三篇的焦点将从结果转向过程，设计不仅是产品、规划或最终成果，也是一个过程。

在第12章中，通过介绍行动者之间的交换理论，我们将把焦点从设计转到集体行动的过程。在这一点上，我们引用了一个理念，即城市运转方式和行动者设计规划方案的方式，都涉及可以通过多要素关系进行预测的网络。二部图将再次在展示关系网络上发挥作用，比如，行动者和他们渴望控制或有兴趣的位置之间的关系网络，或行动者与问题、行动者与政策，或与设计过程有关的任意两个不同的对象集之间的关系网络。我们可以预测与这些二部图中的每个对象集中的互动相关的单部网络。在集体行动的理论中，我们广泛地应用这一思想，当共识达成，集体行动理论在定义每个对象集处于稳态时的重要程度时产生了一系列关系或权重。

该模型在结构上仍然是马尔科夫结构。言下之意是，这种二部关系可能可以扩展到三部甚至更多，极大地放大了问题的维数。但是，必要的演算还不存在，我们必须满足于禁锢在二维的世界里，其丰富性可以通过一系列二部集来部分表达。

在第13章和第14章中，我们介绍了一些关于交换和交流的案例，这些交换和交流可以导致行动者在土地上所拥有的利益以及他们在同一片土地上所拥有的控制权发生变化。我们设计了不同的半现实应用，首先是在伦敦市中心进行土地开发的冲突问题，其次是委员会的决策，涉及在典型政府背景下，把资源需要分配到各种服务中的预算

控制。这些案例指出我们的模型可能在真实世界中进一步发展的方式，重新回到城市模型的起点。有很多种方法推动这一努力，但这是未竟的事业，正如我们将在结论中阐述的一样。

第10章

层级化设计

艺术家并不表现科学；……（但是）他会经常与科学家具有相同的兴趣点，并通过视觉集成来展示科学家用解析方程或实验演示的内容。

——刘易斯·芒福德（Lewis Mumford），
“艺术”，摘自《人类向何处去：现代文明的全景》（1928，第296页）

到目前为止，我们介绍的工具大多关注分析性地建立城市科学，但正如我们将看到的，相同的这些工具，可以被综合地塑造为对城市的一种理解。在这个意义上，与将城市作为整体考虑的综合方法相反，分析包含了将城市解构为其组成部分和相互作用的内容。分析往往是自上而下的，而综合是自下而上的。但这样的观点有一个变体，即解构关注现存的形式，构建则关注新的形式；此外解构还关注分析和科学，构建则关注综合与设计。到目前为止，我们已经介绍过的这些工具都集中在解释存在是什么，即真实性，而我们在本书的最后一部分中将要介绍的是专注于设计可能存在的东西，即可能性。尽管这些工具在我们处理相互作用和关系的方式上具有极大的共性，但我们用来改造和设计新的城市形态的方法，其中观点的本质方向发生了转变，从关注过去与现在转变为关注未来。正如芒福德（1928）在上述引文中的观点，作为艺术的设计与科学相比较，其差别在于建构世界的手段是视觉集成还是分析实验。

我们已经通过介绍大量的工具来阐述这门新科学，但我们的根本理论需要建立在对假定独立于结果的各种变量进行定义的基础上。从这点来说，我们假设变量在函数关系上是独立于结果的，也就是说，结果y由变量x决定或生成，而反之不成立。因变量和自变量都是可观察的，同时，科学的任务是在理论和实证上发现x和y之间的关系。好的理论必须在应对解构的尝试时是实证可证伪的和稳健的，同时也符合我们对世界如何运转的思考和直觉。定义适当的结果和自变量是一种能力，而不是科学本身，这意味着科学中的设计也许和设计中的科学一样多。然而，科学推进的方法包括把假说定义为可以通过准演绎的方式进行实验或通过计算机模拟来检验的关系，或者通过设定的假说检验循环运转过程中的一系列观测来推断。对良好科学的最重要检验就是理论带来的预测是否可以被观察所证明，这些观察完全独立于一开始产生假说的方法。这是19世纪和20世纪的经典科学的基石，在某种程度上这种判断目前也面临着细致推敲，因为我们所处理的系统的复杂性在增加。

就像科学是寻找一个变量集与其他变量集之间的因果关系，设计可以被看作遵循相同的结构，但有着不同的观点和目的。设计往往可以被理解为对一系列自变量进行操作，当这些自变量综合或融合为一个结果时，我们可以称之为一个“规划”或“设计”。自变量是决定问题在某些方面的解决方案的要素，要素综合是对它们进行聚合或合并以形成可以反映这些被考虑要素的最优解。解决方案或设计也可以看作是一个规划y，由一系列定义需求但相互间往往冲突的x要素决定。这些要素通常由设计者定义，并且在空间问题中有时被视为组合生成的解决方案的“层”。事实上，科学和设计的过程可以被比作解释或解决方案的产生，这些解释或解决方案是由这些层巧妙地组合而成的，而这个比喻在空间系统中特别有意义，因为在空间系统中这些层可以被看作空间图。然而，与科学变量不同的是，不同设计者对于层的重要性有不同的理解，这使得任何设计都有独特的组合。这些要素或变量可能不是相互独立的，因为它们是由设计者根据直觉的相关程度选择

出来的。这一过程与生成解决方案的综合过程相结合，其内在过程及其本身对于设计者来说都是独特的。

我们将会看到，我们定义的过程具有高度的形式化，但每个结果都会是唯一的，因为这些要素对一个设计的影响具有主观性。一个设计的好坏取决于如何对其进行评估，这通常是一个通过一系列目标来检验结果或解决方案的过程，以衡量解决方案是否与问题的目标相符。与科学方法不同的是，根据预设目标对设计进行的评估，并不会将设计验证于其他地方并用一系列独立目标来检验。这在逻辑上与检验科学理论是相同的，科学检验中的目标在这里定义观察，但设计过程并不具有那样的独立性。简而言之，用于检验设计的目标是与最开始产生设计的综合过程中的目标一致的。这是一个不可避免的内在循环，而且对于设计来说可能没有真正的检验，因为设计的目的往往并不是达成共识。实际上共识是重要的，但它永远不会是对好设计的要求。

在某种意义上，所有的科学和设计都有最优化问题。把科学中的自变量或解释变量拟合或微调到那些总是被解释内容的过程，需要通过引入不同的参数来寻找微调解释的方法，这些参数定义了自变量的相对重要性和意义。在第二篇中，我们使用了线性分析法来估算这类变量的权重，通过使用一些函数的极小化，比如最小平方，生成一个最佳拟合模型，以降低观察和预测成果之间的误差——简而言之，寻找可将诸如$\Phi = \sum_i (y_i - \sum_k w_k x_{ik})^2$这样的函数极小化的权重集$w_k$。同样的结构有时被用来定义设计问题的最优解决方案，通常基于一些目标函数，比如$\Phi = \Sigma_k w_k x_{ik}$，这里的权重$w_k$为费用。然后我们选择解决方案$y_i$中的变量来使$\Phi$最优化，通常以利益、利润等来衡量，$\Phi$通常会在解决方案变量（而且常常是自变量）能够承担的极限上受到一系列约束。实际上，在对土地使用交通建模的早期，类似于我们在上一章中探索的模型都是在这样的优化框架之中的，尽管这些在设计上的

尝试很快就被意识到具有问题，其产生的解决方案非常粗糙，明显忽视了对设计十分重要的定性变量。

对最易于处理和简单的任意系统的优化中具有某些形式的反馈，可以让解决方案趋向最佳。在某种程度上，这种循环是科学方法中逐渐改善假说的关键，随着对它们的基本特征有更多的了解，在不断探索越来越好的预测的过程中对观察进行改进，假说逐渐被完善。在设计中也差不多，甚至在正式优化过程中也是，最优解决方案可能存在的解决空间，在追求打磨最佳结果的过程中逐渐缩小。我们将在本章及后续章节中检验不同的模型，这类互动过程是解决冲突并达成共识的关键，这里所谓的共识我们一般认为是最优解。实际上，我们的许多模型将会是线性结构，而在一些例子中，如统计分析的案例，当这类相互作用的收敛概率被简化为易于处理的形式时，可以直接得到解决方案。

我们在正式设计中的第一个尝试，是通过把解决方案作为要素的线性综合，这些要素是不同用地功能的最佳区位问题中的影响要素。对预设对象集进行线性加权以构建问题的方法将被介绍。然后，我们将检验这些要素之间的关系结构，采用我们在第一篇中介绍的基于连通性的理念，使用网络来展示这些要素相互之间的相对重要性。这可以为我们提供影响方案的要素的组织方法，将它们组织到不同层级的子问题中，这些子问题提供了结构化的综合，并包含不同的权重。接着，我们将它概括为序时平均（sequential averaging）形式，也就是我们所谓的设计的代数学。这与一阶马尔科夫过程类似，收敛到稳态代表了另一个加权解决方案。我们将在下一章中详细探索这个方法，届时将把设计问题往回推一个阶段，把它当作选择最佳设计的机器，即“对设计进行设计”。然后将描述选择风景区公路位置这一传统问题中的应用。这是一个著名的案例，最早由亚历山大和曼海姆（Alexander and Manheim，1962a）提出，也被麦克哈格（McHarg，1969）多年前在其重要著作《设计结合自然》中详细阐述过。这些方法在土地使用规划中是通用的，同时，当代的应用中包含了地理设计

的新科学，由斯坦尼茨（Steinitz，2012）正式提出。本章中介绍的这类叠加设计是从很多基于地图的地理信息系统技术中发展出来的，如今地理信息系统技术越来越多地被用在土地使用规划中（Carr and Zwick，2007）。

10.1 阐明设计问题

设计问题倾向于定性而不是定量地表现它们的结构，因此基于统计或数值分析的经典研究设计并不合适。在解决任意政策问题中特别重要的是替代方案的定义，其中不同的方案与对象或限制有关，设计者根据手头的问题判断其重要度。阐明这类问题有很多方法，但在这里我们将考虑问题的任意解决方案与其他方案之间的联系。因此设计者的任务是把这些“部分”或子方案综合为一个令人满意的解决方案，其中影响最终方案的每个要素的重要性是清晰的。在这一原则指导下，不同解决方案的问题元素之间的关系将会通过一系列结构模型的定性关系来形成，这些结构模型构建在不同图论和网络表达之上，我们在本书的第二篇也应用过这些图论和网络表达。这些模型本质上是帮助思考规划的生成过程。就其本身而言，它们包含了可以作为承载规划问题解决方案理念的骨架结构。我们将要介绍的模型在很多年前就作为设计方法被建立起来，其中一些方法在实际设计和规划中仍然被普遍使用，特别在土地使用和景观分析领域，而另一些则是已有方法的衍生和重组。

在思考城市未来发展的时候，一个典型问题是如何使用土地以及如何组织活动，以满足特定的目标，这些目标是为了使区位变化和城市形态可以为城市生活创造更高效和更公平的条件。通常，大型居住区和交通如何选址属于这个领域的问题，但城市更新的很多问题也同样属于这个领域。我们在本章中将要讨论的问题是相对明确的，即寻找特定土地功能的“最佳”选址，以满足规划过程中所达成的特定预设

目标。进行此类研究的最简单方法是在图纸上描绘出一定空间范围内的最佳区位和非最佳区位。因此一个问题的解决方案可以转换为一空间数组A'个i，其中有m个区位i，而且其数值可以是二进制的，当数值为1时为最佳区位，为0时为非最佳区位，但它也可以在一个范围内取值，比如从0到1之间，可以为某种特定土地使用的区位适合度赋值。

假设问题的任意解决方案为空间范围A_{ik}，其中k=1，2，…，K个部分或子方案，那么设计问题的最佳方案可以被看作这些部分解决方案的联合体，即

$$\bar{A}_i = f(A_{i1}, A_{i2}, \cdots, A_{ik})。 \quad (10.1)$$

每个部分解决方案都基于其对最佳方案的重要度，最佳方案反过来也会影响一些目标或限制条件。比如，对于现存零售设施的可达性或接近度最大化来说的最佳区位问题，A_{ik}是其可能的一种解决方案，该问题无疑是与区位问题相关的，这涉及土地使用或零售设施服务产生的活动。另一方面可能基于某些限制，所有用于开发的土地必须符合潜在的防洪标准，在这种情况下，A_{ik}可以定义那些满足这一标准的区域以及那些不满足的区域。因此，这些子方案将会体现为“全部或全无”的发展或连续的发展可能性。总之，接下来我们会将这些问题称为“要素影响发展”，反过来它们会体现反映需求和其他内容的单独目标或约束条件。

当然，定义最佳解决方案的关键是详细说明子方案或子目标的组合方法，解决方案都体现在方程10.1的通用关系里。一个直接的方法是把要素集分割到包含某种形式的收益成本或意愿度的目标中，以及分到形成解决方案限制的约束条件中，然后按照优化的方式来解决这个问题。这往往很难完成，因为即使单一的约束条件也可能不可更改，当考虑到其他约束条件时，设计中会存在一定的可变性。比如，当位于平地或缓坡地带的大多数住宅开发是具有成本效益的，但有时候优秀的设计会打破这个限制，并在陡峭的地带进行开发。这在一定程度上反映了不可量化的要素，也反映了设计者的灵感和直觉。此

外，设定了通过这样的优化程序来解决的问题，就假定了较难实现一定程度的量化。实际上，更为明显的一种方法是提供某种程序，按照可以控制实现的顺序考虑这些目标和限制，同时，随着解决方案的逐步发展，设计者在每个阶段仔细反复考虑。这是我们在这里将会关注的方法。简而言之，我们将为提供结构性的方法综合每个要素，推导出设计者可以逆向退回的解决方案，并可以在任意阶段改变综合过程。

为此，我们引入一个假想问题，为一个英国小镇的住宅开发选择合适的用地区位。这个例子以北柴郡的麦克尔斯菲尔德为原型，其现有市区人口大约为5万人，而更大区域范围内还有另外2万人，将位于可能选址的新开发空间中。我们确定K=12个关键目标，作为这个问题的关键要素，这些目标列在表10.1中。规划的任务是利用这些要素生成这个问题的解决方案。这个要素集几乎肯定是不完整的，所以这个问题在某种程度上是假想问题。尽管如此，它仍然是一个有意义的案例，可以展示本章中介绍的第一类主要设计方法。所有这些要素都可以用空间术语来表达，并且每一个要素在考虑的空间系统内都可能对不同的区位有不同的影响。我们在图10.1中展示了在严格限制下的12种情况，其中1（或黑色）说明了考虑中的区位不能开发，而0（或白色）说明该区位可以开发。在图10.2中，我们把这些作为空间意愿度来展示。其实，我们现在介绍的方法中，这些相互比较要素的顺序反映了每个要素在最后的“最佳”解决方案中的相对重要性。注意这个定义中的模糊性，因为假设了在任意阶段设计者的直觉都可以全面掌控这些顺序，它说明了我们生成的比较顺序只是推荐设计者遵循的一种。

表10.1 影响居住开发的关键要素

A_{i1}	现有城市服务可达性
A_{i2}	空间拥堵成本
A_{i3}	娱乐设施可达性
A_{i4}	可接受的小气候区域
A_{i5}	集水和排水不畅区域
A_{i6}	政府规定的限制条件
A_{i7}	外部城市市场的可达性
A_{i8}	沉降和大量的工业污染
A_{i9}	地形合适的区域
A_{i10}	乡村风貌地区
A_{i11}	历史城市地区
A_{i12}	高质量农业保护区

传统上，规划师根据这些要素对于解决手头问题的需求度或合适度（或相反的情况）将它们表达为空间形态，而规划生成和设计的过程是对这些要素的综合，它通过包括某种平均调和的方法来解决要素之间的冲突。我们接下来将要介绍的方法可能是发展最为完善的方法，最早由克里斯多夫·亚历山大（1964）详细提出，他认为每个与开发相关的要素，通常都包含一个非最佳的问题解决方案，比如表10.1中列出的那些要素。那么设计者的任务是检验每个子解决方案，并试图协调它们与每个其他子方案以发现最佳区位。12个要素可以有144（12^2）种可能的成对比较，但对于每个要素来说，生成某种与其他所有要素相关的综合解决方案，则将会有12种不同的方案。亚历山大（1964）认为，在对它们进行考虑的时候某种形式的优先顺序是有必要的，在这个基础上把部分解决方案或要素按照它们关联度或联系度分组，可以为生成12个要素之间最小冲突的综合方案提供一种好方法。这就是我们将在接下来的三个小节中说明的方法，最终将建立选

代法，可以通过这种方式综合子方案，形成一个真正的折中方案或“最佳”平均值。

a



左图为麦克尔斯菲尔德城市区域，影响其土地开发的每个要素如下图所示。适合开发的区域用灰色表示，不适合开发的用白色表示。本图中，适合程度的标准按照一个特定的阈值来确定，但在图10.2中用等值面来表示。要素清单见表10.1。

b

1 2 3 4

5 6 7 8

9 10 11 12

图10.1 要素表达为选址问题的部分答案

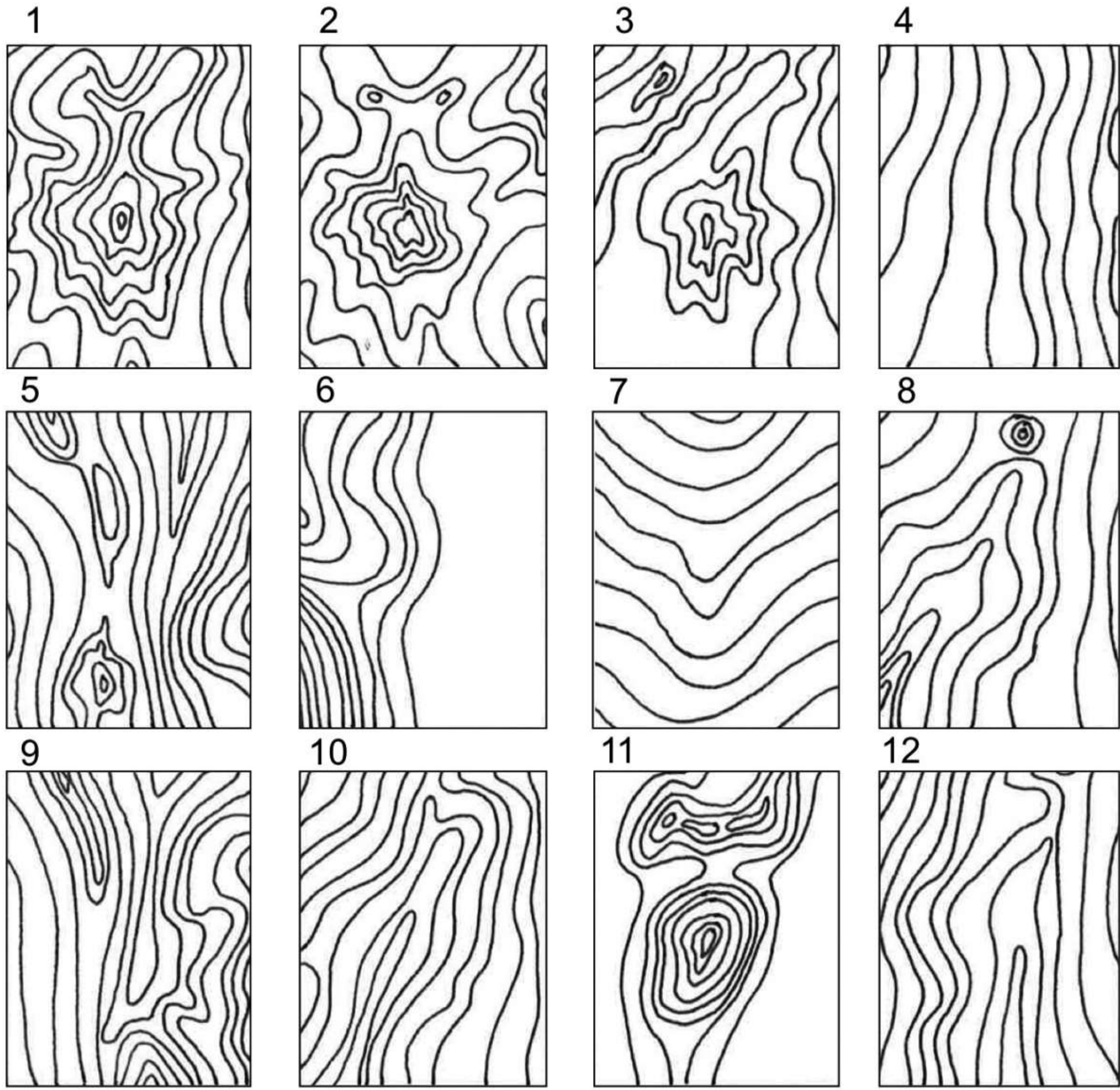


图10.2 要素表达为对最佳区位的渴望度

10.2 线性综合设计

设计者对问题的看法决定了子方案或目标的集合以及限制条件，这些集合以及限制条件必须按照某种方式综合，来形成一个“最佳”方案。而且该方案必须与子方案有相同的形式，也就是土地适用值落在

一个固定区间内，可以用图来表示。正如我们提到过的，这要求各个要素A_{ik}当量相同，或在一定范围内具有可比性而不损失通用性，我们可以标准化为$0 \le A_{ik} \le 1$，$\forall i$，k。默认的综合方法是一个简单的平均，可以表示为

$$\bar{A}_i = \frac{\sum_{k=1}^{K} A_{ik}}{K}, \tag{10.2}$$

其中，我们假设要素可以被表示为限制条件或目标。如果要素是一个限制条件，我们可以用上标c来表示，而如果是一个目标的话，我们用上标o来表示。这与这些要素的取值一致

$$A_{ik}^{c} = \begin{cases} 1, & \text{受限制时} \\ 0, & \text{非限制时} \end{cases} \quad \text{或} \quad 0 \leqslant A_{ik}^{o} \leqslant 1。 \tag{10.3}$$

方程10.2适用于任意代表限制条件或目标的要素组合，因为它们在相同的取值范围内是相当的。

默认综合假设每个要素的重要性或权重相同。这可以方便地类推到不同的值，这样最终答案是一个加权平均值

$$\Delta \tilde{x}_j = \sum_i w_{ij}(x_i - x_j) \text{ 且 } \Delta \tilde{y}_j = \sum_i w_{ij}(y_i - y_j)。 \tag{2.65}$$

其中的权重必须标准化，从而反映了每个要素的相对重要性。通常的形式中权重作为子方案或影响最终方案的要素的概率，那么就有

$$\sum_k w_k = 1。 \tag{10.5}$$

与前面的章节一样，在这里的案例中，如果范围很明显，我们将能够得出最终结果。

这个通过平均来生成解决方案的方法，被广泛地应用在选址有明确类别的各类实际土地使用规划中。有些时候，当要素表现为目标形式的时候，它指的是“发展潜力”，并且可以被作为等值面插入，如图10.2所示。这样定义的方法早在20世纪70年代在一系列子区域和大都市区的规划研究（见Wannop，1971）中就可以见到，这些方法现在是

GIS技术坚实的组成部分。显函数可以让用户生成并视觉化综合解决方案，而这些理念如今已经被广泛应用于类似LUCIS（土地使用冲突识别策略）这样的实用方法中（Carr and Zwick，2007）。

这些方法反映了地理设计领域的一些核心工具（Steinitz，2012），实际上，它们可以追溯到很早的景观规划研究，这类研究关注的核心是物理空间。显然，它们的极限在于，对于一系列相当的要素来说，它们必须包含用于开发的某种形式的物理适用性。简而言之，不管要考虑的问题是什么，它们必须被转换为空间形式，尽管这通常都是可行的，在表现特定要素时需要一些独创性。这些方法建立在我们称之为“叠加”的分析之上。可以图示的要素通过相互叠加来综合，要素假设具有相同的权重，并使综合平面成为一个不同要素的视觉组合或是受限制条件影响的区域的叠合。这一通常的过程是用于将要素表达为限制条件，并过滤掉那些不受任何限制条件影响的用地。斯坦尼茨、帕克和乔丹（Steinitz、Parker and Jordan，1976）描述了一段有用的历史，而霍普金斯（Hopkins，1977）介绍了一般性的连接叠加技术和更多正式方法。麦克哈格（McHarg，1969）的著作《设计结合自然》中提供了非常概括性的叠加方法，他将用于确定不同种类开发的最佳区位的方法描述为“叠筛图”（sieve mapping），这类开发中的要素表现为限制条件$\{A_i{}^c{}_k\}$。基波（Keeble，1952）用以下方法定义这一过程：“它假设所有在检验的用地都‘通过’一系列的筛子，每一个筛子代表了用于特定考虑目标的某种特有的渲染用地单元。任意土地使用特性由一个或多个筛子‘捕捉’来表达，当某块用地通过所有筛子，那么可以初步认定它适合考虑中的目标。”

以限制条件作为过滤器或筛子来表达叠加图的一种方法，是通过叠合限制要素A_{ik}^c来形成的，即最终方案是

$$A_{it+1} = \alpha A_{it} + \beta \sum_{j \in Z_i} A_{jt} + (1 - \alpha - \beta) X_{it}, \quad (8.13)$$

如果这是一个空集，那么说明每个用地单元k都被某种限制条件所影响，这种情况下就需要简单地对限制条件进行计数

$$\Delta x_j = \sum_i p_{ij}(x_i - x_j), \ \Delta y_i = \sum_i p_{ij}(y_i - y_j)。 \quad (2.8)$$

当然，它与方程10.2中的非加权平均值相等。在图10.3中，我们通过综合图10.1和图10.2中的不同要素，展示了三个相关的解决方案，图10.1中的要素作为限制条件，而图10.2中的要素则是目标。这三个解决方案分别使用方程10.6中的限制条件、方程10.7中反映的叠加，以及图10.2中目标使用方程10.2的相同权重。我们没有采用不同的权重，在这个阶段或许比较武断。本章剩下的部分会探索我们如何基于要素之间不同的关联来确定这些权重。

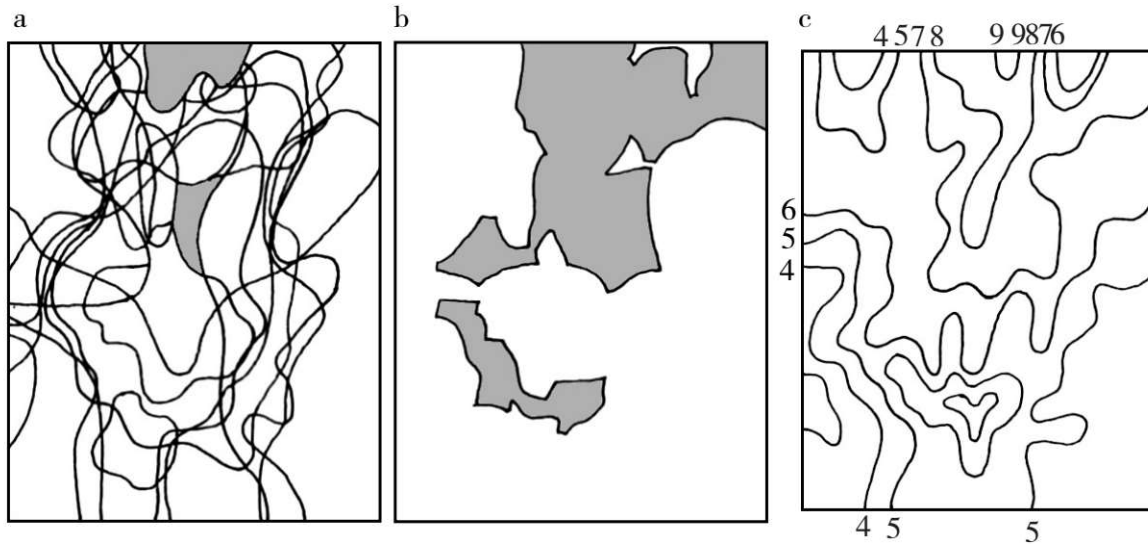


图10.3 不同线性综合的比较

注：a.传统叠加（筛选形式）分析，用灰色展示受到少于三个限制条件影响的土地；b.平均要素图，基于对限制条件的计数；c.相等权重的意愿平面。

在我们开始检验这类问题的结构之前，我们需要注意到不同的土地使用或活动可能会竞争土地，即当存在一系列我们提到过的设计问题时，在更高层面会有解决冲突的不同技术被设计出来。我们现在假设这些方法用于为一系列ℓ=1，2，…，L用地寻找最佳区位，其中我们结合前面的权重w_k和要素A_{ik}，用以设计符号$\bar{A}_i(\ell)$表示的每种用地的最佳区位。在这个过程中加入这些不同用地之间竞争的一种方法，是

确定每个解决方案的相对重要性λ_ℓ，那么新的每种用地最终解决方案为

$$\hat{A}_i(\ell) = \lambda_\ell \bar{A}_i(\ell) + \sum_{j\neq\ell}^{L} \lambda_j [Q - A_i(j)], \sum_\ell \lambda_\ell = 1。\quad (10.8)$$

Q是合理定义的标准化因数，以保证决定每种用地方案的竞争面之间的可比性（Grant and Thompson，1971）。这个参数本质上将每种用地方案$j\neq k$转换为与方案k的竞争。

10.3 结构网络的结构和连通度

我们刚才提到的平均方法，与本章和后续章节中将要提到的方法之间的本质区别在于对众多冲突且收敛的要素的相对重要性的判断，这些要素决定了最佳选址问题的答案成功与否。这里我们有一个关键假设，在任何设计问题中，这些要素的相对权重应该反映这个问题内在的或通用的结构，而这需要设计者在设计的过程中提取出来并明确说明。也就是说，应当将问题结构作为设计的指引。这类结构的核心特性之一是任意要素之间的关系，这些要素可能是功能明确的、有因果联系的或是相关的。简而言之，任意两个要素之间的关系强度取决于其作为设计基础的程度，其中任意一个要素都会制约设计对另一个要素的要求的满足程度。总之，如果一个解决方案可以简单地同时满足两个要素的要求，那么可以认为这两个要素的关系较强，反之则较弱。然而，提出的问题可能会面临两个很难被同时满足的强联系要素，这意味着设计者应该首先考虑这些成对的要素，因为应该将比较容易解决的那些要素留到最后。因此，怎样衡量这些关系需要在用于组合要素的权重中反映出来，而它们的权重反过来又可以依照它们组合的顺序来确定。在这里，如果要素之间就它们所包含的子方案而言区别很大，我们将会建立要素关联的网络，下文中采用的网络就是基于这样的标准。

加权的方法有很多种。最简单的方法建立在成对比较的基础之上（Churchman、Ackoff and Arnoff，1957），因为它们倾向于基于结构定性地判断一个要素对任意其他要素的重要性。广为人知的层次分析法是由萨提（Saaty，1980）提出的，它被广泛应用于实践以获得权重。这个方法在比较任意一个要素和其他所有要素之间的关系强度的基础上，建立一个比较矩阵，而后提取一个综合“平均”权重集，反映每个要素在最终解决方案中的重要程度。关于我们提取与要素$\{A_{ik}\}$相关的权重问题，我们可以按照如下方法推进。我们首先评价每个要素对其他每个要素的相对重要性，在不超过7个点的范围内进行评价，并建立矩阵W_{jk}，其中这个矩阵为要素j到要素k的相对重要性。如果假设j的重要性是k的5倍，那么W_{jk}=5而W_{kj}=1/5。由于比较的定性性质，以这种方式生成矩阵可能导致矛盾，但我们可以计算出矛盾程度并指出置信度，在严重矛盾的情况下促使设计者重新进行比较。

隐藏在这个成对比较矩阵之下的是一系列权重w_j，它与我们之前定义的每个要素的相对重要性相当。如果成对比较是完全一致的，那么它会是这些权重的比例，即

$$\frac{w_j}{w_k} = W_{jk}, \tag{10.9}$$

从中可以很容易地看出$w_j = W_{jk} w_k$，对于任意权重 k，这个方程需要给定权重w_j。这样看来，在可能存在矛盾的矩阵W_{jk}中，$W_{jk} w_k$的平均值应该等于w_i，即

$$w_j = \frac{1}{K} \sum_k W_{jk} w_k。 \tag{10.10}$$

这直接说明了在矩阵**W**中使用w（t+1）=（1/K）**W** w（t）来进行迭代的方案。这通常汇集为一个权适量，与**W**矩阵的主特征值成比例。实际上，权重的近似值可以通过矩阵**W**中行或列的归一化和求得，而且正如我们将看到的，这些都与基于某种图或关系网络的系统相关，关系网络中的关系把要素按照矩阵的形式连接在一起。我们在

这里不继续探讨萨提的方法，但可以很明显地延伸被用标准化权重分层的系统，假设每个层级的权重与其他层级的权重都不相关，这一标准化权重可以在每个层级分别确定然后再复合而成。最近的应用探索了构成这类层次体系的网络（Saaty，2005）。

很多设计方法，特别是由亚历山大（1964）率先提出来的方法，在探索设计问题的结构的过程中利用了这些关系。像萨提在决策领域的论文一样，亚历山大的论点是不同要素之间的成对关系反映了每个要素在设计中的相对重要性。此外，亚历山大还认为当代设计的首要问题是需要寻找设计问题的真正结构。他认为对一系列成对关系进行客观分析将提出对设计要素进行分类的新方法，并可以最终引导设计者走向最切题的解决方案。比如，通过定义有强烈冲突的要素之间的关系，并通过将这类要素分组为子集或子问题，就有可能构建出围绕首先解决强冲突子问题的方法的设计过程，并按照这种方式得到最终解决方案。在这个意义上，子问题包含了子解决方案或部分解决方案，而且比较一个子方案与其他子方案的过程及其比较顺序反映了得到最终方案过程中子方案的相对重要性。

我们假设要素j和k的关系根据不同的空间位置i而改变，要素A_{ij}之间的最简单的成对关系集，是通过邻接矩阵为$\{a_{jk}\}$的二元图来赋值，矩阵中的元素被定义为

$$\left.\begin{aligned} o_i p_{ij} &= o_j p_{ji} \\ s_i p_{ij} &= s_j p_{ji} \end{aligned}\right\}。 \tag{3.32}$$

我们假设这个图是对称的。图中没有自环，因为这与元素的自结合无关，我们同时也假设这个图是强连接的。即，对于不常见的设计问题，图必须具有强连接的特性；换言之，图中在任意两个顶点之间必须存在明显的路径或链条，这说明了不管直接的还是间接的，每个元素都与每个其他元素有联系。在这个意义上，问题不能分为两个或两个以上的独立子问题，至少不可以应用这里介绍的方法。为了说明这些概念，使用方程10.11中定义的简单二进制代码，图10.1和10.2中

展示的组成小镇土地开发问题的12个要素或要求被联系起来。存在正相关的一个标准是基于亚历山大（1964）的观点“如果你在设计中对一个要素进行处理，不可避免地让处理另一个要素变得更困难或更简单，则这两个要素相互联系（而且因此连接）”（第106页）。在图10.4中，其相关矩阵以图表形式表达。现在我们的任务是探索可以从这类图中提取出来的不同加权策略，然后将它们应用在按照线性综合的方式来组合要素的过程中，但线性综合的结构会包含一个更复杂的顺序。

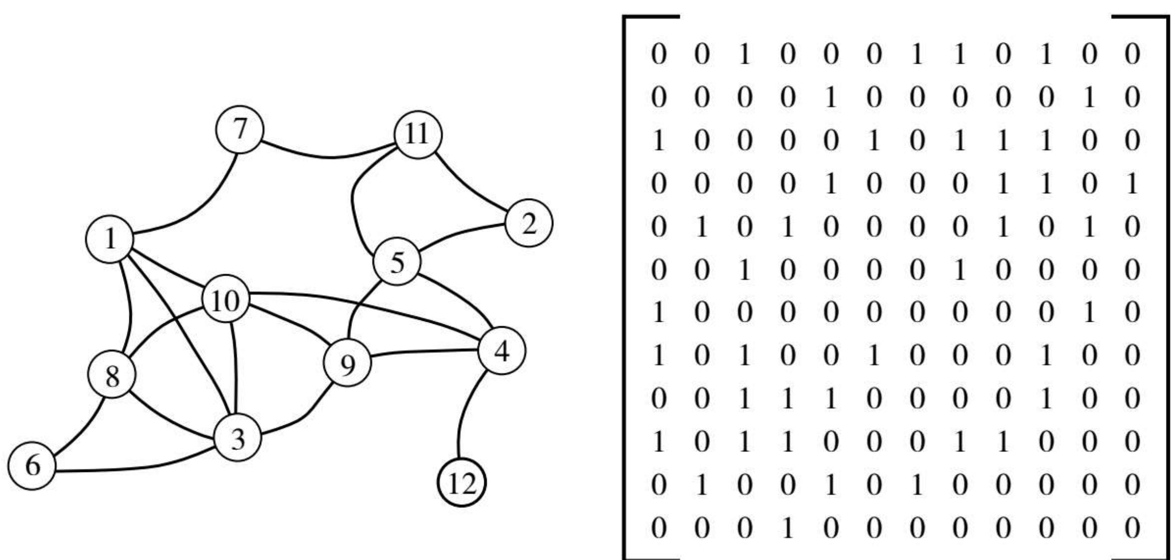


图10.4 问题图及其关联的邻接矩阵

可以从图或其邻接矩阵中提取出来的最简单的加权结构，是通过对$[a_{ij}]$的行或列求和形成的。哈拉里、诺曼和卡特莱特（Harary、Norman and Cartwright，1965）最早提及列的总和作为入度，而行的总和作为出度，而弗莱蒙特（Flament，1963）把这些分别当作接受度和排放度。这遵循我们在第3章和其他地方介绍过的网络科学的通常定义（Newman，2010）。在前述章节中介绍的某些成果在这里会重新表述，以便读者能够获得关于它们的用途的最新信息。显然，在一个对称图中，对于任意要素集$\{A_{ik}\}$来说入度和出度相等。形式上，

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t) p_{ij}。 \tag{3.19}$$

而且一个公认的权重集是基于这些入度和出度所包含的相对连通性的，即

$$w_j = \frac{a_j}{\sum_j a_j} = \frac{\sum_\ell a_{j\ell}}{\sum_j \sum_\ell a_{j\ell}}。 \tag{10.13}$$

然而，这一系列权重只考虑了问题中的直接关系，而且很可能同时考虑直接和间接连接的策略更加切题。

这类方案中的一种是基于所谓的距离矩阵$[d_{jk}]$的，而正如我们在第3章的方程3.41中说明的，该距离矩阵可以通过对$[a_{jk}]$进行简单的处理来定义。因为假设图是强连接的，那么就有可能可以从任意顶点到达其他任意顶点，无论是直接或是间接。如果每个直接连接被赋值为1，即单位距离，那么间接距离是这些单位距离的倍数。为了计算这些距离，我们首先需要计算邻接矩阵的连续幂，可以通过如下递推关系来计算

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t) p_{ij}。 \tag{3.19}$$

正如我们在前述章节中讨论过的，在一个强连接图中，矩阵$[a_{jk}^m]$由于幂指数m-1将一直保持正值，其中m是图中要素或顶点的数量。可以使用方程10.14来确定j和k之间的任意连接变为正数时幂指数m的取值。当这样一个连接变为正数时，幂指数m提供了j和k之间的距离。形式上，

$$d_{jk} = m, 当\ a_{jk}^m > 0\ 且\ a_{jk}^{m-1} = 0\ 时。 \tag{10.15}$$

加权的方法可以被定义为对行或列的总和d_{jk}求倒数，即d_j和d_k，它们等于

$$\frac{1}{d_j} = \frac{1}{\sum_{\ell \neq j} d_{j\ell}} = \frac{1}{d_k} = \frac{1}{\sum_{\ell \neq k} d_{\ell k}}, j = k \tag{10.16}$$

因为距离矩阵也是对称的，很明显其入度和出度是相等的。这些都遵循设计问题具体说明方式的因果对称。注意到这些权重可以在需要的时候被标准化为1。它们和第3章中定义的接近中心性，以及第6章和第7章中与空间句法相关的不同距离测量方法相似。

然而，这个加权方案的主要限制是间接距离在综合权重中所占的分量与直接距离相同。因此，间接距离占分量较少的加权方案更合适。图论中的一个著名结果是，幂指数m的单元矩阵$[a_{jk}^m]$提供了任意两个距离为m的顶点j和k之间的路径数量。当幂指数m增长时，在强连接图中路径数量按指数增长，同时加权指数

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t) p_{ij}。 \quad (3.19)$$

明显会在幂指数数值较高时给$[a_{jk}]$太高的权重。但是可以给$[a_{jk}]$在高幂指数时使用减小权重的系统。首先，通过定义一个概率矩阵$[p_{jk}^m]$，高幂指数矩阵规模效应就可以被忽略

$$p_{jk}^m = \frac{a_{jk}^m}{\sum_j \sum_k a_{jk}^m}。 \quad (10.18)$$

然后对于每个矩阵$[p_{jk}^m]$，应用标量α^m，$0 < \alpha < 1$，相关连接的权重可以被定义为

$$w_{jk} = Z \sum_{z=0}^{m} \alpha^z p_{jk}^{z+1}。 \quad (10.19)$$

Z是一个比例常数，可以选择它的数值，以便权重总和达到一个预设的值。因为$[w_{jk}]$是对称的，每个要素的唯一权重可以被定义为

$$w_j = \sum_{\ell} w_{j\ell} = w_k = \sum_{\ell} w_{\ell k}, j = k。 \tag{10.20}$$

可以选择让权重总和为 1 的常数 Z，即

$$\sum_j \sum_k w_{jk} = 1, \tag{10.21}$$

这意味着

$$Z \sum_z \alpha^z \sum_j \sum_k p_{jk}^{z+1} = 1。 \tag{10.22}$$

方程 10.22 可以重新排列，则有

$$Z = \frac{1}{\sum_z \alpha^z}。 \tag{10.23}$$

写出这个序列并把它设置为等于 1，

$$Z(\alpha^0 + \alpha^1 + \alpha^2 + \cdots + \alpha^z) = 1, \tag{10.24}$$

得到 Z 的收敛总和，我们可以把它写为

$$Z = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha^{z+1}}。 \tag{10.25}$$

我们现在可以把方程 10.25 用在方程 10.19 中来定义加权矩阵为

$$w_{jk} = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha^{z+1}} \sum_{z=0}^{m} \alpha^z p_{jk}^{z+1}, \tag{10.26}$$

从中每个要素的权重可以被定义为这个矩阵的入度或出度。

刚才介绍的加权方案，涉及的是得到权重集$[w_{jk}]$所需要的一系列相当长的计算过程，尽管这些对于现代计算来说相对不重要。尽管如此，可以计算出一个更简单而且稍微更简练的权重集$\bar{w}_{jk}$，如果我们首先设定矩阵$[p_{jk}]$为

$$p_{jk} = \frac{a_{jk}}{\max\{a_{jk}\}}。 \tag{10.27}$$

那么权重$\bar{w}_{jk}$可以从以下数列中得出

$$\bar{w}_{jk} = \alpha^1 p_{jk}^1 + \alpha^2 p_{jk}^2 + \alpha^3 p_{jk}^3 + \cdots + \alpha^m p_{jk}^m, \tag{10.28}$$

其中p_{jk}^m从递推关系中得出

$$p_{jk}^m = \sum_{\ell} p_{j\ell}^{m-1} p_{\ell k} 。\tag{10.29}$$

如果可以看出（很可能）当当 m→∞ 时，$\alpha^m p_{jk}^m \to 0$，那么权重矩阵可以直接从矩阵方程

$$o(t+2) = o(t)\mathrm{P}^2, \tag{3.21}$$

提取出来，其中$\overline{\mathbf{W}} = [w_{jk}]$，$\mathbf{I} = [I_{jk}]$是一个识别矩阵，而$\mathbf{P} = [p_{jk}]$则是方程10.27中所定义的。方程10.30右边大括号中的项是一个逆矩阵。这个收敛是一个矩阵代数的标准结果。

这四个加权方案，分别基于方程10.12中的原始连接（入度和出度）、方程10.16中的反距离入度和出度、方程10.20中的连接几何顺序以及方程10.30中的收敛数列，被用于确定基于表10.1中所有要素的12要素设计问题的结构加权。而且，这类探索和分析足够简单，可以被任意设计者手动地用于小问题上，因此构成一个用于思考设计问题的合适工具。在这个阶段，比较四种方法给出的权重值的区别很有价值。表10.2列出了每个元素的四种不同的权重集。尽管权重就级别次序而言有很高的相似度，但它们之间仍然存在重要的区别。然而，这些加权值是加权平均数和冲突解决中更结构化的方案的核心。在下一个部分中，会介绍一些这类方法。

表10.2 基于连通性、距离以及路径长度的加权方案比较

要素	连通性的入/出度（方程 10.12）†	距离总和的入/出度（方程 10.16）	路径长度的数列和（方程 10.20）	路径长度的收敛总和（方程 10.30）
1	0.100	0.090	0.104	0.099
2	0.050	0.068	0.045	0.053
3	0.125	0.094	0.128	0.120
4	0.100	0.094	0.097	0.095
5	0.100	0.090	0.091	0.092
6	0.050	0.064	0.055	0.058
7	0.050	0.076	0.046	0.053
8	0.100	0.082	0.105	0.099
9	0.100	0.099	0.109	0.103
10	0.125	0.099	0.133	0.123
11	0.075	0.076	0.061	0.068
12	0.025	0.066	0.025	0.034

†本章最后一部分中介绍的序时平均程序的稳态，将生成与基本邻接矩阵的入度出度相同的权重矩阵。

10.4 层级体系和网格

层级体系的结构是复杂系统逐渐演变的内在方法，这是我们在全书中一直在强调的。在第5章中，我们已经探索了层级体系在城市如何在空间中自组织扮演的角色，但在这里，我们将改变思路，说明层级体系对我们可以建立系统并设计城市的过程来说有多重要。在第1章中，我们详细介绍了西蒙（1962，1969）关于两个瑞士手表制造商霍拉和丹普斯的代表性案例，这两个制造商制造一样的手表，但霍拉以

分层的方式发明了部件，而丹普斯整体制造他的手表。然而，这个故事的寓意是分层方法在嘈杂的环境中胜出，因为它在嘈杂的环境中较为稳固，包含了进化的内涵，即要在简单结构上构建更为复杂的结构，必须使用某种类型的模块化设计。

这就意味着层级体系。对于检验一系列影响设计的要素来说，很重要的一点是检验它们之间的关系结构，并考虑它们是否能够被分解并按部件分组。接下来，就可以把问题分解为不同阶段，并首先处理在问题的层级结构中相近的要素。总之，层级体系与寻解过程中各种因素被考虑的次序密切相关，这与上一部分中介绍的方法有很大不同，在前面的方法中虽然各种因素被依照权重赋予了不同的重要度，但对其进行综合并不需要考虑任务次序。

西蒙（1962，1969）提出了一种“设计的生成”的层级理论。他认为复杂的建筑可以从模块化建造的基础生成。亚历山大（1964）发展了这一理论并提出，应当对设计问题展开正式的分析并明确各自问题的层级，先通过分析过程将问题分解为子问题，通过提出子问题方案再按层级体系重新组合得出综合方案。总之，亚历山大（1964）提出了一个层级方法，在这个方法中，问题被分解为子问题，随后这些子问题按照给定的层级顺序重新综合，但表达为一系列部分方案或子解决方案，最终生成一个“最优”解决方案或设计。

亚历山大对于通过构建一个层级体系把设计要素重新分类的想法，可以通过将图或其矩阵分解为一个分层的子集来实现，最底层是关系最接近的相关子集。如果这些子集被定义为强冲突要素构成层级体系中的最基本层，即我们目前为止所做的，这个层级体系可以被作为展示（自下而上）解决子问题顺序的结构。这个综合的顺序让设计者在最基本层解决冲突最强烈以及最困难的子问题，这样可以让设计者关注设计作为得到最佳折中方案的方法的真正目的。然而，所有的这些取决于设计者如何构建问题，以及设计的真正目的是什么。如果最困难的子问题被首先解决，则意味着图中应该包含连通最不相关的

要素或具有最大负相关的要素的连接。这与我们在前面的章节中说明关系的方法基本上相反，当我们生成网络时，关注的是那些在空间上连通性最高的要素。设计者可能也采用这个假设，其中，那些关联度最高的要素解决起来最简单，而且在某种程度上互相复制。因此首先协调它们，而当设计者继续协调更高层级上的子问题时，问题越来越难而不是越来越简单，因为最简单的问题首先解决了。这反驳了亚历山大（1964）的观点，但它表明了设计问题需要仔细考虑，针对哪些方面解决了什么问题。正如我们将看到的，会有方法超越为了协调竞争和冲突要素而提炼结构的方法，并避免了这个问题。

假设我们处理图10.4中展示的图，我们将提出两种方法。两种方法都首先把联系（和冲突）最紧密的要素合并，并形成层级体系，其中最强相关的要素在解决方案中最终综合在一起。确实有上百种可用的技术，可以把一系列成对关系分解为层级系统或从这类关系中建立层级系统。然而，这些方法中的大多数取决于通过连续变量说明的成对关系，而不是前面部分描述的二进制形式。比如在第3章中，我们用单联聚类分析来生成差别层级，现在有很多这类方法作为标准软件包可以被获取。这里我们将用两种基本方法，取决于上一部分生成的权重。第一种方法使用之前定义的加权矩阵来构建最大生成树，而第二种方法使用这些权重来建立一个测度在建立层级体系过程中信息丢失的标准。

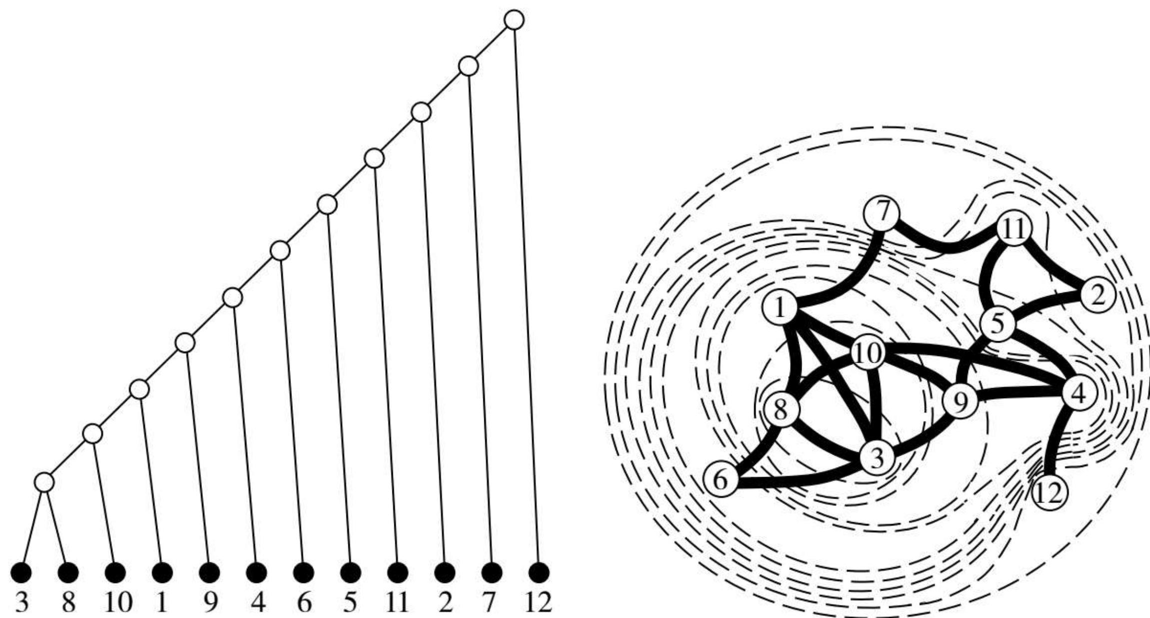


图10.5 最大生成树以及相关层级体系

一个最大生成树可以被定义为图中没有循环的路径，而且图中任意树拥有最大总距离。这种树将一直有n-1条边，其中n是顶点的总数。寻找最小生成树的一个最早由克鲁斯卡（Kruskal，1956）设计的著名算法，可以很容易地用于寻找最大生成树。这个算法被描述如下：识别任意两个顶点j和k之间最大距离或权重，并记录这条边。然后找到下一个最大的距离并记录这条边，除非已选中的边构成了循环；如果这样则忽略它。按照这种方式继续，直到n-1条边被选中。此时，就形成了最大生成树。用这种算法，权重最大的那对要素首先连接，从而建立了层级体系的第一层。在图10.5中，这个建立层级体系的过程，展示了以图解的方式使用从方程10.19计算出来的权重矩阵[w_{jk}]；这个方法最大的优势是它的简单性，因为它可以人为地应用在很大的问题上，从而与设计者对每个连接集的重要性的持续考虑一致。也许它最大的限制在于，它建立在设计问题局部结构之上，而不是建立在更为通用的“格式塔”概率上。实际上，正如图10.5展示的，很难比较分解所含的顺序以及基于不同线性综合的方法所得到的权重。

另一种用于提取层级体系的方法是基于信息这个概念的，最早由香农和韦弗（Shannon and Weaver，1949）提出，并由泰尔（Theil，1967）拓展应用到包含聚合的问题上。亚历山大和曼海姆（1962b）在他们的高速公路设计问题中，使用了一个相似的基于信息理论考虑的层级分解技术，我们将在下一章中介绍。正如第9章中提到的，任意结构的信息内容或信息熵H可以通过方程10.31来测度，

$$A_{it+1} = \alpha A_{it} + \beta \sum_{j \in Z_i} A_{jt} + (1 - \alpha - \beta) X_{it}, \quad (8.13)$$

其中p_j是时间j发生的概率，就设计问题中的每个要素而言，是它在要素范围内的相对重要性。我们假设这个概率是基于表10.2中的比较的一个标准权重。如果事件集或要素集随之聚合成一个双层的分集，那么方程10.31可以被分解并写为一个集间熵和一个集内熵的总和：

$$H = -\sum_{\ell=1}^{L} P_\ell \log P_\ell - \sum_{\ell=1}^{L} P_\ell \sum_{j \in V_\ell} \frac{p_j}{p_\ell} \log \frac{p_j}{p_\ell}, \quad (10.32)$$

其中

$$\sum_{j \in V_\ell} p_j = P_\ell \text{ 且 } \sum_{\ell=1}^{L} P_\ell = 1。 \quad (10.33)$$

分解为L个互相排斥的子集V_l，由下个层级的基本要素聚合而成。实际上，这种分解聚合可以接连在生成集合的层级过程中发生，直到最后两个聚合的子集合二为一。方程10.33右边的第一个项是集间熵，而第二个项是集内熵。如果概率代表了分解密集连通的要素所包含子解决方案的重要性，那么通过最大化集内熵把要素聚合为子集的过程就是合适的。最大化熵的一个特别的启发是基于沃德（Ward，1963）提出的算法。

沃德的方法从层级体系的基础开始，在层级体系中的任意层上依次聚合要素或子集，聚合的要素或子集产生了比其他的聚合更大的集内熵。把从方程10.19和10.20中计算出来的权重作为概率，这种方法的应用，首先是在没有连续性约束的聚合条件下使用，其次是在受到邻

接矩阵$[a_{jk}]$中正项的连续性约束的条件下使用。连续性约束保证在原始网络中相邻的要素在某种程度上在层级体系中也同样“接近”。图10.6中，比较了应用这些方法的两个层级体系，可以明显看出在有连续性约束的情况下可以形成最可接受的解决方案。这个解决方案展示了与基于最大生成树的层级体系的相似性，但也可以清晰地看出，更多考虑问题的全局概率的方法更合适。

分类存在互相排斥的问题涉及聚合过程中的信息丢失度。此外，选择要素应当集聚的集也经常存在困难。一个要素经常在同一层级的两个或更多子集中具有同等重要性。为应对这种可能，我们有必要建立一个基于重叠集的层级系统，从而生成一个外观为网格状但兼具部分半网格属性的结构。在这种结构中，信息丢失比严格的层级体系要少，而且在一定意义上，这种结构可以测度冗余度，有助于生成一个更真实的平均策略。

一种网格构建算法被组合起来构成权重集$[w_{jk}]$的基础，权重集$[w_{jk}]$通过方程10.19由矩阵$[a_{jk}]$所定义。这个算法的原则包含了在层级体系中连续的层级上，依次减少子集或要素的数量。然而，受到要素或子集总数与预设的层级数量相等的约束，在层级体系中的每一个层级，任意要素可能属于两个或以上的子集。比如，建立一个简单系统，其最基本的层级上有5个要素。在下一个层级上，需要4个子集或要素，而这四个子集可以由（1，2）、（1，3）、4和5，或者（3，4）、（3，5）、（1，2）、（1，3）以及其他类似组合组成，但不能是（1，2）、（1，3）、（3，4）和（1，4），因为少了要素5。在选择子集时，我们需要基于权重矩阵$[w_{jk}]$，从最大权重$max_{jk}w_{jk}$开始并逐渐减小。在每个层级上，权重矩阵通过前面的子集或要素聚合权重的简单平均重新计算。

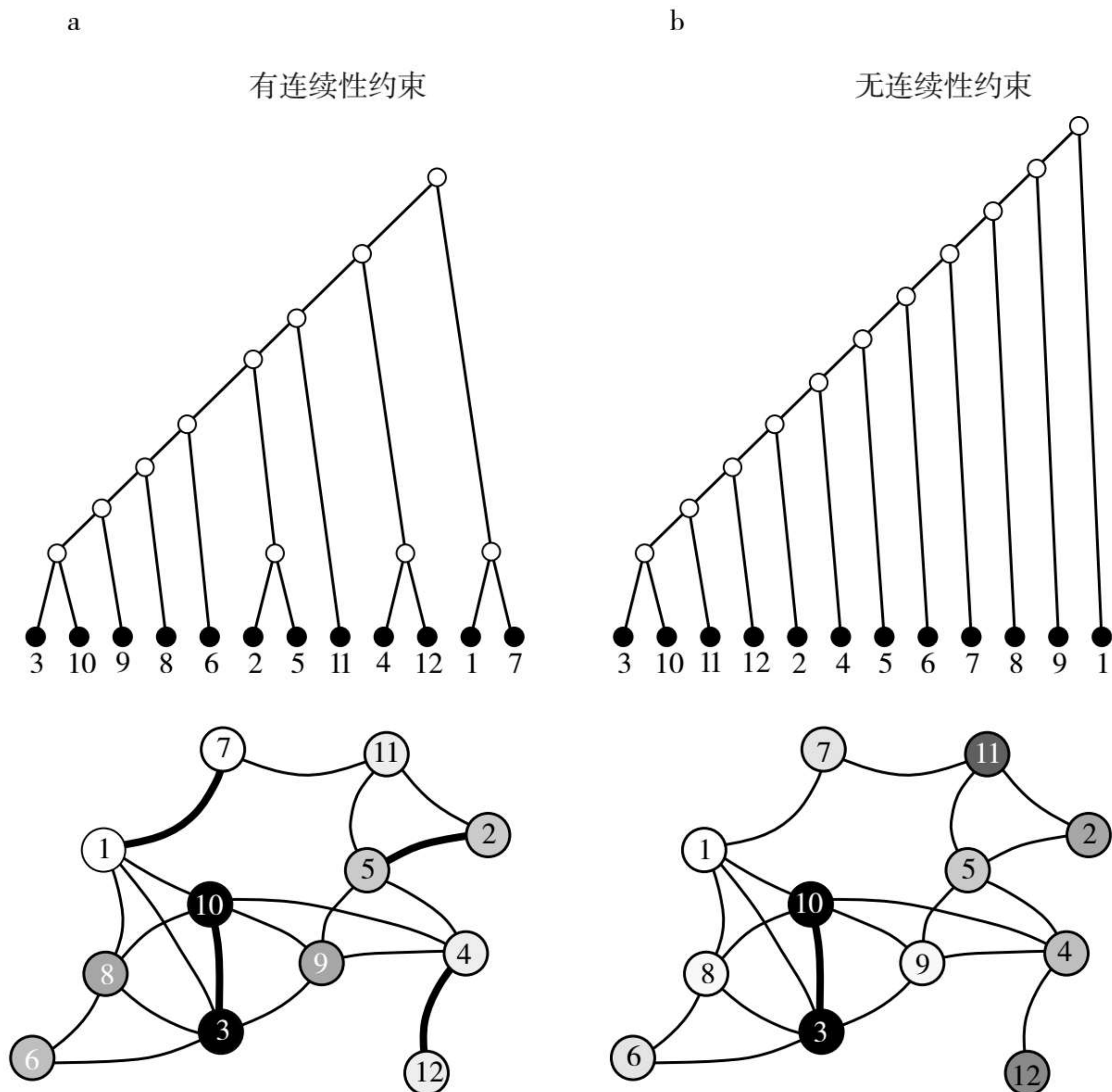


图10.6 基于沃德算法b的层级体系结构，有连续性约束和无连续性约束

这一算法生成图10.7中展示的层级网格。图10.8中比较了本节和上一节中的树状和网格状结构所建议的图形综合。这些规划设计问题的最终方案与图10.3所示的基于加权线性综合对的方案相比，并没有太大不同。然而，这些结构的重要性并不仅仅只是在于它们能够生成规划解决方案，而且为设计者提供了不同的方法去探索这类问题的结构。在确定最佳区位的过程中使用这些工具，与在任何提出最终方案的常规方法中对潜在子方案进行比选和斟酌具有同样意义。简而言之，生成的层级结构为设计提供了秩序。

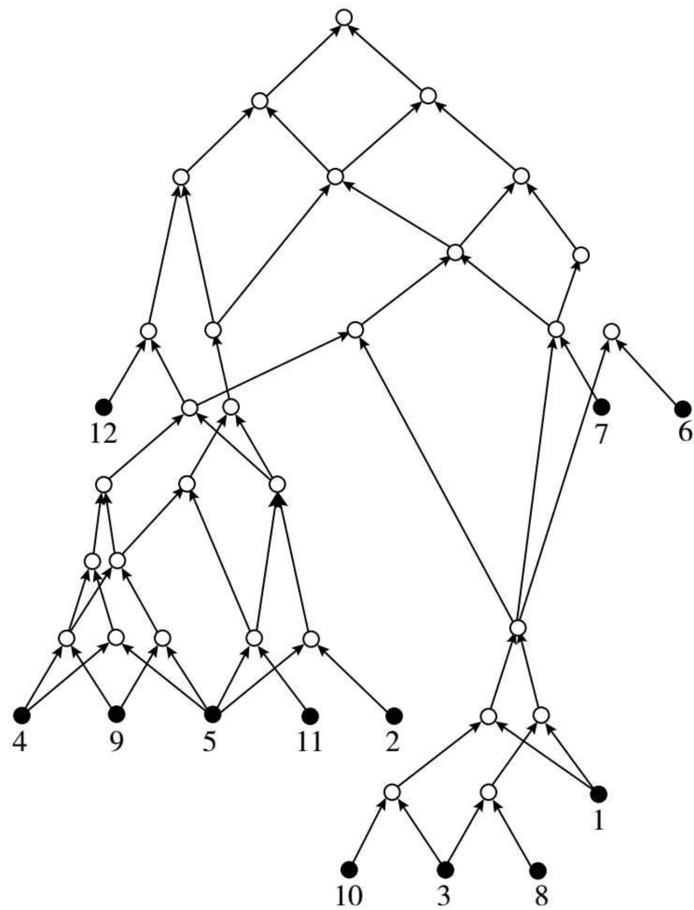


图10.7 网格状综合结构

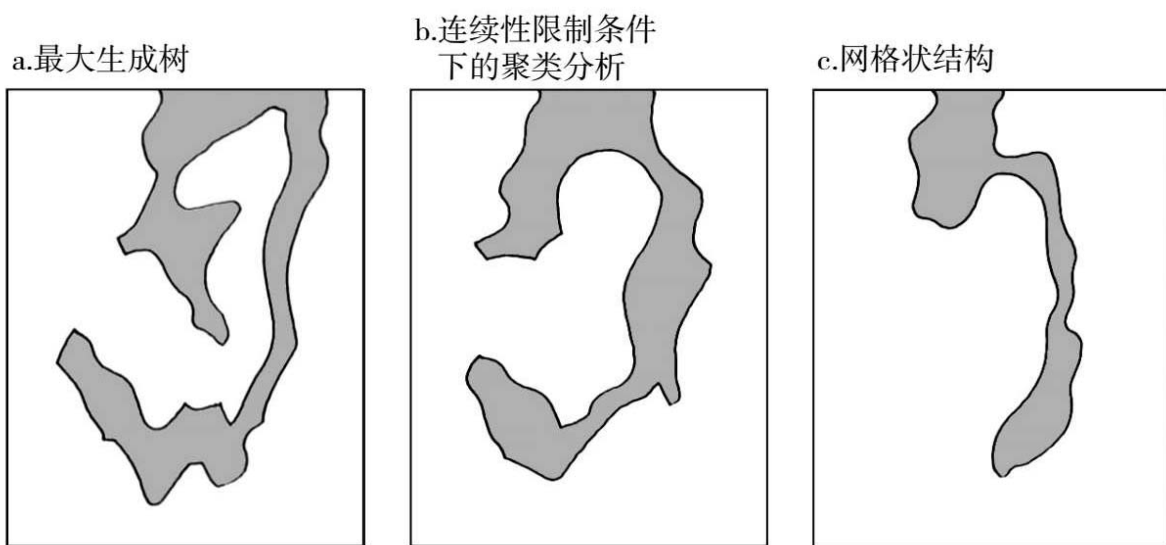


图10.8 不同层级方法中提取的综合的比较

需要注意的是这些方法中存在一处矛盾。如果我们假设层级体系用于对每个要素按照给定顺序互相平均，那么最接近的那些要素会被优先平均，得出的总体权重低于与较高层级子方案进行的平均。如果我们从最大生成树中选取图10.5的层级体系，假设我们遵循这一顺序，我们可以把平均过程按照下列方程写出，同时假设对两个要素或子解决方案进行平均时用的是简单平均。根据图10.5，我们可以把这个序时平均的过程写为

$$\bar{A}_{ik} = (((((((((((A_{i3} + A_{i8})/2 + A_{i10})/2 + A_{i1})/2 + A_{i9})/2 + A_{i4})/2 + A_{i6})/2 + A_{i5})/2 + A_{i11})/2 + A_{i2})/2 + A_{i7})/2 + A_{i12}) \quad (10.34)$$

显而易见，连接最少的要素A_{i12}拥有最高的权重，而且因为它最后进入层级体系，当它与基于按照给定顺序平均另外11个要素的子方案进行平均的时候，它的权重为1/2。我们可能需要考虑为层级体系中的每个位置给定权重，依据各要素被平均并赋予先验的较高权重的次序。但是，这方面的研究还比较少，有待积极的探索。

10.5 设计作为序时平均过程

除了尝试通过建立网格状结构来减少信息丢失，还有另一种综合方法，这种方法中涉及问题的整个信息集都被使用。想象图10.4中展示的图是一个通信网络，其中顶点代表发射器或接收器，而边则代表频道。这张图可以被重绘为有向图，其中允许存在循环，而且两个方向上都有通道。图中的每个顶点上都有一个设计者，对设计问题的答案持有特定的观点；每个设计者都可以把他或她的观点发送给其他设计者，反之也可以接收其他人的观点，但只能通过给定的信道。这一权力结构的基础是对信息汇聚进行管理的清晰规则集，以及信息汇聚所带来的设计者观点变化。

通过将设计问题重新理解为解决不同要素或设计者观点之间的冲突，集体行动的目标就变成在遵循既定规则的情况下在所有成员间达成共识。假设每个设计者都可以完美地协调自己和别人的观点，那么解决冲突的过程按照如下方式展开。在第一个时间周期t中，每个设计者通过给定频道发送一个观点给其他设计者，同时，每个设计者通过对自己的观点和收到的观点做简单平均来改变自己的观点。然后，在下一个时间周期$t+1$中，这些新的观点按照相同的方式被发送并平均。这个过程持续直到每个设计者与组中其他设计者达成某种总体共识。这种收敛至一个与所有最初观点都不同的共识的情况，只会发生在基于强连接网络的权力结构中，因为只有在这种结构中，任意成员的观点可以传播给其他所有成员。妥协观点的连续传播逐渐减少了成员之间的意见差异，但最终共识是传播网络的体现，继而也是群体权力结构的体现。弗兰奇（French，1956）最早提出以这个模型为基础来研究社会权力，随后哈拉里（1959）对其进行了发展，并成为多种意见汇聚和学习方法的基础（Golub and Jackson，2010;Jackson，2011）。虽然在第3章中曾经介绍过，但我们这里仍然需要重温这种方法，以便将其与上文介绍的各种线性综合和层级综合方法进行比较。

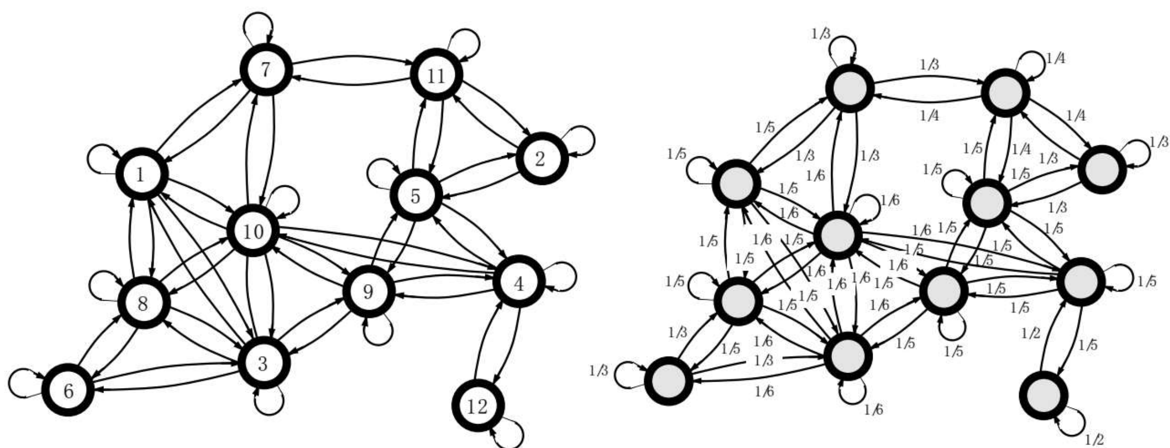


图10.9 权力结构的有向图

需要注意，这个过程有一项重要特征是它代表了平均程序的一种简单类型。而且，按这种方法构想的设计问题引入了涉及真实程序的

理念，包含权力和团体问题的解决以及连续决策。在图10.9中，无向图10.4被重画为有向图，图中沿着每条边的分数代表每个设计者相对其他设计者观点的直接权重。以这个公式为基础对设计问题进行综合并不算激进，问题中的每个要素代表了问题的一个部分解决方案。然而在应用之前，可以更正式地检验这个过程，以建立一个基于离散时间理论的代数表达——离散状态的马尔科夫过程。

考虑在任意时间段t+1中的平均或冲突解决的过程。这个过程包要素A_{ik}（t）的转换，在这里要素被记为与平均发生时间相关的形式，也就是起始要素A_{ik}=A_{ik}（1）。在时间周期t+1中，通过对所有设计者k到每个设计者j的连接的相关要素进行平均形成新的平均

$$A_{ij}(t+1)=\frac{\sum_k a_{jk}A_{ik}(t)}{\sum_k a_{jk}}。\tag{10.35}$$

实际上，我们可以用每个设计者给要素的权重来表达平均化过程。规定每个设计者给所有要素的权重之总和为1，条件概率定义如下

$$p_{jk}=\frac{a_{jk}}{\sum_k a_{jk}},\ \sum_k p_{jk}=1。\tag{10.36}$$

应用方程10.36，我们可以把包含方程10.35中序时平均数的递推关系写为

$$A_{ij}(t+1)=\sum_k p_{jk}A_{ik}(t)。\tag{10.37}$$

这里p_{jk}是跃迁概率，矩阵[p_{jk}]中每行总和为1，被称为随机矩阵，而一阶更新或平均化过程等价于一阶马尔科夫链（Kemeny、Mirkil、Snell and Thompson，1959）。

当然，方程10.35及其马尔科夫形式的方程10.36都是递推关系，任意阶段$t+m$的平均可以被认为是一个跃迁矩阵的函数，这个矩阵包含全部对原始要素进行平均的过程。接着，通过把A_{ij}（t+1）替换为A_{ik}（t）来对方程10.37进行迭代，我们得到

$$A_{i\ell}(t+2) = \sum_j p_{\ell j} A_{ij}(t+1) = \sum_j \sum_k p_{\ell j} p_{jk} A_{ik}(t) = \sum_k p_{\ell k}^{(2)} A_{ik}(t), \tag{10.38}$$

其中，$p_{\ell k}^{(2)}$具有较高的跃迁概率，可以推导出一般递归关系，从而任意时间$t+m$的平均值可以被表达为时间点t的要素值的函数

$$A_{ij}(t+1) = \sum_k p_{jk} A_{ik}(t)。 \tag{10.37}$$

如果网络是强连接的话，那么这个过程会趋于收敛。很明显，就原始要素而言，初始条件在最终答案中变得越来越弱，在信息发送中越来越包含信道强度。实际上，正如我们在第3章和第6章介绍的，可以看到，当 $m \to \infty$ 时，$p_{\ell k}^{(m)} \to w_k$，设定开始时间为$t=1$，方程10.39的极限可以被写为

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t)\, p_{ij}。 \tag{3.19}$$

其中c_i是单元或用地区域i收敛到的平均值。

构成这类过程基础的正式理论是马尔科夫理论，而马尔科夫链被用于描述所谓的遍历过程，即能够从任意其他状态达到一个特定的状态。马尔科夫链具有额外的规律特性，因为对于某些指数的矩阵$[p_{jk}]$，其所有要素均为正值。实际上，有一种对链进行完整分类的方法与等价马尔科夫有向图有关，但我们将到下一章再对链的分类和完整过程进行讨论，我们将再次正式介绍这个模型，并展示它在一个高速选址问题中的应用。

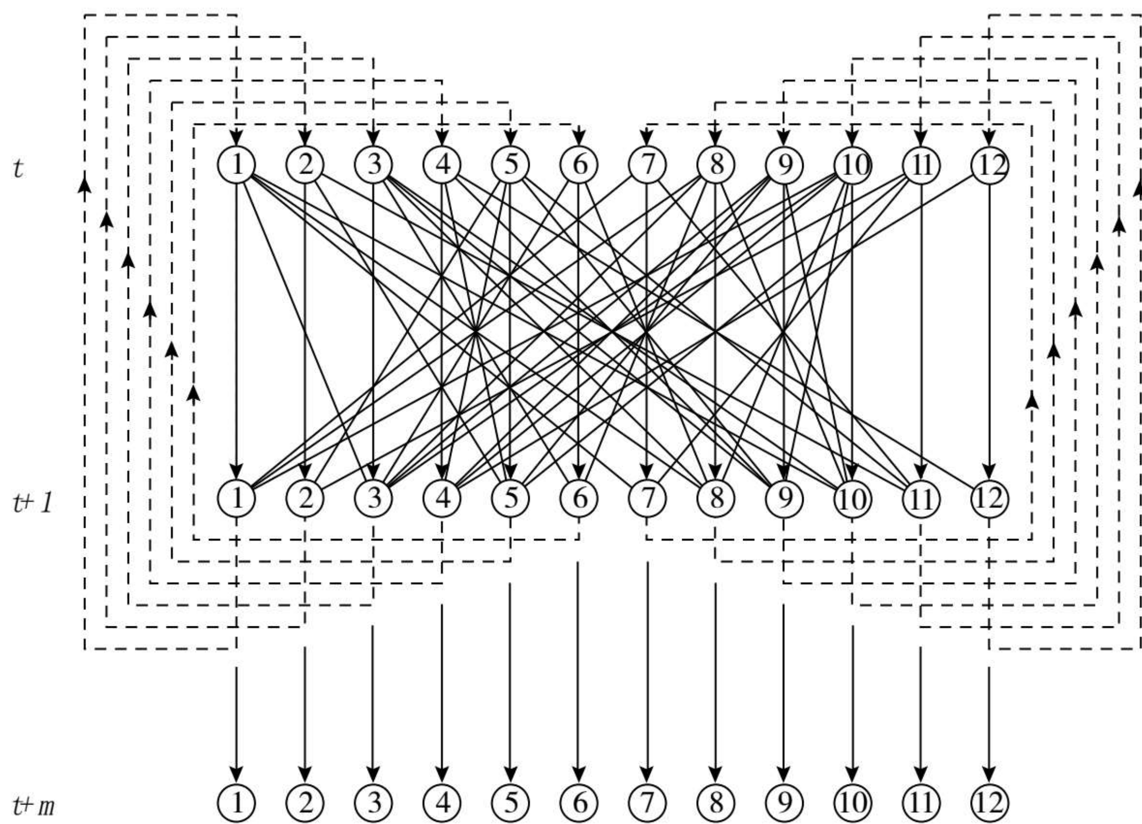


图10.10 作为序时平均的马尔科夫过程

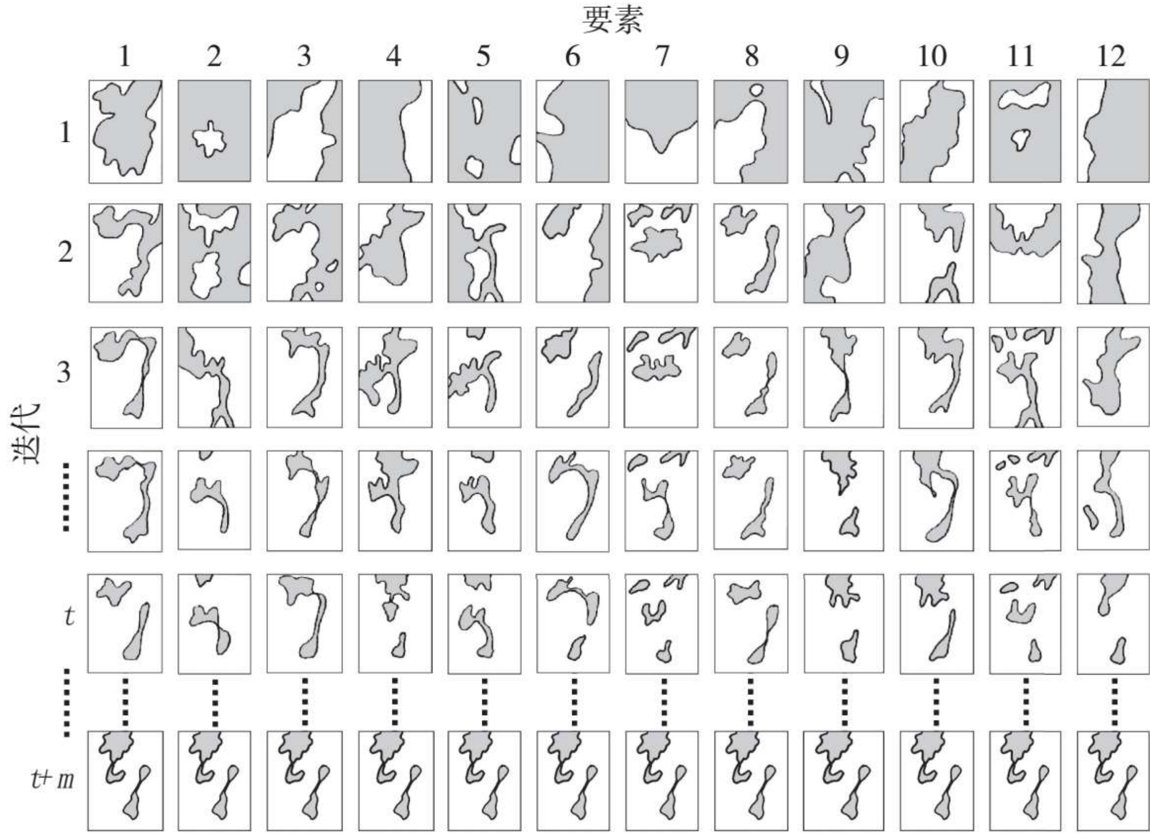


图10.11 限制图形式的空间平均

作为总结，我们将使用方程10.39和10.40所表现的过程来说明如何进行平均。我们使用方程10.35或10.37具体说明迭代结构，其中每个要素A_{ik}（t）在迭代时间t与其连接的要素进行平均，并在这个过程中生成A_{ik}（t+1）。这个过程持续到收敛。在图10.10中，我们用图把这一过程展示为一系列反馈循环，有点类似神经网络中的反馈和前馈循环（Gurney，1997），而图10.11中，我们以图的形式展示了初始要素集12以及它们逐渐收敛到同一个值c_k的过程。我们可以衡量每个要素在每个迭代时间t上的区别度，以测度收敛度，如

$$\Phi(t) = \sum_i \sum_k |A_{ik}(t) - c_k|。 \tag{10.41}$$

实际上，我们计算了跃迁概率，将其定义为

$$\Psi(t) = \sum_j \sum_k |p_{jk}^t - p_{jk}^\infty|, \tag{10.42}$$

其中限制矩阵虽然不能通过直接的矩阵相乘来计算，但可以用马尔科夫链的其他特性来计算，我们将在下一章中探讨。这个收敛过程很快，我们将用较为简单的方法来说明。同样需要注意的是，与生成平均值相关的权重与这一收敛紧密相关，而且可以明确地计算它。这些，像大多数与本章中的强连接网络相关的权重一样，反映了网络的结构，而且为了完整性，我们在表10.2中列出了权重，以便可以用线性综合直接比较。实际上，正如读者会注意到的，这些权重与基本连接矩阵的入度和出度相同，在这个序时平均过程中，它的简单性深入地根植在这个表达问题结构的方法中，而其平均过程定义在这个方法之上，这个属性特别吸引人。读者将在下一章中看到为什么会这样，但这是处理强连接对称图的一个基本结果。

10.6 设计科学与城市科学

本章开头引用的芒福德（1928）的叙述，表明了科学家和设计者在探寻理解的过程中，互相之间的差距并没有那么大，但设计师并不会认为他们的理论需要像科学一样验证。我们在本章中提出的大部分内容不能从任何传统意义上去验证其数据，因为这类设计是关于未来的，而且直到它实现之前都是隐藏不可见的。此外，如本书中其他很多地方一样，介绍的工具、方法以及程序在某种程度上都是“理想类型”。它们都与背景相适应，主要用于思辨和讨论，而不是提供问题的确切答案，这些答案不可避免会不尽完善，因为这是城市及其规划的基本特征。这些工具的意义更在于帮助我们思考规划问题和区位问题，而不是为了生成传统文字意义上的答案或方案。

这里介绍的方法本质上包含了权重这一基本概念。设计师和规划师在规划设计中很少处理这类问题，实际上，对于这些问题的认识是最近才出现的。像所有辅助规划设计过程的设计方法一样，这些技术包含了主观判断并且在不断探索中，但它们考验了设计师深入思考问

题带来影响的能力。这个领域的研究进展困难而且缓慢，但是对设计过程进行研究的需求特别迫切，如果城市研究领域任何方面有概念上和技术上的进展，对规划编制来说都非常有用和有价值。

这里概述的设计方法应用起来很简单，而且如果使用计算机的话，那么所需时间会变得很短。也许这些方法的最大优势是设计师可以“手动”使用它们。上面简介的马尔科夫方法可能会在设计过程研究中获得成功，因为它不仅能与现有的设计方法联系起来，而且也可以把真实行为影响带到设计科学中。我们将在接下来的三章中延续这些理念，因为序时平均与冲突的解决、共识的达成以及整体结构化论证过程紧密相关，这已经成为现在讨论的城市物质干预方式的中心议题。

第11章
马尔科夫设计机

“机器”本质上是一个系统，其行为充分地遵循规律或不断重复，因而我们有能力对它将来的行为做出预测。

——W·罗丝·艾希比（W.Ross Ashby），《控制论导论》（1956，第265页）

上一章概述的设计方法取决于对问题结构的识别，以及对影响问题解决方案的要素网络的处理。这样一个网络包括其中的子问题之间的关系强度，而且一般而言，这些问题是任何方案都无法一步解答的。正如我们在上一章中描述的那样，协调竞争或冲突要素的过程被类比为设计师处理相互冲突的不同方案的过程，并可以设想为由网络结构决定的平均化过程。在每个要素都与每个其他要素直接或间接相关的结构中，这个过程得到一系列连续的协调，其中原始要素互相协调，逐步形成一个解决方案。

我们认为这个过程等同于一个一般系统领域发展比较成熟的理论——马尔科夫过程。这样一个系统的行为被假设为仅取决于它以前的状态，而实际上系统缺乏记忆。这样的相关性模式显然只是一个大概的设计过程模拟，但发展这一方法的重要性在于对设计的模拟。正如我们在全书中贯穿的一个观点，我们探索城市科学以及城市设计科学的工具是解释性的。这种类推为我们提供了方向。霍华德（Howard，1971）中肯地提出了这一观点，当他说“没有一个物理系统能够被完全界定为马尔科夫的或非马尔科夫的，问题的核心在于马尔科夫模型是否有用。如果马尔科夫假设可以被证明是正确的，那么研究者就可以

享受到分析和计算方面的便利，而这在复杂模型中很不常见”（第4页）。这种模拟在设计中还有另一个角色，丘奇曼（Churchman，1971）曾经有过详细描述。对设计过程的探索，必须有一些实际设计系统可以参照做比较的替代设计系统。设计过程只能在这样的持续比较中发生，随之改进整个过程；在这里将要详细说明的理论尝试模拟这个角色。

在最后一章中，我们出于一些原因使用“机器”这个词，而不用“模型”。因为设计可以是特别私人的过程，机器而不是模型，让人觉得设计师对整个过程有很强的掌控，而机器只是想象的辅助——一个放大我们的智慧的工具，有些时候也包括我们的创造力。机器可以被理智地或拙劣地使用，它们可以被误用或滥用，这样的定义可以稍微降低这个论点的基调。此外，这里建立的马尔科夫机与有限自动机理论中的一个特定级别的数学机器相似并不是巧合，尽管这里的介绍会遵循常规路线。第8章中，我们引入用于为城市发展建模的元胞自动机比这里介绍的机器更广泛一些，但一阶动力学仍然是相同的。这也是另一个案例，展示了用于模拟城市系统的形态和结构的网络和动力过程与设计那些相似城市时使用的方法有相似的特征。这确实是本书中所用的工具的一个特性：从任何角度来说，网络和动力在分析城市时非常重要。

这一章分为三个部分。在第一部分中，我们将基于马尔科夫过程介绍用于设计的代数学知识。我们或多或少将重复上一章中介绍的序时平均基础方程，但会接着将这些总结为更通用的马尔科夫链形式。尤其重要的是，机器生成的设计方案包含了一系列权重，与影响问题的要素相一致。我们将介绍设计机的分类法，以界定问题的类别并使用相对应的方法。我们在第3章中曾提到这种分类方法，但这里我们将使用它。本章的第二部分是关于机器的选择，从许多可能的机器中，按照特定的选择标准来选择。选择这样一个机器的问题，我们称之为“设计设计机”，是作为动态规划中的一个问题来构想的，并且通过迭代法解决。最后，机器被应用于一个高速公路选址设计的问题，这

个问题最早由亚历山大和曼海姆（1962a）提出并解决。这样可以与我们在上一章中介绍的，原来用于解决这个问题的层级体系设计方法进行比较，也可以对设计机生成的多个不同方案进行控制。

11.1 设计代数学

11.1.1 再谈序时平均

设计问题之复杂在于要为一系列相互竞争和冲突的要求（体现为要素）提出一个综合性解决方案，因此设计是一个协调和解决冲突的过程。此外，有观点认为设计不仅仅是简单的选择，而且是一个创造性过程，丘奇曼（1971）把这个过程定义为“为了弄清哪一个方案可以达到想要的目标或一系列目标，而概念性地从一系列可供选择的方案中做出选择的思考行为”（第5页）。这与任何一个方案都是可选方案或子方案之间的协调这一理念有共同的内核，这个理念也是上一章中问题构建的基础。在这个意义上，设计是在冲突的可选方案之间所做的选择。

我们将从重申上一章中介绍的平均方程开始，这些方程展示了包含问题不同解决方案的一系列要素是如何被互相协调的。实际上，在第10章中，我们将空间范围定义为一个要素，我们将在这里继续讨论，但如果将这个要素视为一个数值会比较简单，可以让我们更加具体地展示收敛到一个加权平均数的过程。在第10章中，我们定义了一个空间范围要素k——一幅地图，A_{jk}——这里我们将减少空间范围——由单元i赋值——简单的定义为要素A_k。从要素集Ak（t）=A_k开始，即时间周期t到t+1的初始状态，同时使用一个强连接的二进制连接矩阵[a_{jk}]，新的平均值可以计算为

$$A_j(t+1) = \frac{\sum_k a_{jk}A_k(t)}{\sum_k a_{jk}}。 \quad (11.1)\ [10.35]$$

我们可以把网络标准化为一个跃迁矩阵，其中 $p_{jk} = a_{jk}/\sum_k a_{jk}$。用这些定义，我们把这个平均方程 11.1 写为

$$A_j(t+1) = \sum_k p_{jk}A_k(t) \quad (11.2)\ [10.37]$$

然后，用 $A_j(t+1)$ 替代 $A_k(t)$ 来迭代方程 11.2，我们得到

$$A_{i\ell}(t+2) = \sum_j \sum_k p_{\ell j}p_{jk}A_{ik}(t) = \sum_k p_{\ell k}^{(2)}A_{ik}(t)。 \quad (11.3)\ [10.38]$$

可以提取出一个总体的递归关系，在任意时间 $t+m$ 的平均值为

$$A_\ell(t+m) = \sum_k p_{\ell k}^{(m)}A_k(t)。 \quad (11.4)\ [10.39]$$

我们在第10章中没做任何证明就提出，如果网络是强连接的，那么这个过程将会收敛。从第一个要素集中可以清楚地看出，任意子集之间的任意平均数会缩小它们的范围，而且如果一个要素可以直接或间接地影响任意其他要素，原始要素在最终解决方案中会变得越来越弱。如果这个过程继续下去，那么当$m\to\infty$时，极限 $p_{\ell k}^{(m)} \longrightarrow w_k$，从而，设定开始时间为$t$=1，这个极限可以被写为

$$e(\ell)_i = \sum_k d_{ik}^{-1}, \quad (7.28)$$

其中c是最终要素解决方案的均衡态或稳态值，而[π_{jk}]是稳态矩阵。

很值得用可视化方法展示这一方法实际上是如何生成加权平均的。图11.1a中，我们展示了一个假定网络，存在于五个设计师、行动者或要素之间——任何一个代表了读者想要放在问题中的对象——而后我们展示了一个强连接的有向图。在图11.1b中，我们展示了一个对称的二进制矩阵，而图11.1c展示的是基于其标准化的跃迁矩阵。注意这个矩阵反映了用于建立要素平均值的权重，不同的节点连接到这些要素上。在图11.1d中，我们展示了一个体现序时平均生成的前馈和反

馈连接的迭代结构。在图11.1e中，我们展示了每个要素规定的初始值的收敛过程，其取值区间在3到10之间。这个过程从标在图11.1a中的节点旁的每个要素的值开始。这形成向量

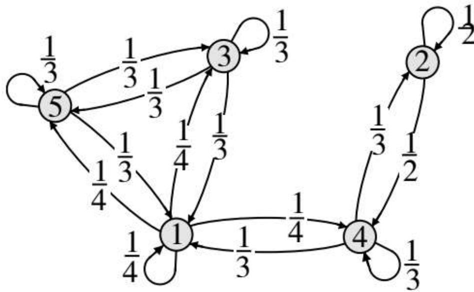
$$A_k(t=1)=[9 \quad 7 \quad 10 \quad 3 \quad 5] \tag{11.6}$$

而连续迭代得到

$$\left.\begin{aligned} A_k(2) &= [6.75 \quad 5.00 \quad 8.00 \quad 6.33 \quad 8.00] \\ A_k(3) &= [7.27 \quad 5.66 \quad 7.58 \quad 6.02 \quad 7.58] \\ &\vdots \\ A_k(\infty) &= [6.93 \quad 6.93 \quad 6.93 \quad 6.93 \quad 6.93] \end{aligned}\right\}。 \tag{11.7}$$

正如我们在下面会看到的，这个中值向量可以直接从网络的一些简单性质中生成。

a.网络



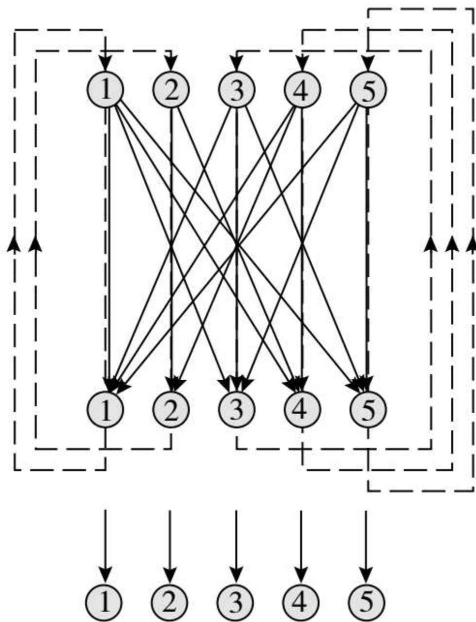
b.邻接二进制矩阵

1	0	1	1	1
0	1	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	0	1	0	1

c.跃迁概率矩阵

1/4	0	1/4	1/4	1/4
0	1/2	0	1/2	0
1/3	0	1/3	0	1/3
1/3	1/3	0	1/3	0
1/3	0	1/3	0	1/3

d.反馈–前馈方法



e.收敛至稳态

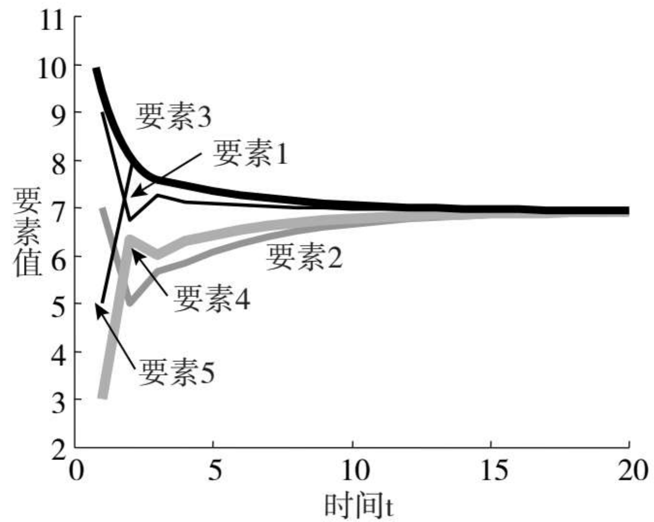


图11.1 一个通信网络即意见收敛的说明性案例

值得一提的是，这一过程与一个被称为霍普菲德（Hopfield）网络的神经系统网络很相似（Gurney，1997）。在霍普菲德网络中，问题在于发现连接权重，以反映要素需要符合的特定值的目标集，简而言之就是提出输入要素的清单。神经网络包含了寻找网络连接的权重值，这些网络连接将这些要素转变为一系列已知的要素——比如一个模式。在这个角度来说，神经网络问题与设计问题十分不同，因为网络训练针对的是要素的已知模式，以确定输入要素怎样转变为这个模

式。在设计过程中，不需要有这样的训练，而结束迭代的唯一标准是收敛到极限，在这里所讲述的案例中则表现为形成共识。虽然我们不会继续将它比喻为神经网络，但其中的很多建议颇具参考价值，例如将多元信息压缩为更收敛的形式，与这里建立的设计方法有一定的相似性，希望读者可以阅读这篇文章。

11.1.2 收敛性的凯梅尼斯内尔证明

在方程11.5中，$[\pi_{jk}]$是矩阵$[p_{jk}^{(m)}]$的极限形式，明显必须存在于收敛过程中。如果在极限中A_j（$t+m$）$=A_k$（$t+m$）$=c$，$j\neq k$，那么显然，解决方案是由原始要素A_k（$t=1$）的加权平均数组成的，其中权重w_k反映每个要素在最终解决方案中的贡献。方程11.5中提出的推测有很多证明，而且因为这样一个证明对这个方法及其在后续章节中的详尽阐述非常重要，值得详细说明。证明所用的形式最早由凯梅尼和斯内尔（Kemeny and Snell，1960）提出，而它的普及则是由于他们的阐述。

本质上，这个证明展示了当m变大时，A_j（$t+m$）与A_k（$t+m$）之间的差别变小。首先，让我们定义x_t和y_t分别为要素A_k（t），$k=1$，2，…，n的最大值和最小值，并按相似的方法，x_{t+1}和y_{t+1}分别作为要素A_k（$t+1$）的最大值和最小值。为了方便证明，我们重新排列A_k（t）以及关联矩阵$[p_{jk}]$，以便A_1（t）是最小值y_t，而A_n（t）是最大值x_t。接下来，我们定义一个要素集A_j，其中$A_1=y_t$，$A_k=x_t$，$k\neq 1$。那么，从这些定义中，可以明显地看出

$$\sum_k p_{jk}A_k(t) \leqslant \sum_k p_{jk}A_k。 \tag{11.8}$$

从方程 11.8 中，右侧可以扩充并重新排列为

$$\sum_k p_{jk}A_k = p_{j1}y_t + \sum_{k=2}^{n} p_{jk}x_t = p_{j1}y_t + (1 - p_{j1})x_t = x_t + p_{j1}(x_t - y_t)。 \tag{11.9}$$

当 $p_{j1} \geqslant \varepsilon$ 时，ε 是矩阵 $[p_{jk}]$ 的最小元素，那么

$$x_t - p_{j1}(x_t - y_t) \leqslant x_t - \varepsilon(x_t - y_t)。 \tag{11.10}$$

因此，使用方程 11.8

$$x_{t+1} \leqslant x_t - \varepsilon(x_t - y_t)。 \tag{11.11}$$

一个类似的推理形式，用 $-y_t$代表 x_t， $-x_t$代表 y_t，则

$$-y_{t+1} \leqslant -y_t - \varepsilon(-x_t + y_t)。 \tag{11.12}$$

然后，将方程11.11和11.12组合，得到

$$P_i(t+1) = (1 + \lambda_i(t+1))P_i(t)。 \tag{4.3}$$

方程11.13是一个递推关系，因此它可以展示

$$P_i(t+1) = (1 + \lambda_i(t+1))P_i(t)。 \tag{4.3}$$

因为ε≤1/2，方程11.14的极限收敛为

$$\lim_{m\to\infty}\{x_{t+m} - y_{t+m}\} = 0。 \tag{11.15}$$

另外，由于A_j（t+m）和A_k（t+m）之间的区别趋向于0，这个过程在收敛，而对于所有j来说A_j（t+m）=c。因此方程11.5中的推理被证明为

$$F_{ij} = \sum_k A_{ik}A_{jk}, \tag{3.4}$$

然而，从马尔科夫过程的观点来看，同样重要的是矩阵$[p_{jk}^{(m)}]$的表现，而这同样可以从证明来解决。假设A_k（t）=0，k=1，2，…，n-1，而A_n（t）=1，那么，由方程11.16可以看出[p_j（$_k{}^m$）]中第n列的每

个单元都是常数。重复输入A_k（t）=1，k任意，那么由于每列的单元是常数，则每一行必须相等。可以写为

$$\lim_{m\to 0} p_{jk}^{(m)} = \boldsymbol{\pi}_{jk} = w_k。\tag{11.17}$$

在方程 11.17 中，$[p_{jk}^{(m)}]$ 是一个随机矩阵，它表明

$$\sum_k w_k = 1。\tag{11.18}$$

因此w_k是真正意义上的权重，并反映了最终解决方案中每个要素的相对重要性。

11.1.3 标准马尔科夫过程

我们还没有用传统的马尔科夫过程把这一方法发展为设计机，马尔科夫过程最初是从概率论的一个分支发展而来。实际上，概率解释在这个背景下并没有序时平均有价值，但可以从基于概率的考虑过程中获得一些间接观点。平均过程与概率过程相反，其中平均是通过跃迁矩阵每行的线性加权要素来实现的。计算马尔科夫链所处状态的概率则是通过该矩阵的列来完成的。实际上，后面这个过程可以称之为一个前进过程，而平均则是一个后退过程，尽管这是一个偶然的观察，而且简单地与这些过程运行的方式相关。与任何正式的用途或发展并不相关。

本质上，标准过程即前进过程，计算的是系统在不同状态下的概率，与设计网络的节点或问题的子解决方案相当。这些概率是相对权重w_k（t），随着过程继续，这些权重将逐渐变得稳定，收敛至均衡权重w_k，这实际上给出了系统每个状态的时间占比。如果系统漫游于所有可能状态之间，即初始子解决方案的完整集之间，这可以看作在特定子解决方案中系统所处状态的概率。如果我们接着按这些权重对子解决方案求平均值，通过序时平均的后退过程，我们将得到单一解决方案。

首先，我们定义时间t上系统解决方案的概率为权重w_k（t）。然后应用跃进概率$[p_{jk}]$（实际是状态j改变为状态k的条件概率）进行更新，由第3章中的标准递推关系可以得出

$$w_k(t+1)=\sum_j w_j(t)p_{jk},\sum_k w_k(t+1)=\sum_k w_k(t)=1。\qquad(11.19)$$

方程 11.19 的递归可以得到

$$w_k(t+m)=\sum_j w_j(t)p_{jk}^{(m)}。\qquad(11.20)$$

从方程 11.5 的推测及其证明，矩阵 $[p_{jk}^{(m)}]$ 收敛到稳态矩阵 $[\pi_{jk}]$，其中每行都是稳定向量 $[w_k]$。因此

$$\lim_{m\to\infty} w_k(t+m)=\sum_j w_j(t)\pi_{jk},\qquad(11.21)$$

那么用稳定向量替换方程 11.21 中的 $[\pi_{jk}]$，则可以得出如下稳态关系

$$\lim_{m\to\infty} w_k(t+m)=\sum_j w_j(t)w_k=w_k。\qquad(11.22)$$

更重要的是，方程11.22说明了收敛到w_k与初始概率w_j（t=1）是独立的，而这个特定概率往往用于说明马尔科夫过程“没有记忆”。

这一点对于理论的首要意义不是介绍概率参数本身，而是展示一个方便的方法来计算稳态概率或权重w_k。在极限中，方程11.20到11.22表明了

$$d_i=\sum_j g_{ij}。\qquad(3.14)$$

而将方程11.22代入方程11.23得到经典稳态方程

$$d_i=\sum_j g_{ij}。\qquad(3.14)$$

这反映了稳态方程可以直接从跃迁概率矩阵中计算出来，不需要依靠迭代。然而，与方程11.24相关的方程系统是线性的且同质的，因此只能使用从集合中减去第一个n-1方程并加上方程$\sum_k w_k=1$来直接解决。随之可以提取出如下形式的一个可解方程组：

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11}-1 & p_{12} & \bullet & \bullet & \bullet & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22}-1 & \bullet & \bullet & \bullet & p_{2n} \\ \bullet & & & \bullet & & \bullet \\ p_{n-1,1} & p_{n-1,2} & \bullet & \bullet & \bullet & p_{n-1,n} \\ 1 & 1 & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \bullet \\ \omega_{n-1} \\ \omega_n \end{bmatrix}。 \quad (11.25)$$

由于$[w_k]$使用任意标准方法，上述线性方程的数集可以被解。

随着马尔科夫过程达到稳态，评估其行为有几种方法。特别是包含对跃迁矩阵频谱分析的方法，分解为特征根或特征值，帮助确定不同状态的收敛比例以及阻尼效应（Bailey，1964）。工程学中一个相关方法通过Z变换分析用几何学方式处理马尔科夫过程，但因为大多数此类方法涉及更复杂的数学问题，这里不再继续探讨。简单而言，使用将高跃迁概率联系到稳态概率的方程，可以对马尔科夫过程的收敛展开较为实用的分析。比如，根据巴特（Bhat，1972），我们可以将收敛的测度指标定义为稳态跃迁π_{jk}与跃迁概率矩阵$[p_{jk}^{(m)}]$之差，如上一章中的方程10.42，尽管其他方法经常是通过比较先验概率和后验概率。泰尔（1972）使用了库尔贝克（Kullback，1959）著名的“信息歧视”统计数据来衡量收敛，

$$I(m) = \sum_j \sum_k \pi_{jk} \log \frac{\pi_{jk}}{p_{jk}^{(m)}}。 \quad (11.26)$$

方程11.26实际上类似一个卡方统计。这些方程很容易应用，在下文设计机部分我们也将用它来分析收敛情况。

11.1.4 设计机的分类

为确定上文提到的各种理论的类别，我们从马尔科夫过程的特性出发，然后应用图论，建立一套设计机的分类系统。在讨论有限马尔科夫过程或马尔科夫链的类型时，一个有用的概念与不同状态之间是

否可达相关。可达的状态，即互相可以到达的状态，构成了一条不可再分的链——不能分解，而且它的状态被认为是不变的（Feller，1957）。相反，不可达的状态被称为临时状态，从这个意义上说，一旦过程离开这些状态，就不会回来。如果只有一个状态是不变的，所有其他状态都会是临时的，那么这个状态被称为吸收态，而链则被称作吸收马尔科夫链。

一个直观上更吸引人的链的分类是通过图论来分类。众所周知，方程组可以表示为有向的线性图，其中变量被表示为图中的节点或顶点，而方程系数则表示为连接节点的弧或者线段。确实，在特定的案例中用图论的概念来解决方程组问题比较简单。正如我们在上一章中提到的，可以用有向图来表达方程11.2或11.19中给出的马尔科夫过程，如图11.1。哈拉里和利普斯坦（Harary and Lipstein，1962）称这个结构为马尔科夫有向图，这些作者也展示了图论可以用于将马尔科夫链分类。而且，用图论展示的马尔科夫过程可以被比作一个通信系统，其中节点代表信息发射器和接收器，边代表通信频道。这里描述的设计过程和社会权力结构的类比起源于这个解释（French，1956;Harary，1959;Lambiotte et al.，2011），而图论同样把这一过程与前面的设计方法联系起来，如第10章。

上文曾间接提到，图11.1可以很好地体现马尔科夫链中的可达性概念。如果像图11.1一样，存在一条从一个节点到另一个节点的可能路径，这条路径可以是有向的或无向的，那么这个节点或状态对于其他节点或状态来说是可达的。这种可达性实际上是对连通性的一种测度，图形分类最为完善也为本书所一直使用，因而马尔科夫链使用了这些概念。

对于不可约链，所有状态均不变且相互可达，可以分为“完全连接链”和“强连接链”。在完全连接链中，所有状态都互相直接可达，即：矩阵$[a_{jk}]$和$[p_{jk}]$的所有单元均为正值。强连接链包含了不直接可达但间接可达的状态，当矩阵$[p_{jk}^{(m)}]$的指数$m<n$，整个$[p_{jk}^{(m)}]$均为正值。

我们也从连通性的角度将不可约链分为三种类型。在“单方面连接链”中，一条链可以分为一个具有不变状态的不可再分集和其他临时状态集。“弱连接链”可以被分为两个或两个以上的不可再分集，“无连接链”可以完全分为两条或两条以上的链，然后再按照上述方法分类。图11.2给出了这种分类方法的图示，可视化地展示了这些可达性和连通性概念的含义。

	完全遍历	强遍历	吸收链		无法链接
跃迁矩阵	$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} & p_{15} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} & p_{25} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} & p_{35} \\ p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44} & p_{45} \\ p_{51} & p_{52} & p_{53} & p_{54} & p_{55} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & p_{14} & 0 \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & 0 & 0 \\ 0 & p_{32} & p_{33} & p_{34} & 0 \\ p_{41} & 0 & p_{43} & p_{44} & p_{45} \\ 0 & 0 & 0 & p_{54} & p_{55} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & 0 & 0 \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_{21} & p_{22} & 0 & 0 & 0 \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{54} & p_{55} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} p_{11} & 0 & p_{13} & 0 & 0 \\ p_{21} & p_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{32} & p_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & p_{45} \\ 0 & 0 & 0 & p_{54} & p_{55} \end{bmatrix}$
有向图	完全链接	强链接	单方面链接	弱连接	无连接
马尔科夫链状态					
	●不变的 ○临时的 ⬚吸收状态封闭				
权重	$\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{3}{15} & \frac{3}{15} & \frac{3}{15} & \frac{4}{15} & \frac{2}{15} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	无稳态	
设计类型	相等权重	不相等权重	单要素主导	不可解设计问题	

图11.2 设计问题作为马尔科夫有向图的分类

就马尔科夫过程而言，不可约链能够达成所有要素真正协调的解决方案，然而在可约链中，所有要素都不能协调。在单方面连接链中，一个要素或一个要素集占主导地位，而与临时状态相关联的要素没有作用。然而，在弱连接链中，不会达成单一解决方案，因为两个或两个以上的要素集显示了独立解决方案，而且由于不可达性，永远不会融合。真正的协调得到的结果只能使用不可约链。在本章剩下的

部分将只讨论强连接链和完全连接链，因为只有这些链才能得出非凡的解决方案。在现实中，可约链可能与许多无法解决或只能部分解决的设计问题相匹配。从根本上说，只有当每个节点或行动者之间有直接或间接的连接才能实现真正的协调。

11.1.5 对称设计机：一个戏剧性的简化

不可约链有一个特别的分类，需要我们在继续讨论之前予以严肃对待。这些链中，与矩阵$[a_{jk}]$关联的要素A_j（t）和A_k（t）之间的原始关系集是对称的。在这样的矩阵中，稳态权重w_k完全一致，与方程10.12中的入度（或出度）a_k成比例；即$w_k \propto a_k$。这些权重可以被直接计算为

$$w_k = w_j = \frac{\sum_j a_{jk}}{\sum_j \sum_k a_{jk}} = \frac{\sum_k a_{jk}}{\sum_j \sum_k a_{jk}}, j = k。 \quad (11.27)$$

如果我们把这个权重换为稳态方程11.24，并写出跃迁矩阵的基本形式，根据$p_{jk} = a_{jk} / \sum_k a_{jk}$可以得出

$$w_k = \sum_j \frac{\sum_k a_{jk}}{\sum_\ell \sum_k a_{\ell k}} \frac{a_{jk}}{\sum_z a_{jz}}。 \quad (11.28)$$

由于方程11.27中所包含的对称性，很容易证明方程11.28，这对设计机理论有着重要的影响。

如果一个设计问题中的要素之间关系是对称的，上述结果意味着从以下方程中可以一步得到解决方案

$$c = \frac{\sum_j A_j(t) \sum_k a_{jk}}{\sum_j \sum_k a_{jk}}。 \quad (11.29)$$

第10章中介绍的几个设计方法都是基于要素之间的关系是二进制或对称的假设，即$a_{jk}=a_{kj}$，而且a_{jk}=1或0。实际上，后面将要介绍的案例最初是通过关系的二进制集来建立的。对于这样的二进制矩阵，上述结果意味着在最终解决方案中，每个要素的权重与数集中的要素之间的正关系的数量成比例。事实很直观，对于结构可以用简单二进制来描述的问题，权重集也相应简单。

从这方面来说，将二进制问题推到极端也很有趣，因为每个要素与其他每个其他要素相连接，每个要素在最终解决方案中的权重相等。在这种情况下，p_{jk}=1/n，可以明显看出跃迁矩阵已经处于稳态。对方程11.24中的p_{jk}进行代换可以得到

$$w_k = \sum_j w_j \frac{1}{n} = \frac{1}{n}, \qquad (11.30)$$

我们注意到马尔科夫设计机这样一个结构，与一个使用“叠筛”技术的直接协调的结构完全一致，后面这个结构被用于物质设计问题中，在第10章中介绍过。到此刻，设计机的正式结构已经被充分地展现出来，扭转了论证逻辑，并将问题扩展到考虑从一类机器中选择特定机器。在接下来的部分，我们将通过此类设计机的实践应用来正式提出并解决这个问题。

11.2 设计机的设计

11.2.1 马尔科夫决策问题

由于设计过程使用马尔科夫机器按顺序进行求解，很可能随着平均化过程出现奖励或处罚。比如，如果冲突要素之间必须达到一个协调，那么可能出现一些得失，这些得失可能反过来影响过程的形式。另一方面，如果问题被看作对问题有不同态度的设计师尝试解决相互之间冲突的过程，奖励处罚特性可能更加明显。可以修正已经描述过

的过程以说明此类行为，正如最早由贝尔曼（Bellman，1957a）提出的并由霍华德（Howard，1960）详细描述的那样。下列结果仅与不可约链有关。

假设一个过程，在这个过程中，设计师必须在跃迁概率$[p_{jkq}]$中的不同数集q之间做出选择。这些包含了不同的奖励集$[r_{jkq}]$，以便优化值的一些标准，其中下标q指的是这些替代对象集以及可能被选择的奖励。问题可以被正式明确，其中的每个要素j在时间t+1的期望值v_{jq}（t+1）取决于

$$v_{jq}(t+1) = \sum_k p_{jkq}[r_{jkq} + v_{kq}(t)]。 \qquad (11.31)$$

由于方程 11.31 中的第一项独立于过程到达的阶段，我们定义 g_{jq} 为

$$g_{iq} = \sum_k p_{jkq}\, r_{jkq}, \qquad (11.32)$$

那么方程 11.31 可以被写为

$$v_{jq}(t+1) = g_{jq} + \sum_k p_{jkq} v_{kq}(t)。 \qquad (11.33)$$

注意 v_{jq}（t+1）的值不仅仅取决于过程 g_{jq}每个阶段所获得的常数，还取决于目前为止所获得的值 $v_{jq}(t)$。

从替代方案 q 中选择设计机的任务就是在每个阶段优化这一过程，或者说在这个案例中，是最大化 $v_{jq}(t+1)$。这个问题被写为

$$v_{jq}(t+1) = \max_q\{g_{jq} + \sum_k p_{jkq} v_{kq}(t)\}, \qquad (11.34)$$

而且在这个形式下，它是一个典型的动态规划问题，正如贝尔曼（1957b）考虑的那样。贝尔曼的最佳性原则说明了一个用于从时间t=1开始解决上述问题的后退迭代方法，但这个方法主要用于确定任意时间点该过程的值。这里讨论的这个案例，更重要的是随着过程无限持续而从中获得的平均值，而在可以确定这个值之前，需要研究其极限行为。

11.2.2 决策过程的极限行为

首先把v_{jq}（t+1）代入方程11.33来计算v_{jq}（t+2）的值。然后，在这个时间点抑制上标q，

$$
\begin{aligned}
v_\ell(t+2) &= g_\ell + \sum_j p_{\ell j}\left[g_j + \sum_k p_{jk} v_k(t)\right] \\
&= g_\ell + \sum_j p_{\ell j} g_j + \sum_k p_{\ell k} v_k(t)。 \qquad (11.35)
\end{aligned}
$$

如果方程 11. 33 中的递推关系被无限应用，那么

$$
v_\ell(t+m) = g_\ell + \sum_y p_{\ell y} g_y + \sum_z p_{\ell z}^2 g_z + \cdots + \sum_k p_{jk}^{(m)} v_k(t)。 \qquad (11.36)
$$

方程 11. 36 可以被更简明地写为

$$
v_j(t+m) = g_j + \sum_{s=0}^{m-1} \sum_k p_{jk}^{(s)} g_k + \sum_k p_{jk}^{(m)} v_k(t), \qquad (11.37)
$$

其中 $p_{jk}^0 = \delta_{jk}$，克罗内克符号，所以［$p_{jk}^{(0)}$］是单位矩阵。

可以把矩阵 $[p_{jk}^{(s)}]$ 定义为稳态矩阵 $[\pi_{jk}]$ 和一个误差矩阵 $[E_{jk}^{(s)}]$。那么，使用下列定义，

$$p_{jk}^{(s)} = \pi_{jk} + E_{jk}^{(s)}, \tag{11.38}$$

并注意

$$E_{jk}^{(0)} = \delta_{jk} - \pi_{jk}, \tag{11.39}$$

方程 11.37 可以按照如下方式简化。用方程 11.38 来替换 $[p_{jk}^{(s)}]$，我们得到

$$v_j(t+m) = m\sum_k \pi_{jk}g_k + \sum_{s=0}^{m-1}\sum_k E_{jk}^{(s)}g_k + \sum_k \pi_{jk}v_k(t) + \sum_k E_{jk}^{(m)}v_k(t)。 \tag{11.40}$$

然后转到极限上，并注意 m 值较大时，$E_{jk}^{(m)} \to 0$，我们有

$$\begin{aligned}\lim_{s\to\infty} v_j(t+m) &= m\sum_k \pi_{jk}g_k + \sum_{s=0}^{m-1}\sum_k E_{jk}^{(s)}g_k + \sum_k \pi_{jk}v_k(t)\\ &= m\sum_k w_k g_k + \sum_k e_{jk}g_k + \sum_k w_k v_k(t),\end{aligned} \tag{11.41}$$

其中误差项 $E_{jk}^{(s)}$ 在 s 上的总和可以被定义为

$$\lim_{s\to\infty}\sum_s E_{jk}^{(s)} = e_{jk}。 \tag{11.42}$$

然而，方程11.41展示了在极限中，这一过程仅取决于m的值，因而是线性的。如果应用下列定义，这个结果会更明显：

$$v_j = \sum_k e_{jk}g_k + \sum_k w_k v_k(t), \tag{11.43}$$

和

$$z = \sum_k w_k g_k。 \tag{11.44}$$

把方程 11.43 和 11.44 代入 11.41 得到

$$v_j(t+m) = v_k + mz, \tag{11.45}$$

对于每个截距为v_k斜率为z的状态k明显都是线性的。实际上，方程11.44定义了过程在每个阶段获得的平均值，而方程11.45用于展示在极限中平均值占主导地位。因此优化策略明显必须是最大化这个过程中获得的平均值。有几种方法可以达成。乌尔夫和丹齐格（Wolfe and Dantzig，1962）为这个问题开发了一个线性规划策略，但这里用的算法来自霍华德（Horward，1960）。

11.2.3 霍华德的算法

霍华德的方法被分为两个部分，循序并迭代地应用。对于被采用的特定替代方案q，给定一个随意的初始决策，被称为定值阶段的第一次操作，产生了相对值v_j和增益z。然后，根据这些值，算法进入策略改进阶段，检验每个替代方案k并选择最佳的。这些新的替代方案接着回到定值操作中，这个过程一直持续直到决策达到某种收敛。

首先，将决策过程方程11.33的一般方程与极限方程11.45结合为

$$F_{ij} = \sum_k A_{ik}A_{jk}, \tag{3.4}$$

由于v_k（t）的极限值也可以通过方程11.45来确定，方程11.46变为

$$R(\ell)_i = \sum_k R(\ell)_{ik},\ R(\ell)_k = \sum_i R(\ell)_{ki},\ \text{且}\ R(\ell)_i \neq R(\ell)_k, i = k。 \tag{7.34}$$

重新排列并简化方程11.47得到

$$F_{ij} = \sum_k A_{ik}A_{jk}, \tag{3.4}$$

这是一个有n+1个未知数的n方程组。在现在的形式中，它是不可解的，但因为极限方程是线性的，是v_k的相对值，这一点非常重要。因此如果v_k的一个值被设为等于0，得到的方程组可以通过标准方法求解，从而推导出v_k的相对值以及增益z。

从基于方程11.48修改过的方程组中得到的相对值，可以被代入优化方程11.34。那么

$$R(\ell)_i = \sum_k R(\ell)_{ik},\ R(\ell)_k = \sum_i R(\ell)_{ki},\ 且\ R(\ell)_i \neq R(\ell)_k, i = k。$$

（7. 34）

由于增益*mz*对于所有*k*都是常数，那么只需要从$g_j + \sum_k p_{jkq} v_k$中选择*q*，就可以对每个替代值进行计算。然后把新的奖励顶点[g_{kq}]和矩阵[p_{jkq}]重新代入方程11.48，那么方程11.48和11.49不断重复直到出现替代方案的一个稳定集合。

当替代方案的数值较小时，可以最大化过程的增益，对于矩阵[p_{jkq}]所有的组合，通过对方程11.49求解，选择最佳设计机。然而，对于少数替代方案和状态，这种方法不能用。比如，考虑一个有20种状态的过程，每个状态有两个替代方案。则会有2^{20}个可能的设计机，而且从中做出一个选择的任意策略，都需要建立在完整列举的基础上，这显然是不可能的。

11.3 设计机的应用

11.3.1 亚历山大曼海姆高速公路选址问题

我们在第10章中，已经把马尔科夫设计机应用于一个实体规划问题，包括在小镇中寻找新的居住用地。但我们仍然需要比较这些方法的变化，这里我们将进行包含这种比较的应用。设计问题的选择是由亚历山大和曼海姆（1962a）最早提出的，在某种意义上这是一个经典，因为经过很多设计理论家的阐释，它是分层设计方法的最佳案例之一，但其最佳发展是在亚历山大（1964）的著作《形态综合论》中。这个问题是对马萨诸塞州西部的斯普林菲尔德和北安普敦之间的一条高速公路进行选址，而亚历山大和曼海姆（1962a）使用并在这里

采用的设计途径，包含了根据一系列冲突的物理要素来寻找高速公路的最佳可能路径。总共选择了26个物理要素，而且每个要素按照其对问题的潜在解决方案绘制成图。因此每个要素展示了对于该高速公路来说可接受或不可接受的选址区域。这26个要素展示在图11.3中，该图是从原始报告中摘取的。从黑到白的渐变反映了对于新高速公路选址来说，从高到低的潜在土地适用性。

亚历山大和曼海姆对该问题的处理，首先通过以二进制的形式详细说明所有要素之间可能的成对连接。如果要素被判定为相互大大加强或互相冲突，那么要素与其他要素有关。就第3章介绍的相关分析而言，没有形成正式的对连接强度的测度方法，因此关系矩阵是直观得出的。该矩阵随后通过聚类分析法被分解，得到的层级结构被用作得到最终解决方案的过程中综合或分解要素的顺序。亚历山大和曼海姆同样尽力指出，综合的过程并不仅仅是平均的一种，而且是设计师根据自己对于最终结构的预期形式的理念，来加强形成的解决方案。因此可以这样说，直觉被允许通过后门进入这个过程。同时，这也让这个方案的解决方案之间通过不同方法的任意正式比较显得有些不确定。虽然如此，由亚历山大和曼海姆综合的解决方案将会被比较，他们的方案如图11.4所示。

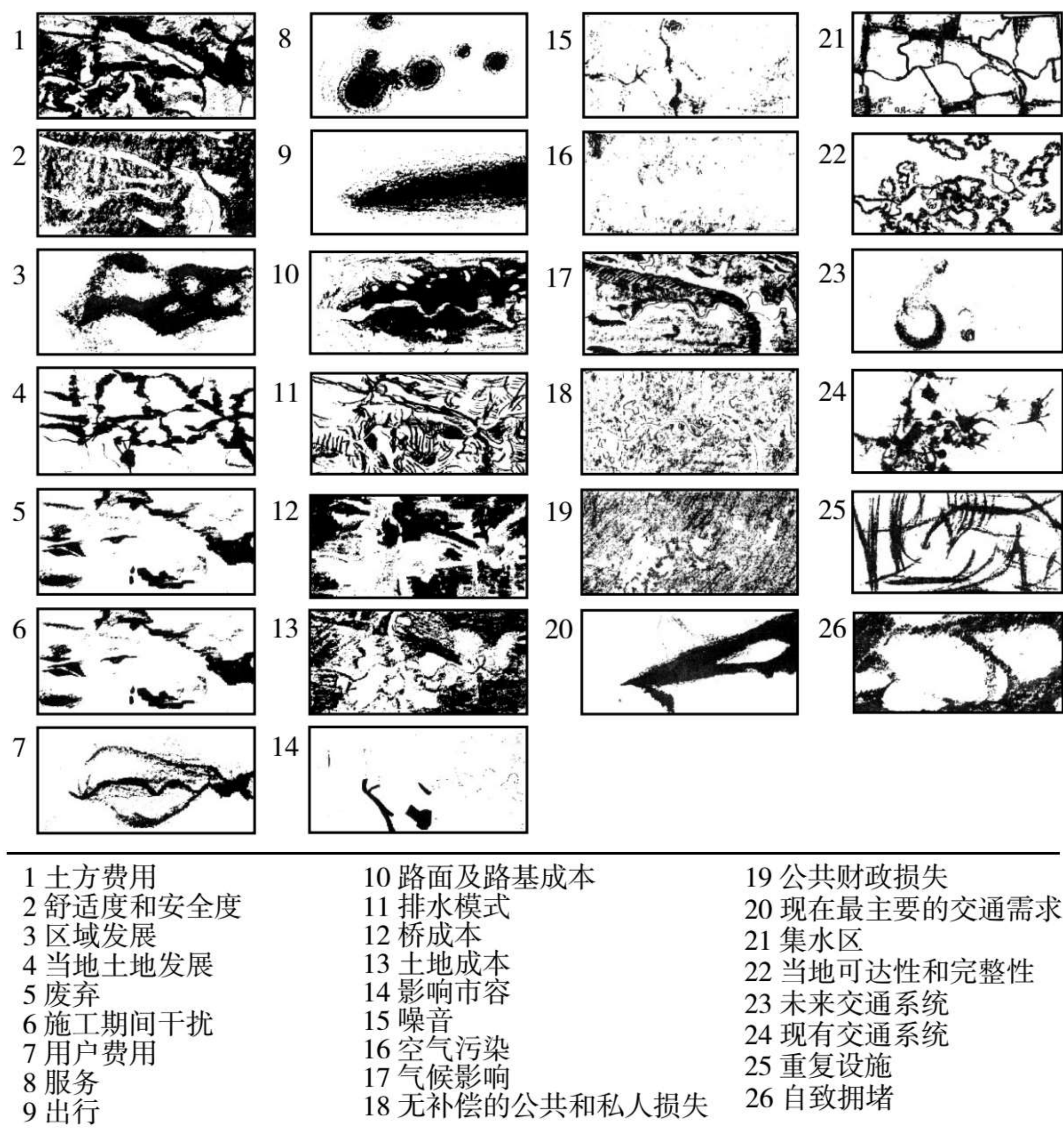


图11.3 亚历山大曼海姆高速公路选址问题要素图



图11.4 亚历山大曼海姆分层设计解决方案

这个高速公路选址问题的三种不同解决方案，是通过马尔科夫设计机生成的。这些马尔科夫解决方案都是通过方程11.27的结果来计算，因为它们的关系矩阵是对称的。亚历山大曼海姆问题的马尔科夫等价问题是通过报告中提出的原始二进制关系来计算的，并作为直接比较。第二个解决方案中所有要素都具有相同权重，类似于上一章中介绍的基波（Keeble，1952）和麦克哈格（McHarg，1969）的筛映射方法，而第三种解决方案通过建立在空间冲突基础之上的关系矩阵来生成。可以计算每对要素之间的关联空间系数，而关系矩阵$[\hat{a}_{jk}]$直接建立在这个关联上：

$$\hat{a}_{jk} = \frac{M_{jk}}{M_{jk} + U_{jk}}, 0 \leqslant \hat{a}_{jk} \leqslant 1。 \tag{11.50}$$

每个要素在一个规则单元网格上编码，而M_{jk}代表了任意两个要素$A_j(t)$和$A_k(t)$ 之间匹配单元的数量；U_{jk}是不匹配单元。$[\hat{a}_{jk}]$ 明显是对称的，并符合稳态权重与入度或出度成比例的隐含定理。

在图11.5中，展示了通过这三个变种生成的这个问题的解决方案，与亚历山大曼海姆解决方案的直接比较显示了一些重要区别。在这三种情况中，解决方案非常相似，具有空间关联，而与亚历山大曼

海姆相关的解决方案，可以看作比“筛映射”方案稍微稳固的版本。实际上，这是它本身的一个有趣结果，因为它确认了同一个问题的解决方案之间的区别并不大的这一直觉，这些不同的解决方案有不同的加权结构，而它们之间的区别并没有权重本身的区别那么大。相对图11.4中的原始解决方案而言，图11.5中的这三个解决方案把高速公路的主线往西部延伸得更远，而亚历山大和曼海姆的路径接近康涅狄格河。马尔科夫解决方案与原始解决方案中，高速公路在斯普林菲尔德附近的第一段是相似的，但在这条路径根据每个单独的要素来检验的时候，很难看出亚历山大和曼海姆如何选择他们的路径。然而，由于亚历山大和曼海姆提到的直觉偏差，以及他们明显对于现场条件更为深入的当地知识，这个比较是不确定的。尽管如此，这些比较是有趣的，并提供了看待一个著名问题的不同方法。

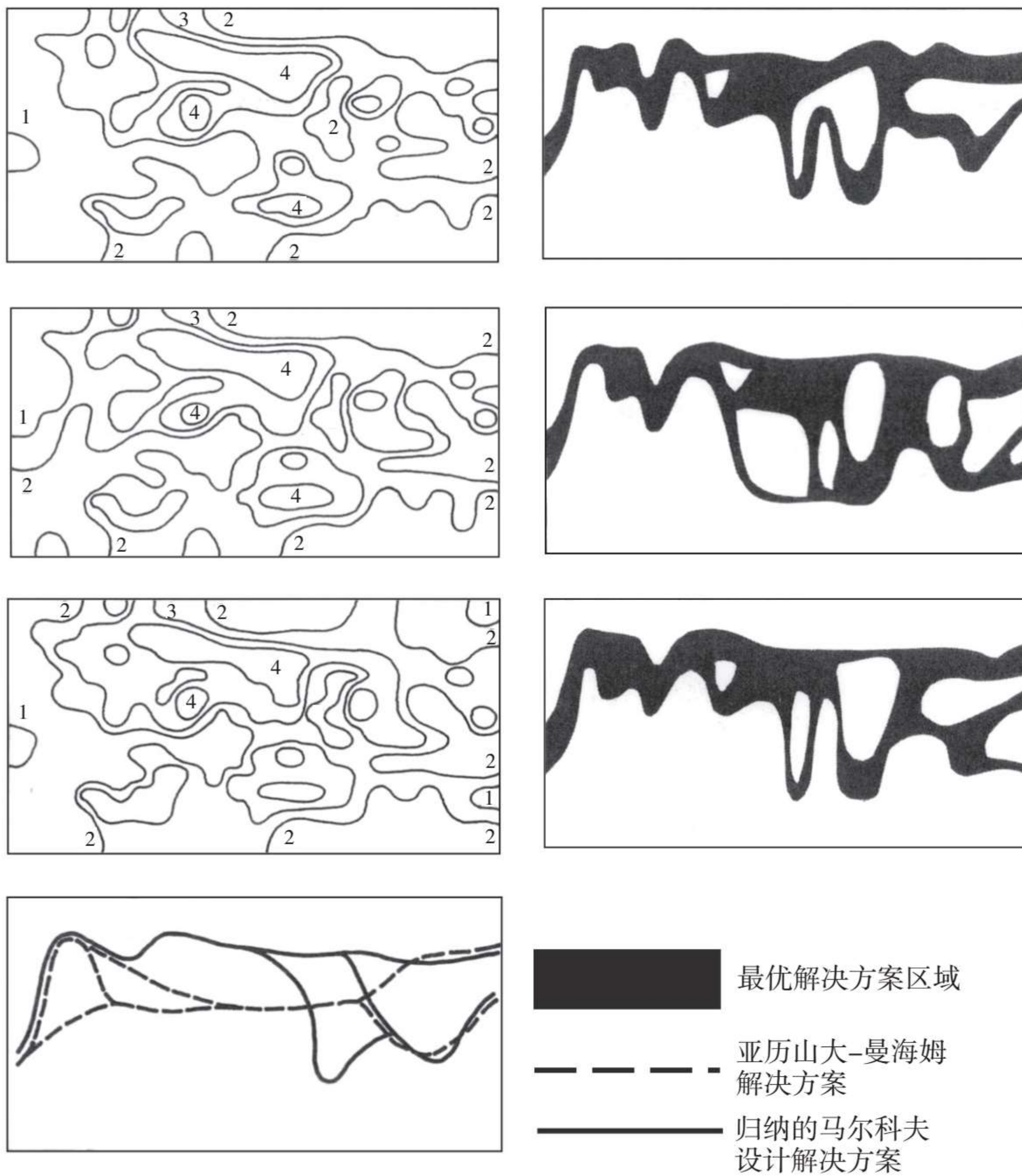


图11.5 设计生成的解决方案

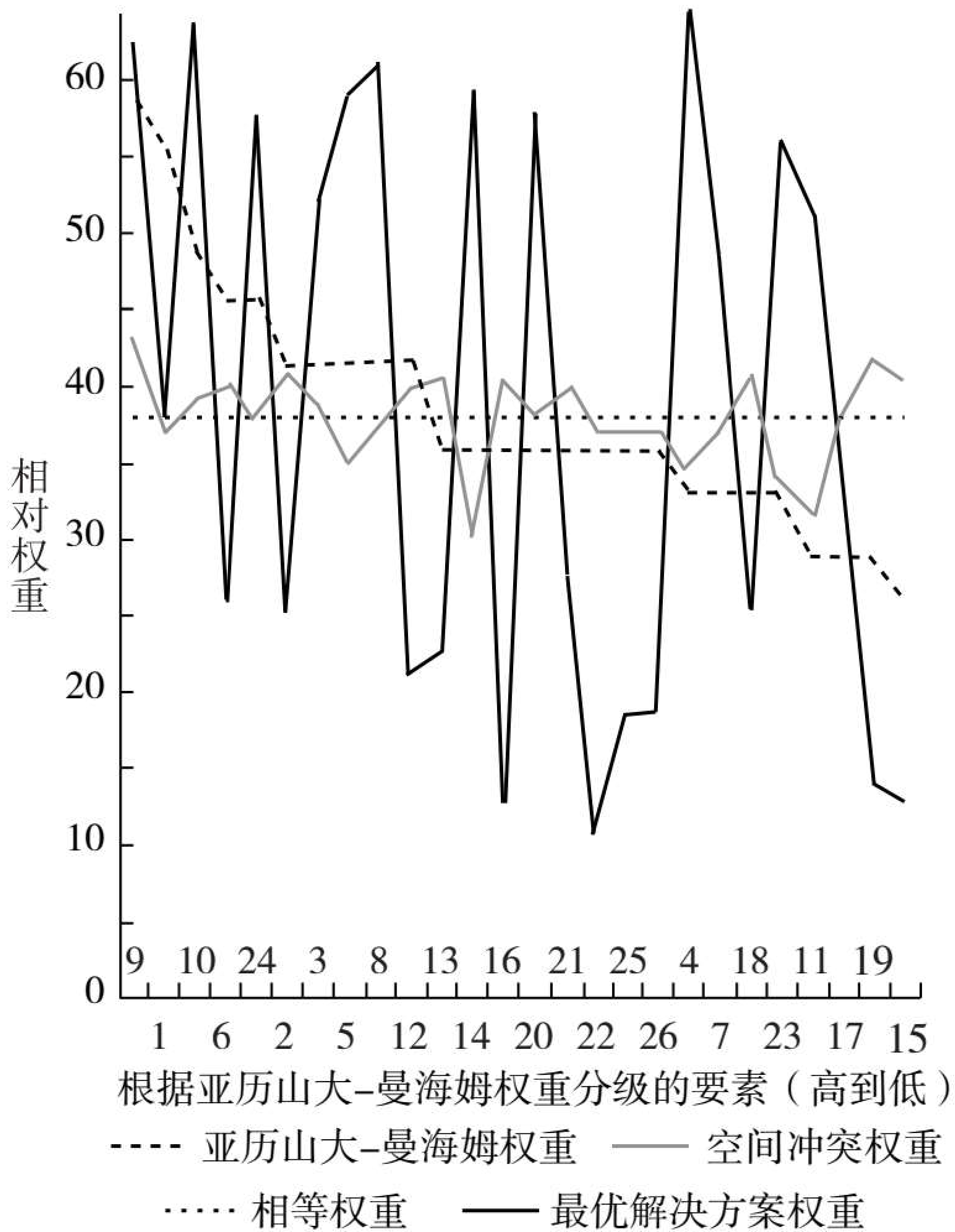


图11.6 设计机生成的加权结构

在图11.6中，展示了三个马尔科夫问题的不同加权结构，这显然支持了我们之前的观察结果，权重不同，解决方案也会不同。然而，也许这些权重最重要的方面是要素之间的比较。在某种意义上，权重应该反映关于不同要素的重要性的一些直觉概念，或至少可说明的概念。在亚历山大曼海姆问题中，最重要的要素与道路建设有关，而最不重要的要素与制度约束相关；这是否体现了设计者脑中的最佳排序，这是一个值得探讨的主题。但马尔科夫设计机可以生成这类信息的事实，造成了这些争论的开始。对其本身来说这被视为这个方法的一个重要优点。

11.3.2 选择最优设计机

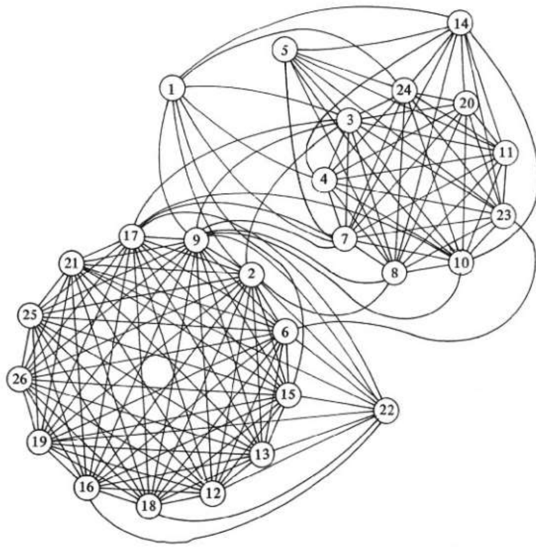
也许这里提出的理论中最投机的部分在于设计机的设计。很容易看出，可以存在不同的机器，而有一些相比其他的更合适，但很难设计出相关标准进行选择。在这个特定背景下，一个最优机器是一定范围内可能替代结构的综合，这些结构的基础是反映因果或统计规律的不同关系组合。在设计领域中，一些争论集中于，因果关系或统计关系是否应该形成影响设计协调的基础，但是，因果和统计之间的区别只是设计机最优性的一种判断方法。好像有很多方法可以建立最优性，而评估这一最优性的原则很少，这一事实仅仅加强了这个观点的投机性质。正如我们在全书中尽力指出的，我们的科学是解释性的，而不是决定性的，对于城市问题和城市规划问题，需要包含多方利益相关者的多样方法。我们的科学目的在于展开讨论，而不是得到“答案”或“方案”本身，尽管我们以这些形式来表达观点。

在图11.7中，展示了反映严格因果或统计关系的两幅图，以及直观选择的一些比较随意的回馈结构。第三幅图反映了使用上文提到的霍华德算法选择的最优结构。应用这个方法的一个问题是关于所选结构的连通性；显然，对于霍华德的方法或马尔科夫设计解决过程来说，最优机器必须是强连接的才有意义。在算法设计的过程中就已经

对结构连通性进行了检查，不满足强连通性需求的结构被放弃，导致不太理想的结构被选中。有鉴于此，检查程序无法随意，而这又构成了一个有待研究的技术领域。

另一个困难是关于在原始机器中存在线性相关的可能性，或在寻找最优机器的过程中生成线性相关的可能性，特别是在处理基于二进制关系的设计机时。矩阵$[p_{jkq}]$中的线性相关意味着，两个或以上的要素拥有相同的关系集，而这对设计机来说是不能辨别的。这对于更广泛的设计问题来说也有影响，而它的重要性取决于设计师评估关系集中的冗余度的方法。但从一个纯技术的角度来说，这可以是一个问题，特别是如果它出现在最优寻找过程中，因为它意味着关系增益不能被计算。实际上，在这个问题中，霍华德的算法从使用关系统计集开始，这个问题就不会出现，但如果这个过程从使用亚历山大曼海姆的二进制矩阵开始，就会出现这个问题，因为这是线性相关的；这类相关性的影响可能会很重要。

图1基于因果关系



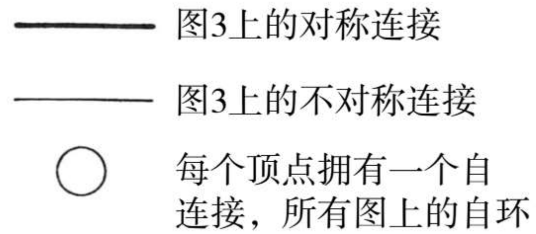


图2基于统计关系



图3基于图1和图2的最优选



图11.7 从两个可选系统中选择最优设计机

注：由于这类图非常难以绘制，通过构建第一幅图的理想形式，并根据这个形式绘制第二和第三幅图，以此来获得对不同结构的印象。

这个最优设计机的加权特性是通过方程11.25用传统代数来计算的，而最终解决方案见图11.8所示。这个解决方案与图11.5中展示的那些相似，而且也跟图11.4中展示的原始解决方案类似，从而说明了在生成设计问题的理性现实解决方案的过程中，技术是稳健的。

11.4 作为艺术和科学的设计

这里所提倡的理论构建风格更像是建议而非决议，推演而非归纳，这与其他规划和设计方法直接对立，后者更强调对设计过程的观察以及将设计构建在观察的数据基础之上。因此我们这里提出的方法可能会被批评为没有实际结果，会强调没有符合理论与现实的一致性这个最低限度。但是没有一种方法是普适的，我们需要建立这样的观点：对这种方法的评判应该建立在它对设计整体知识体系的贡献上。设计的兴趣往往会从一个极端转换到另一个极端，拒绝之前已有的内容，而不是试图从一个良好基础的原则和技术集合中更进一步。将理论和实践联系起来，将抽象和现实联系起来都是很重要的，但是这个领域中的问题难度较高，不那么容易回答。我们需要理论性和实证性的研究方法，急需针对设计开展一系列研究，将设计作为将艺术融入科学的独特行为，正如我们在上一章开头所引用的芒福德（1928）所言。作为基础，我们需要认可这里所提出的类比方法可以帮助建立想象并带来更好的理解。亚历山大（1964）在半个世纪前就提出了这样的观点，并且仍然在坚持这一点（Alexander，2012）。

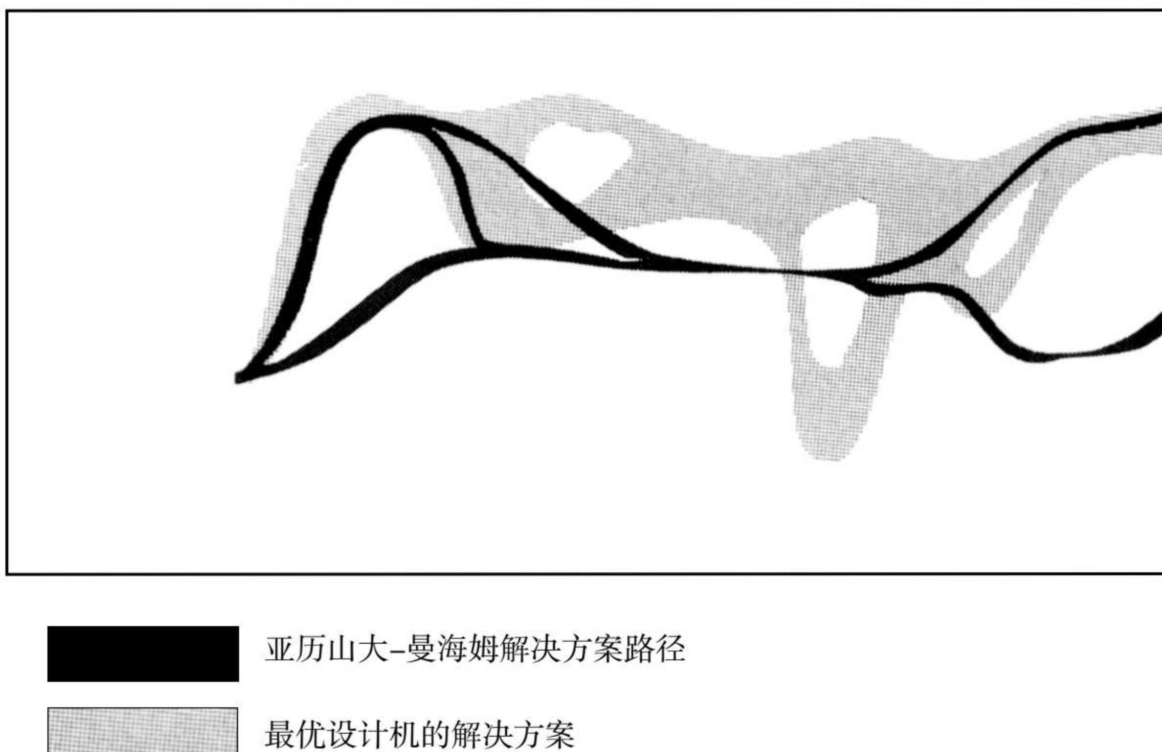


图11.8 由最优设计机生成的解决方案

尽管在这里并没有将设计机根据现实情况进行适用性调整，依然有很多可以尝试的方式。将设计机作为包含决策过程的社会权力结构，这种阐释似乎有很大潜力，尽管这个过程中涉及的数据非常难以获得，而且其中很多重要的特征可能无法观察到。但是在社会心理学中已经有了一些进展，使用了形式化组织结构来解决问题。虽然这些研究看起来远离本书中所讨论的内容，但我们仍然可以探索潜在的联系。我们在第3章中提出了一些理论和方法，在接下来的三章中将进一步实质性地建立它们。我们相信，它们的价值更多在于提出问题而不是寻求解答，在于提供不同规划和设计中多元利益的模型和类比，在于如何在解决冲突的形式化过程中调和这些利益。理论的每个小方面很容易产生众多技术进步，但更大的进展需要从探索这些概念的实践性应用中获得。在社会和设计科学中，对理论进行思考和推敲往往并不难，而通过理论生成有用和持久的判断则极其困难。真正的挑战是

理解好设计中的判断和观点。下一章中将对提出的理论进行详细描述，并试图进一步厘清和限定问题。

第12章

集体行动的理论

我提议将组织看作分隔的不同组事件、分隔的不同组人群行动者进行社会交换的系统。这一系统由行动者、事件、行动者对事件进行控制的结构，以及行动者在事件中的利益结构所定义。

——詹姆斯·科尔曼（James S.Coleman），“社会结构与行动理论”，刊于《社会结构研究方法》（1976，第86页）

我们在本书前两部分开始阐述的城市科学聚焦于将城市看作一个人造物，看作一个产品而不是一个过程。但是我们很快到达了这样一个点，形态需要让位于功能，城市过程开始主导我们的模型，城市要素之间如何相互关联，如何提供变化的动态进而驱动了城市的演化道路。聚焦点的这种变化在城市规划研究中已经十分明显。城市规划与设计的新哲学已经体现了这种关注对象的变化，开始寻求将过程看作社会行为理论的内在部分，通过社会而不是孤立的专家群体或专业人士来解决这些问题。这一主题在后理性主义理论中体现得很典型，其基础是将城市规划看作一个社会学习的过程，最早由弗里德曼（Friedmann，1973）、里特尔和韦伯（Rittel and Webber，1973）以及其他一些理论家所倡导。将规划视为争论和协商的过程这一观点主导了当代的规划理论（Forester，2009;Healey，2006）。这一方法变化并不难以解释。系统方法在为规划提供便利而定义明确的理论基础方面有明显的失败，在理论与实践、问题与答案之间也存在错配，最终导致科学确定性的溃退。将规划看作易于接纳变化的价值系统、多元

主义复杂性、不可靠性的概念如今看起来更为合适。因此，规划作为社会学习，在全社会范围解决问题的观点成为公认准则。

有许多方式阐述这一新范式。例如，一种主导性的观点是，规划应当建立在小群体之间的交易和交流系统基础之上，这在形式上与布劳（Blau，1964）和霍曼斯（Homans，1974）所倡导的社会交换理论相近。泊詹耐克（Bazjanac，1974）在描述里特尔的“设计作为辩论性过程”思想时，也强调了交流和学习在决策中的作用。他指出：“大多数决策实际上就是谈判。这意味着达成较好决策的过程并非一个从运筹学角度进行优化的过程，而是一个在不同方面进行协商和妥协的过程。”（第11页）前两章介绍的设计模型很快也走向了这一方向，将设计看作一种集体而不是个体行动，至少是许多个体聚集在一起贡献思想并达成理性妥协。这种方法的种子植根于一种将设计看作解决社会问题的途径的思想。前两章提及的简单的设计代数学将我们推入一个更加丰富的正规行动的框架，使得我们能够将设计所涉及的背景复杂的行动者与他们致力于应对的问题、政策、规划等联系起来。

有必要解释下设计作为集体行动这一概念。很明显，设计的产物——包括规划、政策及其他呈现和形式，都是奥尔森（Olsen，1965）所定义的公共或集体商品。但在过去，设计这一行为通常被认为是专家或职业人士的个人行为。像许多公共政府的各个方面一样，设计也是通过个人行为来提供集体商品的。然而，较新的规划设计理论却认为，一直以来建筑领域的失败就在于过分强调专业性和个人行为，并认为如果把设计看作集体行动的话就能做出更好的成品。这个想法已经得到许多人的响应，如科尔曼（Coleman，1966）就已勾画出该理论的雏形。本章大体上会阐述一个集体或一个小群体解决设计问题的过程，这会直接联系到平衡和均衡的概念。本章也会讲到交换和权力，以及群体可用来完成指定任务的资源。

在前两章中，我们开发了一个冲突解决模型。把一个集合中的n个因素定义为A_{ik}，然后假设或计算出每个因素之间的主要关系。实际

上，由于我们在本章和接下来的章节中要更广泛地使用注释以便区分因素与行动者，我们现在起使用下标i、j、k、ℓ来指代对象或代理人，例如行动者、因素、规划、政策等。并且我们把在z单元或区域的行动者i称为A_{zi}因素。请勿把这些新的定义与前两章中的老定义混淆，前两章中i下标指代的是地点。前面章节中，我们把一系列关系定义为用平均化过程得出的这些因素间发生常规转化和演变的联系网络。权重是由每个因素与其他因素的连接个数决定的。我们解释了通过使用这些连接，每个因素会在每次互动时演变成更接近最终均值。我们解释了这种移动平均的过程最终可形成在马尔科夫过程中有所体现的稳态的妥协，马尔科夫过程给平均算法提供了另外的补充解释。我们还展示了当连接矩阵对称时，每个因素在最终联系矩阵或相邻矩阵中入度或出度的权重；这是个简单的关于加权平均法的结果。就像上一章中的模型一样，本章的模型也无法进行实证检验，因为我们的关注点主要是规范性的。实际上，冲突解决的真正过程并非以我们假设的方式收敛，因此在这个意思上来说，我们采用的过程是理想化的。

已经有几位作者在社会学和社会心理学的框架下探究了与此相似的模型。也许最相近的模型是前两章中提到的由弗兰奇（French，1956）提出、哈拉里（Harary，1959）阐述、格鲁特（Groot，1974）概括的模型。但拉波波特（Rapoport，1949）似乎是最早推测马尔科夫链与捕捉态度和其他社会特征的改变的相关性的。在稍许不同的框架下，安德森（Anderson，1954）和克鲁沃勒斯（Kreweras，1968）探究了这类模型在分析投票模式改变中的使用。我们在第3章中看到的最初的这些研究有后续进展，其中黑格泽曼和克劳斯（Hegselmann and Krause，2002），德马科、巴亚诺斯和兹波尔（DeMarco、Vayanos and Zwiebel，2003）的近期作品最有代表性。这些研究的普遍共识是此类模型可以帮助我们近似理解社会态度的改变进程，但马尔科夫假设尤其强烈且难以实证。在这个层面上来说，这些模型表述的是最优过程和解法。

到目前为止，我们假设模型中每个行动者直接与一个且只有一个因素匹配。尽管前面章节例如方程11.19至11.24中给出的形式相当简洁，但要想超越理论而具有现实意义，必须突破几个重要的局限。局限之一是我们严格假设了每个因素直接与一个且只有一个行动者或利益集团相匹配，这显然是一个不切实际的假设。这个假设暗示了每个行动者对问题只有一个看法；尽管行动者可能会有一个主导型的观点，还是存在许多必须加以考虑的衍生观点。因此本章的一大任务就是放松这种假设，展开一个分开处理但一致地对待行动者和因素的模型。这种延伸在科尔曼（1966，1972，1973，1998）的文章中已经有所体现，他将行动者和因素作为两个分开的关系集来联系，这两套关系是每个行动者对事件或因素的利益诉求和每个个体对因素的控制，两个集合关系本质上可理解为二部图，在第3章我们已经做出过大致描述，继而在第6章和第7章对对象、节点与街段的两个集合关系做过深入的讨论。这里我们把关注点从描述城市转到设计城市上，两个对象集合分别是行动者和因素。但我们会发现，每组关系都彼此不同，而在本书的前面部分，我们基于二部图结构只需要用两种方法来考虑一组关系。现在我们有基于同一顺序的两张图，但需要处理不同的关系。这就是科尔曼的特别之处，他提供了一个简单但有效的方法来延伸滑动平均的马尔科夫模型，并放松了关于因素和行动者对应关系的严格假设。下一节中，我们会相应地延伸我们的模型。

12.1 集体行动的链条

12.1.1 定义利益和控制

每个行动者i对因素k的利益被称作x_{ik}，这涉及设计解决方案时每个因素对每个行动者产生的效应。显然，因素和行动者的数量很可能

不一样。我们在这假设有n个行动者和m个因素；因此利益矩阵$[x_{ik}]$用概率形式可这样表达

$$[x_{ik}] = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{11} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}, \sum_{k=1}^{m} x_{ik} = 1 。 \quad (12.1)$$

每个利益x_{ik}被定义为行动者i表现出的对因素k的利益诉求的比例。相似地，行动者j在设计解决方案时对每个因素ℓ也有一定程度（比例）的控制权。这种控制被称作$c_{\ell j}$，用概率形式可这样表达

$$[x_{ik}] = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{11} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}, \sum_{k=1}^{m} x_{ik} = 1 。 \quad (12.1)$$

根据这些对利益和控制的定义，可以计算两组衍生关系：首先通过把控制映射到利益，然后把利益映射入控制。第一种映射中，可通过找出一个行动者对任一因素的控制程度和利益数量来得出因素k和因素ℓ之间的关系。然后，通过对所有的行动者求和

$$d_i = \sum_j g_{ij} 。 \quad (3.14)$$

这个方程由两个随机矩阵$[c_{kj}]$和$[x_{j\ell}]$相乘得出。在方程12.3中，$q_{k\ell}$表示了控制的比例乘以所有对k有控制并对ℓ有利益诉求的行动者的利益总和。相似地，第二种映射是通过算出行动者i对任一因素的利益诉求和行动者j对任一因素的控制的乘积，然后对所有的因素求和得出的。那么，

$$p_{ij} = \sum_k x_{ik} c_{kj}, 其中 \sum_j p_{ij} = 1 。 \quad (12.4)$$

方程12.3和12.4中的两个矩阵都是随机的，第一个指事件之间的关系，第二个指行动者之间的关系，很明显这些就可作为基础来用之前的模型计算因素或态度的均值。另外，这两个矩阵始终一致且清楚地互相涉及，因此它们相关的马尔科夫链也一定是相关的。我们现在要探究这两个马尔科夫过程，并为准备下一节中更实质性的分析做准备。

12.1.2 马尔科夫过程的解释

根据因素之间的一系列关系$[q_{k\ell}]$，$t+1$时段的新因素可通过平均方程得出

$$\Delta \tilde{x}_i = \sum_j w_{ij}(x_j - x_i) \text{ 且 } \Delta \tilde{y}_i = \sum_j w_{ij}(y_j - y_i), \tag{2.64}$$

有种很好的用原矩阵$[c_{kj}]$和$[x_{j\ell}]$来解释方程12.5的方法：首先，每个行动者根据自身利益诉求对每个因素加权，然后对所有的因素求和，可得出对解决方案的态度，即$\sum_\ell x_{j\ell} A_{z\ell}(t)$。然后通过按照对每个因素控制程度对每种态度加权，然后对所有的态度求和，这些态度即可演变成新的因素。

这个过程可不断进行，通过对方程12.5的递推，可以形成新的因素，

$$A_{zk}(t+m) = \sum_{\ell}\sum_{r}\cdots\sum_{j} c_{kj}\, x_{jo}\cdots c_{qr}\, x_{r\ell} A_{zl}(t) = \sum_{\ell} q_{k\ell}^{(m)} A_{z\ell}(t)。\quad (12.6)$$

假设 $[q_{k\ell}^{(m)}]$ 是不可约的，矩阵会收敛于稳态矩阵 $[v_{k\ell}]$ 和定点向量 $[V_{\ell}]$，即

$$\lim_{m\to\infty} q_{k\ell}^{(m)} = v_{k\ell} = V_{\ell}。\quad (12.7)$$

方程 12.6 的极值变成：

$$A_z = \lim_{m\to\infty} A_{zk}(t+m) = \sum_{\ell} V_{\ell} A_{z\ell}(t),\quad (12.8)$$

定点向量可直接由以下方程算出：

$$V_{\ell} = \sum_{\ell} V_{\ell} q_{k\ell},\quad (12.9)$$

这样就不需要使用迭代解法了。

第二个行动者关系集合$[p_{ij}]$也设立了一条关于行动者态度对比因素的平均链，过程完全可以由以上类推。尽管没有特别需要注意的地方，为了完整性和为了更好地定义，这里也将会把这个过程解释一遍。首先，把原始态度集合设为$\{\bar{A}_{zj}(t)\}$，在t+1时可通过以下方法演变成新的态度：

$$\bar{A}_{zj}(t+1) = \sum_{j}\sum_{k} x_{ik}\, c_{kj} \bar{A}_{zj}(t) = \sum_{j} p_{ij} \bar{A}_{zj}(t)。\quad (12.10)$$

在第一个过程中，有一个物质解释的方程12.10，正好跟方程12.5相逆。这里的控制和态度的乘积产生了一个预期因素，而这个预期因素加上利益时就演变成了新的态度。方程12.10的递推可得出：

$$\bar{A}_{zj}(t+m) = \sum_{j}\sum_{q}\cdots\sum_{k} x_{ik}\, c_{k\ell}\cdots c_{pq} x_{qj} \bar{A}_{zj}(t) = \sum_{j} p_{ij}^{(m)} \bar{A}_{zj}(t)。\quad (12.11)$$

对于不可约的跃迁概率矩阵$[p_{ij}]$而言，方程12.11是收敛的，且$[p_{ij}^{(m)}]$的极限是：

$$\lim_{m\to\infty} p_{ij}^{(m)} = R_{ij} = r_j。\quad (12.12)$$

$$\bar{A}_z = \lim_{m\to\infty}\bar{A}_{zj}(t+m) = \sum_j r_j \bar{A}_{zj}(t), \tag{12.13}$$

且 r_i 可由稳态方程直接计算得出：

$$r_i = \sum_j r_j p_{ij}。 \tag{12.14}$$

通过比较方程12.6和12.11，这两个马尔科夫过程显然是相关的。下一节中，两条马尔科夫链通过稳态方程相连，可更加深入地理解这些过程。

12.2 稳态分析

比较方程 12. 6 和方程 12. 11 及 12. 12，很显然，在极限内，稳态矩阵 $[v_{k\ell}]$ 可写成

$$v_{k\ell} = \lim_{m\to\infty}\sum_i \sum_j c_{ki} p_{ij}^{(m)} x_{j\ell}。 \tag{12.15}$$

现在，把方程 12. 12 中的 $p_{ij}^{(m)}$ 代入方程 12. 15，可得到

$$v_{k\ell} = \sum_i \sum_j c_{ki} R_{ij} x_{j\ell}, \tag{12.16}$$

类似地，也可得出

$$R_{ij} = \sum_k \sum_\ell x_{ik} v_{k\ell} c_{\ell j}。 \tag{12.17}$$

方程 12. 16 和 12. 17 展示了两条马尔科夫链在稳态下的直接联系。但这种联系可以更加简化。用定点向量 $[r_j]$ 和 $[V_\ell]$ 分别替代 $[R_{ij}]$ 和 $[v_{k\ell}]$，方程 12. 16 即变成

$$V_\ell = \sum_i \sum_j c_{ki} r_j x_{j\ell} = \sum_i c_{ki} \sum_j r_j x_{j\ell}, \tag{12.18}$$

又因为 $\Sigma_i c_{ki} = 1$，方程 12. 18 可简化成

$$V_\ell = \sum_j r_j x_{j\ell}。 \tag{12.19}$$

同样地，关于$[r_j]$的方程也可类推得出

$$r_j = \sum_{\ell} V_{\ell} c_{\ell j} , \qquad (12.20)$$

方程12.19和12.20现在是连接两个过程的基本方程。

下面是对这些方程做出的解释：每个行动者对系统中每种态度的权重是他赋予每个因素的权重与对该因素的控制程度的乘积之和。或者说，每个因素的权重是每种态度的权重与该态度所含利益程度的乘积之和。引入这些思想之后就可以看出，权重显然体现了利益和控制的一种均衡状态，使得方程12.19和12.20同时均衡。我们后面对该模型与科尔曼（1966）理论进行比较时还会谈到这些概念。

因素和态度之间的关系也很有意思，因为这种关系阐明了两条链紧密相连的另一种方式。在上两章讨论设计问题时，我们习惯通过找出每个行动者的利益诉求，并找出因素对所有利益的平均值，用因素来具体化解决方案。那么对于给定因素集合{A_{zk}（t）}，通过以下方程就可计算出态度

$$A_{ij}(t+1) = \sum_{k} p_{jk} A_{ik}(t)。 \qquad (10.37)$$

方程12.10记录着态度随着时间的变化，我们用以下方程可衍生出新态度

$$\bar{A}_{zi}(t+1) = \sum_{j} p_{ij} \bar{A}_{zj}(t) = \sum_{\ell} \sum_{j} \sum_{k} x_{ik} c_{kj} x_{j\ell} A_{z\ell}(t) 。 \qquad (12.22)$$

但方程 12. 22 右侧最后三项是由方程 12. 5 计算 $A_{zk}(t+1)$ 得出的。方程 12. 22 变为

$$\bar{A}_{zi}(t+1) = \sum_{k} x_{ik} A_{zk}(t+1) , \qquad (12.23)$$

这与方程12.21的形式相同。这种论述当然也能推广到极限方程如下：

$$\lim_{m\to\infty}\bar{A}_{zi}(t+m) = \lim_{m\to\infty}\sum_{j} p_{ij}^{(m)}\bar{A}_{zj}(t) = \lim_{m\to\infty}\sum_{k}\sum_{\ell} x_{ik}\, q_{kl}^{(m)}\, A_{z\ell}(t)', \quad (12.24)$$

和

$$\lim_{m\to\infty}\bar{A}_{zi}(t+m) = \lim_{m\to\infty}\sum_{k} x_{ik}\, A_{zk}(t)。 \quad (12.25)$$

前两节我们已经证明，A_{zk}（$t+m$）收敛于Az，且方程12.25证明了在极限内$\bar{A}_z = A_z$。因此，对态度的共识与对因素的共识是一样的。另一条相关的链也可同样被证收敛。如果态度是初始给定的，且因素通过控制关系与态度相关联，方程为

$$\lim_{m\to\infty}\bar{A}_{zi}(t+m) = \lim_{m\to\infty}\sum_{j} p_{ij}^{(m)}\bar{A}_{zj}(t) = \lim_{m\to\infty}\sum_{k}\sum_{\ell} x_{ik}\, q_{kl}^{(m)}\, A_{z\ell}(t)', \quad (12.24)$$

和

$$\lim_{m\to\infty}\bar{A}_{zi}(t+m) = \lim_{m\to\infty}\sum_{k} x_{ik}\, A_{zk}(t)。 \quad (12.25)$$

如果方程12.21和12.26初始成立，就暗示了$\bar{A}_{zi} = A_{zk} = A_z$，$\forall\, i，k$。换句话说，该过程已经达到均衡，且存在统一共识。这可以通过将方程12.21代换入方程12.26，反之亦然，然后将最终形式与方程12.25和12.27比较来证明。

12.3 科尔曼的交换理论

12.3.1 交换关系

科尔曼（1966，1972，1973，1998）提出的集体行动理论的基础是每个行动者j对于任意因素ℓ的控制程度$c_{\ell j}$具有一定的价值v_ℓ。行动者有能力并愿意根据自己对任一因素$x_{j\ell}$的利益诉求和根据可用的权力或资源r_j来影响事件。在这个情境下，权力不再是行动者之间的关系概念了，而是根据行动者使用自身资源的能力来衡量出的影响力。科尔曼提出，在一个完美交换体系中，行动者会达到一个均衡；这个均

衡中，他们对某一因素的控制的价值等同于他们根据利益大小而分配给该因素的资源。可以有几种情况：改变控制、改变利益，或者通过社会交换来改变因素价值或资源。从形式上来说，下列关系必须成立

$$V_\ell c_{\ell j} = r_j x_{j\ell} , \tag{12.28}$$

通过对方程12.28求和，即先对j求和再对ℓ求和，价值和权力能从下列方程得出

$$V_\ell = \sum_j V_\ell c_{\ell j} = \sum_j r_j x_{j\ell} , \tag{12.29}$$

和

$$r_j = \sum_\ell r_j x_{j\ell} = \sum_\ell V_\ell c_{\ell j} 。 \tag{12.30}$$

请注意科尔曼的理论得出的方程与方程12.19和12.20一样，后面两个方程联系了两个稳态的马尔科夫链。同时也请注意V_ℓ和r_j可以理解成稳态下的权重，以及价值和权力。科尔曼然后提出行动者能形成新的控制矩阵$[c^*_{\ell j}]$的一种方法是通过根据他们的利益和价值的比值来按比例分布权力；那就是

$$c^*_{\ell j} = \frac{x_{j\ell}}{V_\ell} r_j = \frac{x_{j\ell}}{V_\ell} \sum_k V_k c_{kj} 。 \tag{12.31}$$

同样地，也可通过下列方式形成新的利益矩阵

$$x^*_{j\ell} = \frac{c_{\ell j}}{r_j} V_\ell = \frac{c_{\ell j}}{r_j} \sum_i r_i x_{i\ell} , \tag{12.32}$$

尽管科尔曼没有提出这点，但如果说新的控制和利益的关系在均衡中出现的话，那么这些方程必须同时联立解出或迭代解出。

然而，此处真正的重点是方程12.19和12.20、方程12.29和12.30之间的对应关系。显然，科尔曼的理论可被解释成是种马尔科夫过程，该过程中价值和资源（即权力）随着行动者互相交流沟通而逐渐改变。实际上，从初始的价值集合$\{V_k(t)\}$和资源集合$\{r_i(t)\}$中，t+1时的新变量即可通过使用前向马尔科夫方程得出

$$\lim_{m\to\infty}\bar{A}_{zi}(t+m) = \lim_{m\to\infty}\sum_j p_{ij}^{(m)}\bar{A}_{zj}(t) = \lim_{m\to\infty}\sum_k \sum_\ell x_{ik}\, q_{kl}^{(m)} A_{z\ell}(t)' , \quad (12.24)$$

和

$$\lim_{m\to\infty}\bar{A}_{zi}(t+m) = \lim_{m\to\infty}\sum_k x_{ik} A_{zk}(t) 。\quad (12.25)$$

这两方程在极限内分别收敛于V_ℓ和r_j，但从最初的价值和权力的分布来看，对于任一t+1的迭代，这些数值与方程12.19和12.20并不一致。即总体而言

$$\lim_{m\to\infty}\bar{A}_{zi}(t+m) = \lim_{m\to\infty}\sum_j p_{ij}^{(m)}\bar{A}_{zj}(t) = \lim_{m\to\infty}\sum_k \sum_\ell x_{ik}\, q_{kl}^{(m)} A_{z\ell}(t)' , \quad (12.24)$$

和

$$\lim_{m\to\infty}\bar{A}_{zi}(t+m) = \lim_{m\to\infty}\sum_k x_{ik} A_{zk}(t) 。\quad (12.25)$$

然后就出现一个问题了，那就是控制和资源的实际值和由这些实际值算出的同一变量的期望值之间的差别该如何收敛。已知控制和权力的实际值的初始分布，可从由以下方程算出期望值$V_\ell^*(t)$ 和 $r_j^*(t)$

$$V_\ell^*(t) = \sum_j r_j(t)\, x_{j\ell} , \quad (12.37)$$

和

$$r_j^*(t) = \sum_\ell V_\ell(t)\, c_{j\ell} 。\quad (12.38)$$

这些期待数值出现在方程12.33和12.34给出的相关的马尔科夫过程中，因为方程12.37和12.38分别是方程12.34和12.33的一部分。那么

$$V_\ell(t+1) = \sum_j r_j^*(t)\, x_{j\ell} = \sum_k \sum_j V_k(t)\, c_{kj}\, x_{j\ell} = \sum_k V_k(t)\, q_{k\ell} , \quad (12.39)$$

并且

$$r_j(t+1) = \sum_\ell V_\ell^*(t)\, c_{\ell j} = \sum\nolimits_i \sum_\ell r_i(t)\, x_{i\ell}\, c_{\ell j} = \sum_i r_i(t)\, p_{ij} 。\quad (12.40)$$

在之前小节对这些过程的展示中，方程12.39和12.40有实体解释；比如方程12.40中，资源的重新分布的实现方式是通过给定初始水平的

资源和利益，找出每个因素的期望值，然后把可用的控制应用到这个期望值上。

从之前的论证中可以很直观地看出r_j和V_ℓ的期望值在极限内是向它们的实际值收敛的，但为了强调这一论点，还是值得再次说明一下的。对一个变量收敛的证明很容易类推到其他变量上。权力r_j^*（$t+m$）的期望值就可从如下方程得出

$$r_j^*(t+m) = \sum_\ell V_\ell(t+m)\, c_{\ell j} = \sum_k \sum_\ell V_k(t)\, q_{k\ell}^{(m)}\ , \tag{12.41}$$

且r_j（$t+m$）的实际值可通过如下方程算出

$$r_j(t+m) = \sum_i r_i(t)\, p_{ij}^{(m)}\ 。 \tag{12.42}$$

因此，在极限内，只需要证明

$$\lim_{m\to\infty} \sum_k \sum_\ell V_k(t)\, q_{k\ell}^{(m)}\, c_{\ell j} = \lim_{m\to\infty} r_i(t) p_{ij}^{(m)}\ 。 \tag{12.43}$$

在方程 12. 43 中，$q_{k\ell}^{(m)}$和$p_{ij}^{(m)}$被它们分别的定点向量［V_ℓ］和［r_j］替代。那么方程 12. 43 变成

$$\sum_k \sum_\ell V_k(t) V_\ell c_{\ell j} = \sum_i r_i(t)\, r_j, \tag{12.44}$$

方程12.44可继续简化，直到变成方程12.20；这就完成了$\lim_{m\to\infty} r_j^*$（$t+m$）$=\lim_{m\to\infty} r_j(t+m)$的证明。

12.3.2 交换作为自然的马尔科夫过程

科尔曼的理论中对方程12.29和12.30还有一种解释，也就是用另一种求解方法来处理同样的方程，这种解释很自然就把问题引到了马尔科夫过程之一概念上。首先给定已知向量集合{r_i（t）}和{V_k（t）}，t+1时这些变量的新解法可用方程12.37和12.38计算出来。在下一次迭代时，可用方程12.39和12.40，然后这些解法能反馈到方程12.39和12.40中，整个过程持续下去。这个迭代解法的自然过程有一些非常有

意思的特性，因为它用期望值和实际值同时定义了两个变量的收敛。下面重新用这个解法来计算新值V_ℓ*和r_j*在t+1时的状态

$$V_\ell^*(t+1) = \sum_j r_j(t) x_{j\ell} , \quad (12.45)$$

和

$$r_j^*(t+1) = \sum_\ell V_\ell(t) c_{\ell j} , \quad (12.46)$$

很容易知道当 m 是偶数时，

$$V_\ell^*(t+m) = \sum_k V_k(t) q_{k\ell}{}^{(m)} , \quad (12.47)$$

且

$$r_j^*(t+m) = \sum_i r_i(t) p_{ij}^{(m)} 。 \quad (12.48)$$

当 m 是奇数时，

$$V_\ell^*(t+m) = \sum_j \sum_i r_i(t) p_{ij}^{(m-1)} - x_{j\ell} , \quad (12.49)$$

且

$$r_j^*(t+m) = \sum_\ell \sum_k V_\ell(t) q_{k\ell}^{(m-1)} c_{\ell j} 。 \quad (12.50)$$

因此，当m为偶数时，这个解法表现了方程12.33和12.34给出的基本马尔科夫过程中计算出来的实际值，而当m是奇数时，可算出同样变量的期望值。之前的计算结果可保证这些过程是收敛的。然而，如果只有一种初始分布是确定的，那么解题过程中就只出现一条相关的马尔科夫链，也只会出现一个期望值。例如，如果给定r_j（t），那么V_ℓ（t+1）可按上述过程算出，但$r_j^*(t+1)$是这样确定的

$$e(\ell)_i = \sum_k d_{ik}^{-1} , \quad (7.28)$$

这种情况下，算出的r_j*（t+m）值是实际值，而V_ℓ*（t+m）的值是期望值。实际上，后面这种解题过程明显比前面那种要快，但两种

都是为了证明马尔科夫模型和科尔曼的理论是完全一致的，同时也都是有用的解释所有行动者达到均衡的一种方式。

上一章中，我们阐述了设计机可以设计出与行动者交流信息的过程有关的奖惩结构优化。科尔曼模型中可以很直观地加入选择好的可优化奖惩功能的关系，第11章介绍了具体操作方法。这里我们将不再详述，因为现在有必要把这个模型延伸到有关规划设计的对象和事件的更广泛的问题上面。因此，我们将再次延伸这个模型，之后再阐述这个模型在一系列半真实的城市问题中的应用。

12.4 理论延伸

我们可以简单地延伸科尔曼的理论，只要通过连接不同的定义利益体系的对象集合，并注意到任何两个对象集合之间的关系总是可以根据一个集合对另一个集合的利益和控制程度来确定的。我们可以构建能互相连接多个集合对象的关系链，请记住我们需要假设这种关系链有尽头，这样均衡关系才能仅与一个对象集合对另一个集合的利益和控制的程度相关。让我们假设行动者在很多问题上都有利益诉求和控制。同样，行动者对不同政策也有着利益诉求和控制。因此，行动者之间会发生两种模式的互动——一种是通过问题，一种是通过政策——这些模式又能确定政策和问题之间的关系。当然，我们需要把政策和问题联系到城市体系上来。问题和政策目前为止都被视为因素——即可映射的适合发展的程度——因此我们需要把问题和政策通过这些因素来相连。问题显然出自利益体系，正如政策显然是为了改变利益体系而设定的一样。问题可通过多个因素体现，而政策则是通过操控这些因素来减轻问题的。因此，在这个理论范围内，有必要将政策和问题联系到因素上。

相应地，我们定义四个体系内的对象集合：行动者、问题、设计用来减轻这些问题的政策，以及用来形容能确定问题和政策的利益体

系的因素。政策和问题不是一对一的，因为问题能通过政策组合来解决，因此任何一个政策可以影响许多个问题。政策和问题之间这种缺乏对应的现象也通过行动者如何与这些事件相联系而体现，即一个行动者对一个问题的利益和控制指的就是这个行动者在那些方面能如何影响其他行动者。一个行动者对政策的利益和控制也是如此，包括行动者认为的政策的意义大小以及行动者对其的控制程度。此外，利益和控制也不是一对一的。我们之前就已见证，这种非对应关系导致我们需要一些冲突解决方案，这样才能使平衡——一种均衡——在行动者之间演变；而这种演变的方法则是根据行动者赋予的利益和他们通过控制实行的权力而来的。

通过把利益和控制相连，可以直接预测出行动者之间通过问题、以及行动者之间通过政策而形成的影响模式。另外，假设不同因素的重要性是已知的，但因素在形成政策组合中的重要性仍需靠理论来预测。与众多行动者、问题、政策和因素相关的是它们在决策制定结构中的相对重要性。这些实体的重要性正代表了该理论想要达成的预测。因此可得出以下预测：首先是问题的重要性；第二是政策的意义；第三是根据定义的问题得出的因素的价值；第四是行动者的重要性反映了行动者拥有的权力，首先是对问题的权力，然后是对政策的权力，通常而言这两种权力的分布不是一样的。总结而言，该理论能通过行动者对问题和政策的利益和控制形成的影响模式来预测行动者的权力、问题的重要性、政策的意义和因素的价值。做出这些预测所需的过程与决策制定规则或体系的“章程”有关，下面将会对此概述。

章程的基础是任何政策或问题对一个行动者而言的重要性，通过组合所有行动者对政策或问题表现出的利益程度和行动者对该政策或问题拥有的权力而得出。如果权力不与利益对应，重要性就会低，反之亦然。同样，一个行动者的权力是通过组合问题或政策的重要性和一个行动者对这些实体的控制程度得出的。如果权力分布和重要性分布不匹配，行动者的权力就会小，反之亦然。当然，会出现互相确定或同时发生的情况来使得问题更加复杂。比如，预测权力需要知道一

个政策的重要性，反之亦然。因此，做出这些预测的方法必须是同时的；或者如果说技术原因无法做到同时的话，解法必须是有序的和收敛的。某种意义上来说，从权力和利益中得出重要性，以及从重要性和控制中得出权力的过程可被视作一种交换过程，在此交换过程中，行动者用利益交换控制直到形成均衡。这个意义上来说，行动者是集体行动的，正如我们在上述简化了的包括行动者和因素的科尔曼（1973）理论中看到的那样。

一种展示这种章程结构的方法是从函数出发。目前为止，假设对问题的权力的初始分布是已知的。那么过程中的第一步是通过组合权力和利益来得出问题的重要性。这种方法会在下面详细给出，我们将使用这章和前两章中用过的常规的线性变换。函数角度来说，形成这个循环序列的前四步可以这样写出

$$[z]=f^1[r,\mathbf{X}]\rightarrow[r^*]=f^2[z,\mathbf{C}]\rightarrow[s]=f^3[r^*,\mathbf{W}]\rightarrow[r]=f^4[s,\mathbf{G}],$$

其中z、r、r^*和s分别是问题重要性的分布、行动者对问题的权力、行动者与政策的权力、政策的意义。$\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{W}$和$\boldsymbol{G}$分别是行动者对问题的利益、行动者对问题的控制、行动者对政策的利益诉求、行动者对政策的控制。很容易看出，我们构建的这个循环会引向一个迭代重复，前提假设是随着行动者根据变化来调整权力程度和政策和问题的价值，稳态会随之达成。因素的价值v可以通过$[v]=f^5[z,\boldsymbol{F}]$算出，其中$\boldsymbol{F}$是因素和问题的相关性（或者也可以从政策意义角度来解释，我们之后会讲到）。

这个体系的结构很复杂，图12.1能最直观地体现出来。每个箭头线代表上述的一种函数关系。显然，除了直接的关系，也有很多间接关系，如政策和问题的关系和政策和因素的关系。尤其重要的是虚线代表的关系。虚线表达了因素和政策的相关性。从图中可很明显看出，行动者和自身（即所有其他行动者）的关系是通过政策和问题而形成的，其中这种关系是一种基于设计网络的互动模式，而政策和问

题能体现结构内的循环。有几点需要说明。正如上文暗示的那样，循环的出发点显然是随意的，且接下来更正式的分析的一个重大任务就是探究这一点。此外，根据上述序列得出的函数关系的连续运算将导致权力分布、问题重要性、因素价值、政策意义发生改变。这个过程是否收敛或均衡将决定于函数f∗是如何被明确的，但为了预期到这一点，这个过程可被看作行动者试图通过调整总的问题和政策意义来恢复权力的平衡，以便反映出利益和控制的给定结构。因此这个过程可比作一种冲突解决，在这种冲突解决中，至少可以暗中通过寻求均衡或平衡而达成一个共识。换句话说，对于这种体系内任何一种利益和控制模式，都应有能反映上面详述的函数运算的独特的权力分布。

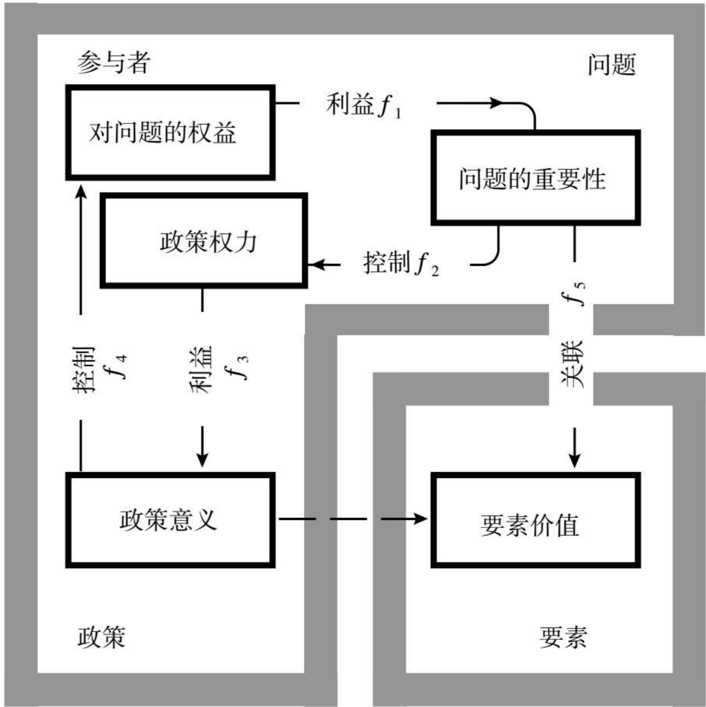


图12.1 决策制定体系结构

在前两章中，我们提出可将规划设计问题视作一种平衡冲突因素的方式，也就是我们提出的可被诠释成问题的次解方法。我们现在通过引入用因素形容的问题和政策来延伸这个想法，但正如我们所证明的那样，如果我们要让延伸后的理论不成立，我们可以用前面章节中提到的许多方法来做到这一点。假设只有一个行动者、一个政策、一

个问题和几个因素。行动者可能是规划制定者，在这种情况下，政策和问题显然是一对一的。因此，这样理论就不成立了，而且揭露了因素与问题的相关性代表了在制定政策时因素的权重或相关性。这种形式下，因素可被视作政策的组成部分，因素的权重可被视作第10章和第11章中介绍的在叠加、层次、滑动平均中用到的组合目标的权重。一旦正式的理论得到展开和模型用代数方法被证明不成立时，这一点就会变得更加清晰。

12.5 正式理论结构

12.5.1 与科尔曼模型的关系

我们将尽量使用之前和本书第三篇之前的章节中用过的标记法。但当我们很快用完了这些常规标记法后，我们会重新定义一些术语并更广泛地使用向量矩阵标记法，这种标记法对于连接不同实体很有用。然而，该理论会用更传统的标记法来介绍，以便我们能将它直接联系到方程12.1到12.14中的最简形式的科尔曼模型。

假设决策制定结构包含I或L（I=L）个行动者、J个问题、K个因素和M个政策，并且给定行动者对问题的权力初始分布$\{r_i（1）\}$。那么问题的重要性$\{z_j（1）\}$可通过组合行动者权力和每个行动者对任一问题的利益程度$\{X_{ij}\}$得出。那么

$$\hat{A}_i(\ell) = \lambda_\ell \bar{A}_i(\ell) + \sum_{j \neq \ell}^{L} \lambda_j [Q - A_i(j)], \sum_{\ell} \lambda_\ell = 1。 \quad (10.8)$$

方程12.52究竟可预测什么是个值得考虑的问题。通过把任一行动者i的权力与该行动者对问题j表现出的利益程度相乘，可得出问题j对行动者i的相对重要性。然后，通过对所有行动者求和，问题j在整个体系中的总重要性就可算出。得出每个问题的重要性后，就有可能通过

组合每个问题的重要性和每个因素与该问题的相关性来预测任一因素的价值。正式写作如此，

$$v_k(1) = \sum_{j=1}^{J} z_j(1) F_{jk},\ k = 1,2,\cdots,K,\ \sum_{k=1}^{K} F_{jk} = 1\ 。\tag{12.53}$$

从问题的重要性出发，可得出第二组权力分布{r_ℓ^*（1）}，即行动者用来决定政策意义的权力。通过组合重要性和每个行动者对任一问题被接受拥有的控制程度{$C_{j\ell}$}，可得出新的权力分布

$$r_\ell^*(1) = \sum_{j=1}^{J} z_j(1) C_{j\ell},\ \ell = 1,2,\cdots,L,\ \sum_{\ell=1}^{L} C_{j\ell} = 1\ 。\tag{12.54}$$

此时，值得总结下已得出了什么。大体上，该理论通过组合行动者权力和对问题的利益得出了问题的重要性，然后通过组合重要性和对问题的控制得出了新的权力分布。第一次运算后，因素的价值也被预算出来，且这些运算包括解答出图12.1中箭头线f^1、f^2、f^5表达的关系。

从新的权力分布{r_ℓ^*（1）}出发，有可能经历两种相似的运算，包括预算政策的意义{sm（1）}。首先，组合权力和每个行动者对政策m的利益，由{$W_{\ell m}$}的定义，可得出

$$s_m(1) = \sum_{\ell=1}^{L} r_\ell^*(1) W_{\ell m},\ m = 1,2,\cdots,M,\ \sum_{m=1}^{M} W_{\ell m} = 1\ 。\tag{12.55}$$

新的权力分布{r_i（2）}将被用来预测问题重要性的进一步分布，而现在{r_i（2）}可通过组合政策意义和每个行动者对每个政策拥有的控制程度{G_{mi}}来得出。那么

$$r_i(2) = \sum_{m=1}^{M} s_m(1)\ G_{mi},\ i = 1,2,\cdots,I,\ \sum_{i=1}^{I} G_{mi} = 1\ 。\tag{12.56}$$

方程12.55和12.56代表了图12.1中f^3和f^4代表的运算，而且现在也很清楚地看到已经走完决策制定体系的一个完整的循环了。我们现在必须证明这个体系是否通过这个序列的连续运算达到均衡，如果是的

话，我们需要讲清楚这个均衡的特质。在此之前，值得用矩阵形式再展示下这个模型，因为这样会简化接下来的分析。

12.5.2 建立矩阵

已经介绍完所有必须的术语了，但首先请注意以下向量和矩阵定义：**r**是行动者对问题的权力的一个1*xI*向量，**z**是问题重要性的一个1*xJ*向量，**v**是因素价值的一个1*xK*向量，**r***是行动者对政策的权力的一个1*xL*向量，**s**是政策意义的一个1*xM*向量。**X**是行动者对问题的利益的一个*IxJ*矩阵，**F**是因素与问题的相关性的一个*JxK*矩阵，**C**是行动者对问题的控制的一个*JxL*矩阵，**W**是行动者对政策的利益诉求的一个*LxM*矩阵，**G**是行动者对政策的控制的一个*MxI*矩阵。方程12.52至12.56现在能写得更简洁些。首先，问题的重要性由此算出

$$o(t+n) = o(t)\mathrm{P}^n。\quad (3.22)$$

然后因素价值由以下给出

$$o(t+n) = o(t)\mathrm{P}^n。\quad (3.22)$$

方程12.58表现了因素价值也能通过用方程12.57代换**z**（1）而被视作一个权力的函数。新的权力分布由此算出

$$\mathbf{r}^*(1) = \mathbf{z}(1)\mathbf{C} = \mathbf{r}(1)\mathbf{XC}。\quad (12.59)$$

方程12.59尤其重要，因为通过用方程12.57代换**z**（1），很明显可以看出对政策的权力的初始分布可被看作对问题的权力的函数。方程12.59中新的矩阵**XC**代表了行动者通过组合对问题的利益诉求和控制而达到的关系或互动。因此从上述意义上来说，这展示了互动是体系的衍生物。我们将把行动者*i*和*j*之间由问题引发的互动定义为$p_{i\ell}^*$。那么

$$\tilde{\rho}_j = \sum_l \rho_{jl}, \tilde{\rho}_l = \sum_j \rho_{jl}, \text{以及} \tilde{\rho}_j = \tilde{\rho}_l, \text{其中} j = l。\quad (6.9)$$

方程12.59现在可被写成

$$\mathbf{r}^*(1) = \mathbf{z}(1)\mathbf{C} = \mathbf{r}(1)\mathbf{XC}。\quad (12.59)$$

其中**P***是一个*IxL*（或*IxI*，当*I*=*L*时）行动者互动矩阵，其中互动是通过对问题的利益诉求和控制产生的。

相似地，政策的意义可写成

$$\mathbf{r}^*(1) = \mathbf{z}(1)\mathbf{C} = \mathbf{r}(1)\mathbf{XC}。\qquad (12.59)$$

对问题的权力的新分布可由此形成

$$\mathbf{r}^*(1) = \mathbf{z}(1)\mathbf{C} = \mathbf{r}(1)\mathbf{XC}。\qquad (12.59)$$

采用上述同样的逻辑，定义行动者ℓ和i由于政策产生的互动$p'_{\ell j}$，那么

$$p'_{\ell j} = \sum_m W_{\ell m} G_{mi}, \sum_i p'_{\ell j} = 1, \qquad (12.64)$$

方程12.63可被写作

$$\mathbf{r}(2) = \mathbf{r}^*(1)\mathbf{P}', \qquad (12.65)$$

其中**P**′是个*LxI*行动者互动矩阵，其中互动是通过对政策的利益诉求和控制而产生的。整个过程实际上可被视为互动矩阵**P***和**P**′。用方程12.59中的**r***（1）代入方程12.63中，那么

$$\mathbf{r}^*(1) = \mathbf{z}(1)\mathbf{C} = \mathbf{r}(1)\mathbf{XC}。\qquad (12.59)$$

显然，模型一次循环中（对问题和对政策）的权力变化与行动者之间的两种互动有关。把P_{ij}定义为行动者i和j通过问题和政策产生的总互动，那么

$$p'_{\ell j} = \sum_m W_{\ell m} G_{mi}, \sum_i p'_{\ell j} = 1, \qquad (12.64)$$

方程12.66可写作

$$o = oZ = oP。\qquad (3.24)$$

其中**P**是一个*IxI*=*LxL*的互动矩阵，组合了对政策和问题的利益和控制。

12.6 模型分析：均衡属性

12.6.1 收敛至稳定态

方程12.66至12.68展示了模型的基本过程，这些方程可推广适用到任意迭代或过程的第t次循环

$$o = oZ = oP。 \tag{3.24}$$

方程12.69是递推结构的一阶方程，通过对该方程的递推，很容易展示对于任意t+1时的迭代，对问题的权力都能看作是初始权力向量r（1）的函数。那么

$$\mathbf{r}^*(1) = \mathbf{z}(1)\mathbf{C} = \mathbf{r}(1)\mathbf{XC}。 \tag{12.59}$$

相似地，模型的每个方程都能表达成对问题的权力的初始（外生）分布的函数，这些方程如下所示：

$$\left.\begin{aligned}
\mathbf{z}(t+1) &= \mathbf{r}(1)(\mathbf{XCWG})^t\mathbf{X} = \mathbf{r}(1)\mathbf{P}^t\mathbf{X} \\
\mathbf{v}(t+1) &= \mathbf{r}(1)(\mathbf{XCWG})^t\mathbf{XF} = \mathbf{r}(1)\mathbf{P}^t\mathbf{XF} \\
\mathbf{r}^*(t+1) &= \mathbf{r}(1)(\mathbf{XCWG})^t\mathbf{XC} = \mathbf{r}(1)\mathbf{P}^t\mathbf{XC} \\
\mathbf{s}(t+1) &= \mathbf{r}(1)(\mathbf{XCWG})^t\mathbf{XCW} = \mathbf{r}(1)\mathbf{P}^t\mathbf{XCW} \\
\mathbf{r}(t+2) &= \mathbf{r}(1)(\mathbf{XCWG})^t\mathbf{XCWG} = \mathbf{r}(1)\mathbf{P}^t\mathbf{P} \\
&= \mathbf{r}(1)(\mathbf{XCWG})^{t+1} = \mathbf{r}(1)\mathbf{P}^{t+1}
\end{aligned}\right\}。 \tag{12.71}$$

当然，问题是：这个过程能否收敛于一个不被重复运算而改变的均衡呢？某种意义上来说，我们从上述介绍过的模型中可以预期到这样的结果，且答案将取决于通过行动者的利益和控制形成的那两个互动矩阵的结构。

首先，让我们审视下矩阵**P***和**P′**。**P***是通过将矩阵**X**和矩阵**C**相乘所得。现在，**X**和**C**都是随机的，即都是每一行元素的和为1。矩阵代数的基本定理告诉我们两个随机矩阵相乘会得出另一个随机矩阵。因此很容易证明

$$\sum_{\ell} p^*_{i\ell} = 1, \sum_{i} p'_{\ell i} = 1 \text{ 和} \sum_{j} p_{ij} = 1 。 \tag{12.72}$$

在此知识基础下，考虑下方程12.65给出的递推关系。可以完整地写成

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t) p_{ij}。 \quad (3.19)$$

其中$p_{ij}^{(t)}$是通过和**P**矩阵进行矩阵乘法得出的第t^{th}个权力。审视下方程12.73就会清楚看到这种递推形式定义了一种有穷的马尔科夫链。正如我们之前好几次观察到的那样，马尔科夫链定理的一个著名的结论就是像**P**这样一个相关的随机矩阵的权力将会收敛于一个稳态的矩阵，该矩阵内每一行都是一样的。上一章中，我们展开了凯梅尼和斯内尔（Kemeny and Snell，1960）提出的证明。那么更正式地来说，在极限范围内，

$$\boldsymbol{\pi}_{ij} = \lim_{t\to\infty} p_{ij}^{(t)} , \quad (12.74)$$

因此方程12.73给出的过程收敛于

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t) p_{ij}。 \quad (3.19)$$

第11章中介绍的凯梅尼-斯内尔收敛定理展示了π_{ij}的每一行都是一样的，即π_{ij}=πj，∀i。那么

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t) p_{ij}。 \quad (3.19)$$

设定$\alpha=\Sigma_i r_i$（1），那么对问题的权力的均衡分布r_j则是和πj成比例的，即$r_j=\alpha\pi_j$。注意，如果r_i（1）回到正态和为1，那么α=1且r_j是随机矩阵**P**的稳态或定点向量。

用矩阵的术语来说的话，这个过程的收敛可写作如下，

$$\mathrm{r} = \lim_{t\to\infty} \mathrm{r}(1)(\mathrm{XCWG})^t = r(1)\Pi, \quad (12.77)$$

其中Π是**P**的*IxI*极限矩阵。这个过程的均衡关系可通过审视方程12.71的极限得出。用方程12.77代入，得

$$
\left.\begin{aligned}
\mathbf{z} &= \lim_{t\to\infty}\mathbf{r}(T) = \mathbf{rX} \\
\mathbf{v} &= \lim_{t\to\infty}\mathbf{v}(T) = \mathbf{zF} = \mathbf{rXF} \\
\mathbf{r}^* &= \lim_{t\to\infty}\mathbf{r}^*(T) = \mathbf{zC} = \mathbf{rCX} \\
\mathbf{s} &= \lim_{t\to\infty}\mathbf{s}(T) = \mathbf{r}^*\mathbf{W} = \mathbf{rXCW} \\
\mathbf{r} &= \lim_{t\to\infty}\mathbf{r}(T) = \mathbf{sG} = \mathbf{rXCWG}
\end{aligned}\right\}。 \qquad (12.78)
$$

方程12.78能说明很多，因为它展示了均衡的共时性。各种实体之间的原始关系在均衡中得到了保留，且这个方程也展示了需要的情况下可同时计算出不同的均衡分布。例如，方程12.78中**r**的稳态方程可写作

$$o = oZ = oP。 \qquad (3.24)$$

这里可以同时联立解出。我们在上一章中注意到如果把*I*-1方程从方程12.79中拿出，那么第I^{th}个方程可作为权力的范式，该范式先加总，然后可通过任何常规方法（例如，采用Gauss-Jordan算法或Cramer算法）解出扩展后的非齐次方程的向量**r**。然后可以马上算出所有其他的均衡分布。注意，对政策的权力均衡分布和对问题的权力均衡分布是通过以下方式相关联的：**r*=rP***且**r′=rP′**，而这些方程也揭露了可通过解出方程12.79的补充关系式**r*=rP*P′**来达到均衡。

12.6.2 延伸模型中隐含的关系

目前体系内实体之间隐含的其他关系可用方程12.78中的关系来正式检验。用代入法，对问题的权力和问题的重要性之间的关系可由**r=zCWG**给出。问题的重要性、政策的权力、政策的意义之间的关系是**z=r*WGX**和**z=sGX**。对政策的权力和政策的意义之间的关系是**r*=sGXC**，政策的意义和问题的重要性之间的关系是**s=zCW**。其实，这些关系代表了图12.1中缺少的，但可以从已知线的间接联系中得出

的隐含的箭头线。然而，因素价值和政策意义之间的关系尤其重要，它有助于展示政策是如何能被看作一揽子加权的因素的。从因素和问题的关系**v=zF**入手，我们可以用**z=sGX**替代**z**，得出**v=sGXF**。**GXF**矩阵是随机的，定义为**T**，即

$$T_{mk} = \sum_{i} \sum_{j} G_{mi} X_{ij} F_{jk} , \quad (12.80)$$

其中**T**的每个元素都给出因素*k*在政策*m*中的相关性或权重。因此该矩阵可用来证明政策如何能用利益体系的组成部分或因素来建构，并且也给问题、政策、行动者和因素提供了一个一致的关系。图12.2给出了上面介绍的不同矩阵关系的框图，揭示了图12.1中的函数逻辑如何能转化成更正式的运算术语。

最后还要说明两个分析点。上述展示的收敛和均衡是用对问题的权力的外生分布作为任意出发点的。但是，有必要从其他出发点来描绘收敛过程，那么问题是：从任意对政策的权力分布**r***（1）出发，或从政策的意义**s**（1）出发，又或从问题的重要性**z**（1）出发的话，能否达到同样的均衡呢？这个体系的马尔科夫性质确保了收敛是独立于初始分布存在的，且很容易就能证明这个结论可以延伸到任何出发点。某种意义上来说，这一点已经含蓄地体现在了上述方程12.78中展现的均衡关系中。

用有点偏门的方式也能证明这一点。首先用方程12.78中最后一个均衡方程来替代**r**，代入第一个均衡方程。得出

$$o(t+n) = o(t)\mathrm{P}^{n} 。 \quad (3.22)$$

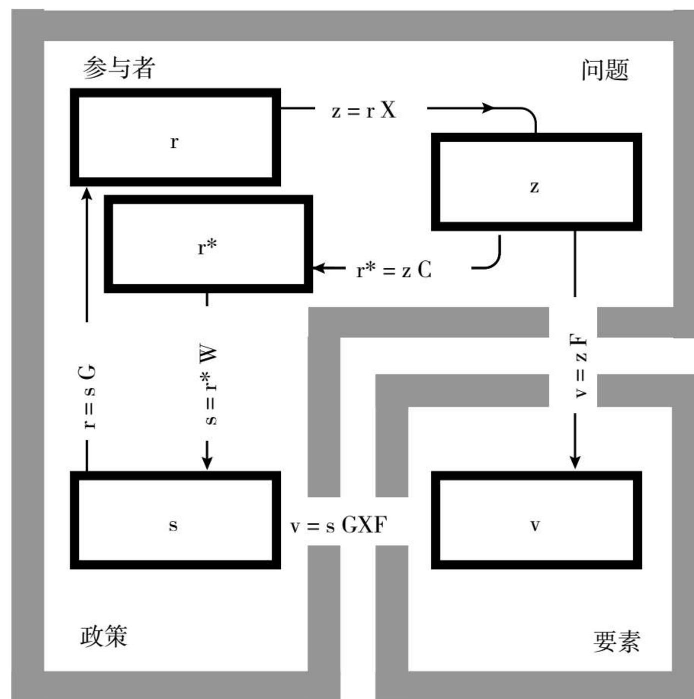


图12.2 决策制定体系的正式关系

可重新排列成

$$o(t+n) = o(t)P^n。 \tag{3.22}$$

矩阵**CWGX**可看作互动矩阵或连接问题的网络。此外，这也展示了上述方程可以同时解出**z**。同样，也可得出政策之间的互动矩阵或网络。操作下方程12.78中的**r**可得出

$$o = oZ = oP。 \tag{3.24}$$

此方程可简化为

$$o = oZ = oP。 \tag{3.24}$$

注意**s = rXCW**。矩阵**GXCW**代表了得出的互动矩阵，也展示了可以同时计算出均衡向量s。除了暗示收敛从任一出发点开始都是一样的之外，这个讨论也确定了于问题和政策的模型中两种其他的互动方式，很可能有助于深刻理解问题和政策之间的关系。

12.7 体系结构中的不稳定和不均衡

目前为止的讨论都隐含了一个想法，那就是提出的决策制定结构中定义的过程将产生稳态均衡。但是，即便只是草草地回顾一下决策制定的惯例也会发现，很少有充分定义好的均衡状态。更有可能的情况是，向理论中的均衡移动的过程中，目前理论没有做出解释的一些变化会不断干预该过程。本节和下一节将提出四种应对这种变化的方法。第一，引入连通性的概念，因为在处理互动、影响或沟通模式时，体系在不同程度上是可分解、可分离的，而这种分割就解释了不均衡状况的发生。第二，体系和周遭环境的关系非常重要，因为关系发生改变和环境对体系的输入可产生不稳定状况。第三，由于要考虑到信道容量的限制、影响的滤波和排队，体系结构本身会发生改变。第四，将会处理行动者行为的改变，即体系的“章程”的改变。

考虑以下情景：两个行动者在决策制定结构中并无关联。如果一个行动者对政策或问题的利益诉求和控制模式和另一个行动者完全不同，即这个行动者考虑的政策和问题和另一个行动者没有重叠部分，那么决策过程是可分离的。这种可分离性无法直接由检验利益和控制的模式来确认，因为也须考虑到间接效应。例如，两个行动者的概况也许没有直接重叠的部分，但他们可能通过一个或几个中间行动者有所重叠，因此两个行动者也可以是间接相连的。不过，如果体系可分离，就有可能把总互动矩阵**P**分解为两个或更多的矩阵。但也许更有意思的情况是互动模式反映出一小群行动者的主导地位或影响的单边效应。这种情况下，甚至不可能出现某些行动者间接影响其他行动者的情况了，这可能是因为小群体的主导地位——行动者只会影响他人，自己却不被影响。或者也可能是因为两个或几个小群体的存在，这两种情况都可以影响不属于这些群体中任何一个群体的行动者，或都不影响互相的群体。

这些反映连通性程度的例子都可通过用图论分析总互动矩阵**P**来处理（Harary、Norman and Cartwright，1965）。我们在前面章节中用这些方法对基本决策模型的权力结构进行了分类，但最有意思的是网络连通性的变异，因为这是收敛于均衡的过程的关键。显然，只有在

对于总互动矩阵$\mathbf{P}$的特定权力t来说，这个矩阵的每个单元都是正数且大于0时，过程才会收敛。这就是等同于矩阵$\mathbf{P}$的强连通性要求的马尔科夫要求。在体系由一个小群体的行动者主导的情况下，矩阵$\mathbf{P}^t$可分解成一个吸收集和几个瞬时集，体现出在极限内矩阵$\mathbf{P}$的稳态分布仅由这个吸收集的状态决定。这种过程中会有一种收敛，但在有两个或更多的吸收集或无关联集的情况下，收敛是不可能的。连通性问题可能出现在原始的决策制定结构中，这样的话，这可能暗示了一些定义有问题。有可能在思考体系结构如何随着时间改变时，连通性可能是某之前时间点的结构或连通性的函数。这个意义上来说，体系可能变得失去连通性。

上述勾画的理论结构是基于一个封闭体系的，该体系的外部环境是被看作稳定的。简单说，该封闭体系的均衡是体系本身的函数，而不是外部大环境的函数。这种严格的形式是否合适将取决于情境和现实中体系的封闭程度。最简单的想象环境和体系的关系的方法就是想象环境对体系的一个输入随机且随意地干扰了体系状态。考虑这个情况：每个行动者的权力通常是由上述描绘的决策制定过程的函数决定的；但偶尔，一个行动者的权力突然被体系外的东西干预。这种情形下，模型的马尔科夫性质可以保证尽管过程的收敛的路径会不一样，但最后的均衡能维持不变。这个过程是基于均衡状态独立于起始状态存在这个想法建构的，因此外部环境的变化仅仅是该过程的一个新起始状态。

然而体系外部的任意干扰能导致持续的不均衡。如果外部干扰的频率大于达成均衡所需的时间，那么永远无法达成均衡状态。但是，体系将总是向均衡状态倾斜，在没有继续的干扰的情况下，体系仍会达成均衡。一个更有意思的推测是，体系结构可能会被环境影响。如果结构发生改变，那么也就暗示着新的收敛和均衡模式，而上述所说的连通性问题也会由于这种变化而变得很重要。

12.8 影响模式中的容量、滤波器和排队

此处可以猜测诸多改变收敛过程的附加因素，但真正的意图是追踪出改变的效应，这可分析得出。因此，值得关注下可以用之前小节中的代数方法引入和探究的那些因素了，但这不代表就能忽略哪些无法正式处理的重要因素。实际上，之后的一节和接下来的两章中，会提出决策制定的这些过程的一个仿真模型。此处包含的延伸模型是关于体系内行动者之间的互动模式的。将会展开两个概念，第一个概念的前提想法是行动者会被每隔一段时间体系内积累的紧张或拥挤而影响，第二个概念的前提想法是行动者会被紧张感减少而影响，这种紧张感的减少可以被解释为一种体系自身功能的积累现象。

可以合理猜测，当体系内紧张感不断增加时，决策制定结构会开始偏离给定的目标。比如，行动者处理信息所需的速度通常由于排队现象的增加而导致信息失真，因此这导致行动者失去信息或记忆。体系的容量可能过小，传播或接收方式可能太复杂，衡量实体的重要性或意义的过程可能太复杂。一种可能的结构会包含紧张感累积，其中紧张感会经常性地使过程失真。想象下在一个行动者在任一时间段内正常处理信息的过程中，但由于处理所费的功夫，信息在下一个时间段可能发生系统性失真。此处提到的过程中，之前用来组合对问题的利益诉求和控制的LxL矩阵$\mathbf{Q}$可给出与问题相关的失真程度。相似地，IxI矩阵$\mathbf{R}$可被定义成是政策失真测度。这些矩阵每相隔一个循环就被常规性地应用到决策制定过程中，它们也反映了利益和控制的传送的滤波。拿上面定义的过程为例：在第一个迭代或循环中，从问题重要性、行动者对政策的权力、政策的意义出发，行动者对问题的权力的新的测度可通过序列$\mathbf{z}(1)=\mathbf{r}(1)\mathbf{X}$、$\mathbf{r}^*(1)=\mathbf{r}(1)\mathbf{XC}$、$\mathbf{s}(1)=\mathbf{r}(1)\mathbf{XCW}$和$\mathbf{r}(2)=\mathbf{r}(1)\mathbf{XCWG}$来定义。

但是，在该过程的第二次迭代时，会发生失真。问题的重要性像之前一样预测，

$$\mathbf{z}(2)=\mathbf{r}(1)(\mathbf{XCGW})\mathbf{X},\tag{12.85}$$

但对政策的权力的新分布被滤波器 **Q** 导致失真了：

$$\mathbf{r}^{*}(2)=\mathbf{r}(1)(\mathbf{XCGW})\mathbf{XCQ}。\tag{12.86}$$

政策的意义由以下预测

$$\mathbf{s}(2)=\mathbf{r}(1)(\mathbf{XCGW})\mathbf{XCQW},\tag{12.87}$$

但行动者对问题的权力也由于滤波器 **R** 而失真了：

$$\mathbf{r}(3)=\mathbf{r}(1)(\mathbf{XCGW})\mathbf{XCQWGR}。\tag{12.88}$$

只看对问题的权力分布的话，递归关系通项可由以下得出：当循环（t）是奇数时，

$$\boldsymbol{r}(t)=\mathrm{r}(1)[(\mathbf{XCGW})(\mathbf{XCQWGR})]^{(t-1)/2},\tag{12.89}$$

当循环（t）是偶数时，

$$\mathbf{r}(\mathbf{t})=\mathbf{r}(1)[(\mathbf{XCGW})(\mathbf{XCQWGR})]^{(t/2)-1}\mathbf{XCWG}。\tag{12.90}$$

相似地，也可得出其他分布的关系。

但是，有意思的是极限内该过程的行为。不失去普遍意义的前提下，可假设**Q**和**R**都是随机矩阵——这个意义上来说，它们可被看作是给出了每个行动者使真实的利益和控制模式失真的比例或程度。显然矩阵（**XCGW**）（**XCQWGR**）也是随机的；这个矩阵会在t的极限范围内收敛于矩阵**Λ**。那么，在t的极限内，$\mathbf{r}^{odd}=r$（1）**Λ**且$\mathbf{r}^{even}=r$（1）**ΛP**。这些方程展示了稳定状态由于经常使用滤波器而振荡不定。但振荡的模式也发人深思，因为它暗示了不存在学习过程。行动者不会由于失真而改变自己的行为。行动者似乎认为失真是体系结构的一部分，无法被改变。这种效应尤其不真实，但它不是为了再次证明只有在体系的过程是体系结构的函数时，而非每隔一定时间使用的任意工具的函数时，才能维持平衡。

更为真实地展示失真效应的方法是在之前一个时段内使失真变成体系行为和失真本身的函数。想象下行动者在过程开始之初接受了失

真测度，但当行动者把失真联系到实际的影响模式时，这种失真会得到改进。这个意义上来说，行动者可以说是在学习。这个过程是通过与问题的权力分布相关来证明的，但也可轻易地延伸到其他分布上。在初次循环中，**Q**（1）和**R**（1）代表了应用到问题和政策互动上的失真滤波器*LxL*和*IxI*。那么

o = oZ = oP。 （3. 24）

过程的第二次迭代中，组合原始失真测度和实际互动模式得出改进后的互动模式，在此基础上得出**Q**（2）和**R**（2）。正式写作，

$$\mathbf{Q}(2) = \mathbf{XCQ}(1), \tag{12.92}$$

和

$$\mathbf{R}(2) = \mathbf{WGR}(1)。 \tag{12.93}$$

可算出新权力分布 $\mathbf{r}(3)$

$$\begin{aligned}\mathbf{r}(3) &= \mathbf{r}(2)\mathbf{XCQ}(2)\mathbf{WGR}(2)\\ &= \mathbf{r}(1)\mathbf{XCQ}(1)\mathbf{WGR}(1)(\mathbf{XC})^2\mathbf{Q}(1)(\mathbf{WG})^2\mathbf{R}(1)。\end{aligned} \tag{12.94}$$

现在可得出直到*T*时的递推关系通项：

$$\left.\begin{aligned}&\mathbf{r}(T+1) = \mathbf{r}(1)\prod_{t=1}^{T}(\mathbf{XC})^t\mathbf{Q}(1)(\mathbf{WG})^t\mathbf{R}(1)\\ &\mathbf{Q}(T+1) = (\mathbf{XC})^T\mathbf{Q}(1) \text{ 且 } \mathbf{R}(T+1) = (\mathbf{WG})^T\mathbf{R}(1)\end{aligned}\right\}。 \tag{12.95}$$

通过使用之前方程12.78中给出的五个运算，可用方程12.95直接导出其他分布的相应方程。

与上面描述的无学习过程不同，这种情况下的确可以收敛于一个独特的均衡。方程12.95中，矩阵（**XC**）^{t}和（**WG**）^{t}都是随机的且都在极限内是收敛的。首先设定$\mathbf{z}_1 = \lim_{t\to\infty}(\mathbf{XC})^t$和 $\mathbf{z}_2 = \lim_{t\to\infty}(\mathbf{WG})^t$，那么我们能证明12.95中的主方程的极限数列可写成

$$\begin{aligned}\mathbf{r}(T+1) = \mathbf{r}(1)\mathbf{XCQ}(1)\mathbf{WGR}(1)(\mathbf{XC})^2\mathbf{Q}(1)\\ (\mathbf{WG})^2\mathbf{R}(1)\cdots\cdots\mathbf{z}_1\mathbf{Q}(1)\mathbf{z}_2\mathbf{Q}(2)。\end{aligned} \tag{12.96}$$

方程12.96提供了一种独特的均衡，但无法分析算出权力、影响、重要性、意义和价值的极限分布；它们必须通过全过程的迭代算出。此时这个过程不再是马尔科夫过程，但随着行动者尝试把实际互动和感知到的互动相匹配，影响模式的失真越来越向实际的影响模式靠近，所以仍旧会发生收敛。请注意，这个意义上来说，失真被认为是感知到的行动者互动的测度。也请注意，如果原失真矩阵是单位矩阵，那么方程12.96的极限等同于上面给出的正态过程方程12.77的极限。

最后讨论下不均衡，这种情形中最有戏剧性效果的阻止体系收敛的原因可能是体系行为的改变——即管理利益和控制的组合过程的规则或章程的改变。除了体系环境产生的外部变化外，体系自身内部的行为改变可能是因为行动者的期待和实际情形错配。有无数种可能性，但下面要说的是最重要的几种。首先，当行动者逐渐意识到缺乏权力，他们可能会结成联盟通过分享权力来扩张权力。在对任一行动者而言，利益和控制是负相关的情况下，权力将会很小，行动者可能因此尝试使自己的利益诉求和控制更紧密相配，反之亦然。如果他们的利益太过分化，他们会集中利益，或者他们可能会认为通过更广泛地传播他们的利益，就能选出一个能存活下去得到满足的利益。同样，有很多权力的行动者也可能"拉帮结派"形成联盟，也会多样化或集中利益诉求和控制。具体哪种形式取决于不同条件是如何相联系的。结盟可能由于组织或表现问题而倒塌，结盟也可能因为行动者拥有同样的规则而组合。总体而言，出于对结果的期待，体系可能会有强烈的恫吓对反恫吓、以牙还牙的报复等元素。显然，没有可以直接使用的分析演绎法。收敛可能发生，也可能不发生。唯一能探究这种行为的方法就是通过仿真模拟，下一节将会尝试介绍这样一种仿真模型的梗概。

12.9 决策制定过程仿真模拟概要

决策制定过程中的行为和结构的变化最可能是由于每个行动者的目标达成程度。这种理论假设衡量行动者进展的合理指标是他们的权力测度。同时也假设每个行动者在过程的每个循环中都尝试增加这种权力，但各个行动者期待拥有的权力大小有所不同。此外，随着行动者在过程中失去或获得权力，这些用期待值来衡量的目标也会发生改变。因此，体现行动者表现的测度其实是在任一时间截点的实际权力大小或随着时间流逝权力大小的改变，这种测度使行动者有能力决定要不要继续行为或者改变行为。行为的改变主要有两种方式：第一种，行动者通过努力增加权力能改变他们利益或控制的分布，或能“对行动有更大的话语权”；第二种，行动者可以聚集成更大的群体或联盟，通过集体行动来提高达成个人目的的机会。同样，联盟若是不成功就会解散，或者群体内部的紧张感超过了给定的临界值也会导致解散。

改变行为的规则可通过下面这种方式顺序进行。在仿真模拟的每个阶段，当要考虑例如“结成联盟”或“改变一个人的利益分布”等行动时，这种行动发生的概率可以根据已经考虑到的一系列行动来推算。我们可以使用一个随机机制来模拟是否会采取一个行动，这种随机机制把一个随机数字和概率结构配对。因此一个刚结成联盟且现在在考虑是否要改变利益诉求的行动者的行动概率就会不同于一个正在考虑相同的事情但不在联盟内的行动者。每个行动者必须要考虑好几个阶段。如果行动者已经身处联盟内或不在联盟内，行动的概率结构就会不同。那么拥有的权力大小，之前时间间隔内权力发生的改变，以及行动者所属的联盟的大小都会导致形成新联盟、联盟解散、保持不变或联盟的任何其他变化的概率不同。在这些决定的基础上，行动者会考虑是否要改变他们的利益诉求或控制模式。控制可能会替代掉利益诉求，行动者可能会分化其中一者并使另一者更加集中，或使两者都更加集中等。无论是哪种决定，某种意义上来说，改变的大小有一定局限性。可能由于惯性而被局限，惯性代表了之前时间段的利益和控制结构。最后，随着体系通过学习自身在不同时间的行为而创造出自

己的目标，用来测量权力的期待值的临界值可能会根据新的行为发生改变。

这一序列行为可用两种方式嵌入模型。由于实际上存在两个集合的行动者，或者说实际上是一个集合的行动者行使两种能力——第一种即对问题的能力，第二种即对政策的能力——那么这个过程可先运算问题，然后运算政策；反之亦然。这会使得不同集合的行动者在处理问题时属于一个联盟，而在应对政策时又属于另一个联盟。因此，行动者将会尝试最大化其对问题的权力和对政策的权力，有趣的是可以测量他们在其中一种情境下对比另一种情景下究竟有多成功。实际上，不可能事先通过分析预测出体系是否会收敛。而且，也无法预测出体系的稳定性及其对不同组合行动的敏感性。看似体系在目前形式下不会收敛，但仿真模型的一个目的就是建立一个探究理论改进的工具。模拟仿真一旦开始，可根据是否对过程有贡献而在模型内增加或删除不同机制。大体上来说，本次探究的目的是揭示能表明重要结构的体系内压力点，在过程中行动者很多考虑采取的行动很可能都只有有限的效应，而通过把仿真模拟作为实验方法，可识别出这些行动。

目前描绘出的理论是一个帮助理解决策制定体系实际如何运作，而非应该如何运作的框架。尽管理论无法被严格归类为有明确肯定的重点，因为该理论包含了一些规范性概念，尤其是行动者如何组合利益和控制的概念，但整个展示中都有一个隐含的主题，那就是该理论可通过与真实情况比较而被部分证明或证伪。一种意义上来说，该理论只意在表现决策分析方法的基础，即如何才能通过使用稍微有点实证意义的体系模型来深刻理解真实的决策过程。这在社会科学中是一种挺偏门的使用理论的方法，但考虑到预测社会生活会遇到的紊乱的观察和逻辑问题，这可能是唯一的方法。然而，由于该模型是假设的半实证性模型，值得我们去思考如何能引入更直观的规范性维度。

讽刺的是，我们关注决策过程的本意是想找到更好的方法对某些利益体系进行优化，比如一个城市这种利益体系，然而问题似乎是被

往回推了一个阶段——回到了找出优化决策制定体系的方法。从这个意义上来说，问题可被无限回退。但是，优化决策制定过程的需求的确反映了规划设计观从产品角度到过程导向角度的改变。现在目的是要优化过程，这是由于认识到优化产品极其困难，而且产品本质上是和过程相关的——即形式追随功能，这正是我们城市科学的主要观点之一。在上一章介绍的初步决策模型中，有一个直观的优化程序被引入结构内，在该结构中，行动者可选择互动以便优化一些福利准则（奖惩准则）。有可能同种程序能被引入上面呈现的分析模型中，但有一点是确定的，那就是这种严格的程序不能应用到仿真模型中。由于仿真模型可能更真实，可尝试设计过程来优化模拟仿真。比如，可确定基于收敛要求的判别函数、减少组内和组间敌意的需求、利益或控制的现实分布。同时还可以开发一个反复试错过程来优化这样一个判别。实际上，这种程序与制度结构的设计有关，而制度结构能为决策制定提供有效组织。因此，此处提出的理论结构看似与基于复杂性的新兴规划理论非常一致，新兴规划理论的重点是从体系结构的设计转变到体系行为的设计。

为了展示该理论的适用性和可操作性，我们将会介绍两个案例分析。两个案例都为假设，它们不是基于严谨的、可实证观察的利益体系或数据来源，而是基于典型事实，但此处的关注点在于理论可用于接近实际问题的应用的大体方法。同时，也可以展示理论如何处理空间和非空间问题，从而提供一个严谨的框架，来把社会政策过程联系到空间形态和空间格局。

12.10 应用一：市中心的贫困问题

我们的第一个案例审视的是市中心的贫困问题。我们相信仔细应用理论可揭示，如何基于不同的复合性空间因素来制定社会政策以解决各种贫困问题。在表12.1中，确定了与这个普遍关注的问题相关的

行动者、问题、政策等因素。显然，此模型的适当性取决于列出的实体反映真实情况的程度，此处提出的理论结构不能决定这些定义问题。当这些问题极度模糊不确定时，类似于此处提出的正式理论则用处不大。这也反映了在基本定义不明确的学术主题上开展理论研究所普遍面临的问题。

此处列出的行动者与住房、教育、社会服务、政党、商业利益、医疗和交通有关。这个列表不可能穷尽列出所有，最多只能算是随意尝试定义了一些相关的行动者——必定会有遗漏的，但此处识别的行动者至少都和贫困问题有关。总问题被分解为与住房、收入和开支、精神和身体健康以及就业机会相关的小问题。虽然该列表并不详尽，但是仍然有重要参考意义。政策也是根据这些列出的内容来制定的，把空间体系联系到决策制定体系的因素都是用土地使用和基础建设来定义的。因此，大体上决策制定环境捕捉到了社会过程，而利益体系是用空间形态来定义的。需要强烈强调的是，如果想要找出该问题理解中的其他偏见的话，利益体系不一定要用这种空间的方式来定义。该理论有足够的普遍性，能包含任何决策规划问题，无论是明确的空间问题还是显然的非空间问题。

表12.1 市中心贫困问题的行动者、问题、政策和因素

行动者：群体		问题：贫穷和贫困	
1	私人房东	1	住房设施
2	公共房东	2	住房条件
3	教育机构	3	密度：过度拥挤
4	住房政策委员会	4	滞纳租金
5	社会服务部门	5	(缺乏) 人员流动性
6	社区行动小组	6	营养不良
7	租户协会	7	身体健康
8	当地政党*	8	(应付) 精神健康
9	当地政治领袖*	9	财产性犯罪
10	国家政客*	10	针对人的刑事犯罪
11	政府福利机构	11	(缺乏) 工作机会
12	商业利益群体	12	工作环境
13	医疗机构		
14	交通机构		

政策：地方政府服务		因素：土地使用	
1	住房：再开发	1	交通基础设施
2	住房：安置	2	公共住房
3	最低收入补贴	3	私人住房
4	住房补贴	4	工业区
5	房租管制	5	商业中心 s
6	特殊教育	6	教育：学校
7	交通设施	7	社区活动中心
8	免费公共交通	8	公园：休闲场所
9	医疗设施		
10	商业设施		

*此处已暗含可识别的主要政治家团体。

在确认一个任意的对问题的权力向量并以给定的顺序解出矩阵方程时，使用到了方程12.71中给出的分析模型。这些方程用迭代法解出，收敛于均衡状态的速度很快。测量收敛的一系列指标可以用不同的分布向量来定义；此处使用的测量指标是根据在连续迭代t时对问题的权力的差异得出。这个统计数值由以下方法得出

$$\Gamma(t) = \sum_i |r_i(t) - r_i(t-1)|, \tag{12.97}$$

其中由于$t \to \infty$，因此$\Gamma(t) \to 0$。实际上，在第二次迭代后，过程已收敛到全稳态值的2%区间内，在第三次迭代后，就可得到可接受的收敛值了。收敛在这个模型中显得尤其快，可能是因为行动者之间通过利益和控制产生的连通性程度很高，但关系之间更细的分化可导致收敛放缓，因此不能从这个案例中就概括出收敛的速度。显然，运用到的问题、行动者、政策、因素的数量影响了收敛的速度。模型的求解是依据方程12.79，并通过规范化约束进行了修正，正如第11章中的方程11.25所示。

在探索该理论对贫困问题的应用时，值得看一下用来得出输出结果的输入数据。表格12.2代表了一个清单，清单包含外生输入、从输入导出的关系、均衡输出。用来形容每个行动者对政策和问题的利益诉求和控制的程度的输入是根据从不同的来源和经验采集的对问题的初步了解来假设确定的。这个数据集合包含了合理假设。尽管没必要详细描述这些表格，还是可以看看一些例子的。就问题而言，可以合理地假设私人房东对滞纳租金、过度拥挤、侵犯财产型犯罪、针对人的刑事犯罪等问题有很大的利益诉求。他们对工作机会、工作环境和人员流动性最无利益诉求。而就对问题的控制而言，他们对住房设施、住房条件、房租最有控制力，而对就业、医疗和犯罪最缺少控制力。所有的行动者都可通过问题和政策与这些问题联系起来。尤其有意思的是利益和控制错配的情况。很难概括地描述这样的错配，但似乎一个行动者的权力最终取决于他能得到多少其他人由于利益诉求而给予他的支持，以及该行动者对特定政策或问题的控制有多大的垄断

权。的确，是决策制定过程的运算得出权力分布的；体系结构（利益和控制）和行为（组合利益和控制的规则）导致了权力的评估，因此均衡分布不能仅靠体系结构来预测。

表12.2 输入、导出的关系以及输出

输入		矩阵符号
观察得出的数据		
1	行动者对问题的利益诉求	X
2	行动者对问题的控制	C
3	行动者对政策的利益诉求	W
4	行动者对政策的控制	G
5	因素与问题的相关性	F
启动该过程的任意数据：初始状况		
6	行动者对问题的权力	r（1）
导出的关系		
1	问题产生的行动者互动	XC
2	政策产生的行动者互动	WG
3	问题和政策产生的行动者互动	XCWG
4	行动者和政策产生的问题互动	CWGX
5	行动者和问题产生的政策互动	GXCW
6	因素与政策的相关性	GXF
7	政策–问题关系	CW&GX
输出		
1	行动者对问题的权力	r
2	行动者对政策的权力	r^*
3	问题的重要性	z
4	政策的意义	s
5	因素的价值	v

导出的关系，即行动者、问题和政策之间的互动网络的模式，可以提供一组更好的体系结构和行为的测度。表格12.2展示了输入数据如何直接地导出这些模式的，值得简单地讨论下这些关系的意义。首先，审视下由问题产生的行动者互动，即行动者通过自身对问题的利益诉求和控制而互相影响的程度。显然，那些关心住房、社会服务和政治立体的行动者是紧密联系的。从一种意义上来说，这反映了现实状况，因为在政治和市政当局层面来说，住房问题及其解决办法都是一直被认为是减轻市中心贫困问题的主要方式。关心医疗和教育的行动者也有很大的关系，因为他们通过社会服务和政治团体来与住房问题进行互动。图12.3用图像方式给出了简化的互动模式，该模式是基于行动者之间的最强关系得出的；总互动，或说双向的互动的合计，被用来计算这些和以下的影响图。完整的模式是可以画出的，但这极其复杂且建构起来非常耗时，且无论如何，此处的重点是影响的主要方向。

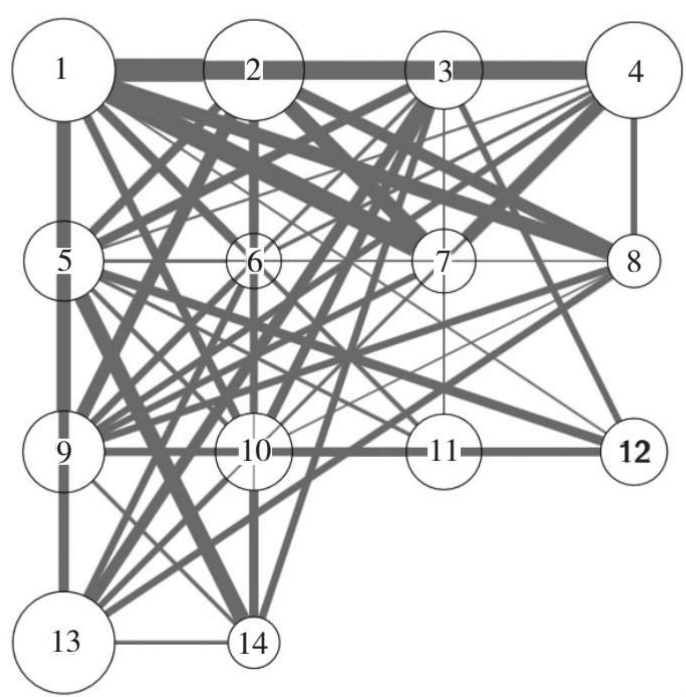


图12.3 由问题产生的行动者互动

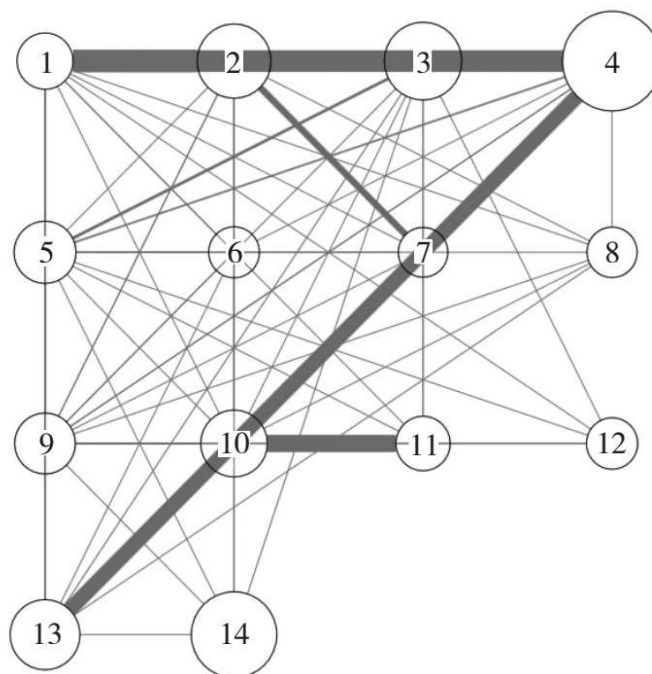


图12.4 由政策产生的行动者互动

转到由政策产生的行动者互动上来，很显然对应的影响模式有所不同。住房政策团体和公共住房机构主导，当地和国家政客也具有一定重要性。可以预料到就政策而言，一个行动者会有更多的自我互动，但私人房东和社会服务委员会在政策制定上的影响会比在问题定义上的影响小一点。这可能反映了缺乏直接执行公共政策的权力。教育机构通过政策对其他行动者施加的影响会比通过问题施加的影响稍微多一点，这也反映了其在政策制定中的权力。这个简化的影响模式在图12.4中有所体现。最后，通过政策和问题得出的总的影响模式是很有意思的。从以上讨论中可以预测，住房政策委员会是目前为止最占主导地位的行动者。公共住房机构、社会服务部门、当地和国家政治家也互相影响，这在图12.5中的简化互动模式中有所体现。由于贫困问题和政策似乎总是用围绕住房问题为中心的，因此这些模式看似相当现实。但有可能规划人员或政治家的目标就是改变传统的影响模式，以便让特定的政策或问题占有更大的重要性。这个意义上来说，该理论可用来展示如何通过操控影响模式来达到这一点。简单来说，

设计组织、机构结构和网络会改变问题的重要性、政策的意义及行动者的权力。

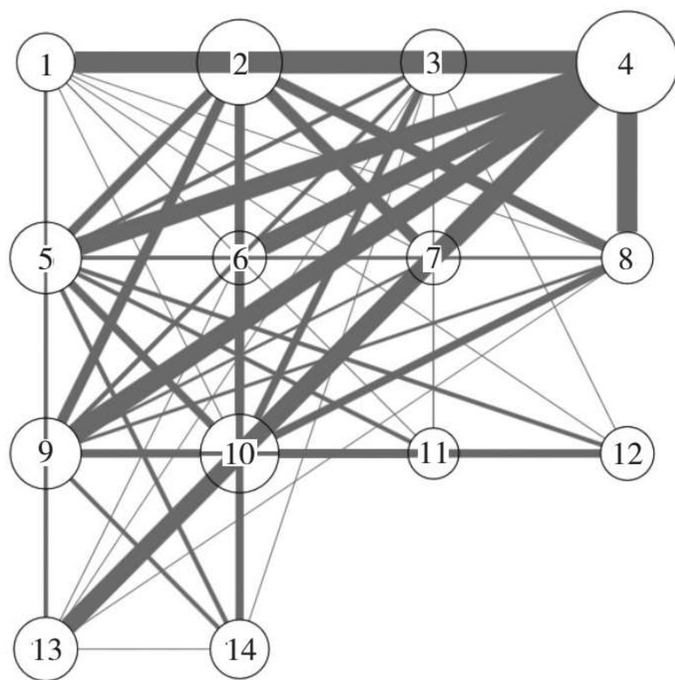


图12.5 由于问题和政策产生的行动者互动

问题之间的关系和政策之间的关系也可得出以上同种类型的互动模式。问题之间的关系与上述讨论是一致的；住房及其各种特征是主要问题，还有财产性犯罪和针对人的刑事犯罪也都是与住房紧密联系的。图12.6展示了简化的互动模式。至于政策之间的关系，住房重建、住房补贴和房租管制是紧密联系的。住房再开发和新的商业设施是有关联的，但交通政策不与任何其他因素有强联系。尽管特殊教育和新医疗设施也通过住房政策有所联系，但政策互动的重点再一次是以住房为中心的。图12.7阐述了主要关系。总体来说，图12.3至12.7中展示的五个互动模式都一致地展示了住房对贫困的影响。然而，要找出不同问题、政策和行动者的重要性，必须看看用这些影响模式的决策模型导出的均衡关系，如下所示。

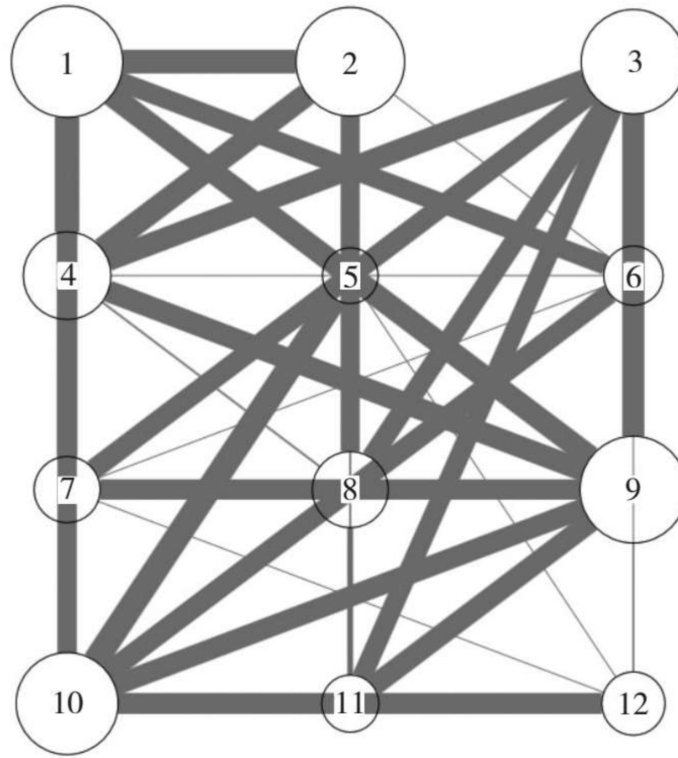


图12.6 问题之间的互动

该模型是通过制定行动者对问题的权力的初始分布来操作的，这种初始分布可看作先验分布。在此先验分布中，假设私人房东和公共房东与住房政策委员会一起有着相当大的权力。图12.8中，直接比较了这种分布和模型预测出的后验分布。这证明了住房政策委员会拥有的权力比假设的要大，而房东拥有的权力比假设的要小。这个结论看似非常合理，因为这里定义的权力是指提出问题的权力；即决定问题重要性的权力。图12.8也展现出国家政治家和社会服务委员会拥有的权力比一开始推测假设的要大。然而，对政策的权力分布却有所不同。房东的确有着更大的权力，当地和国家政治家也一样。住房政策委员会仍旧有着很大的权力，但其在使用权力制定政策中扮演着主导角色有所弱化。社会服务委员会和医疗机构也有相当大的权力，图12.9a中，对比了对政策的权力的均衡分布和对问题的权力的均衡分布。就均衡分布而言，住房问题，例如设施、状况和过度拥挤，以及犯罪问题是最重要的。政策、住房重建、住房补贴、房租管制被认定

比住房再开发稍微重要一些，新商业设施的位置也有些重要性。图12.9b和12.9c分别展示了有关政策的均衡分布和有关问题的均衡分布。

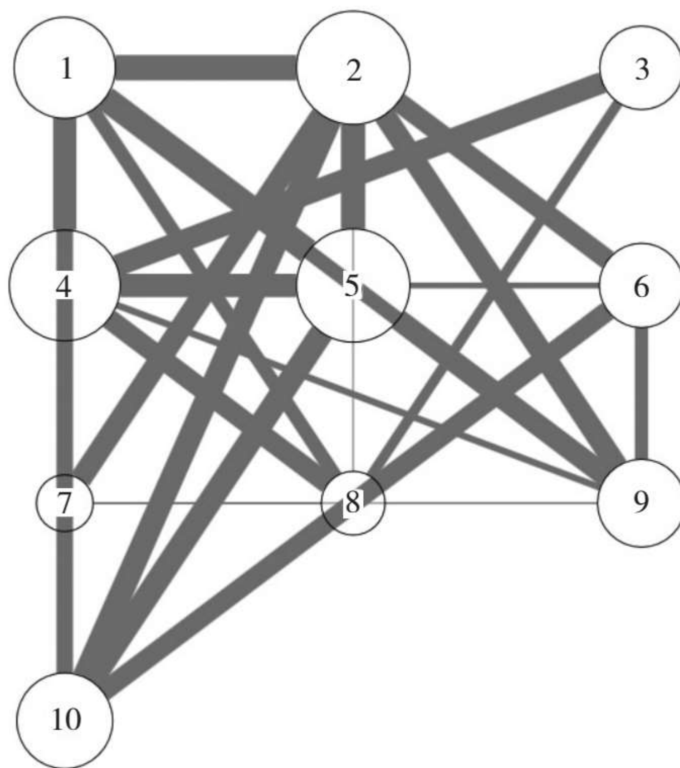


图12.7 政策之间的互动

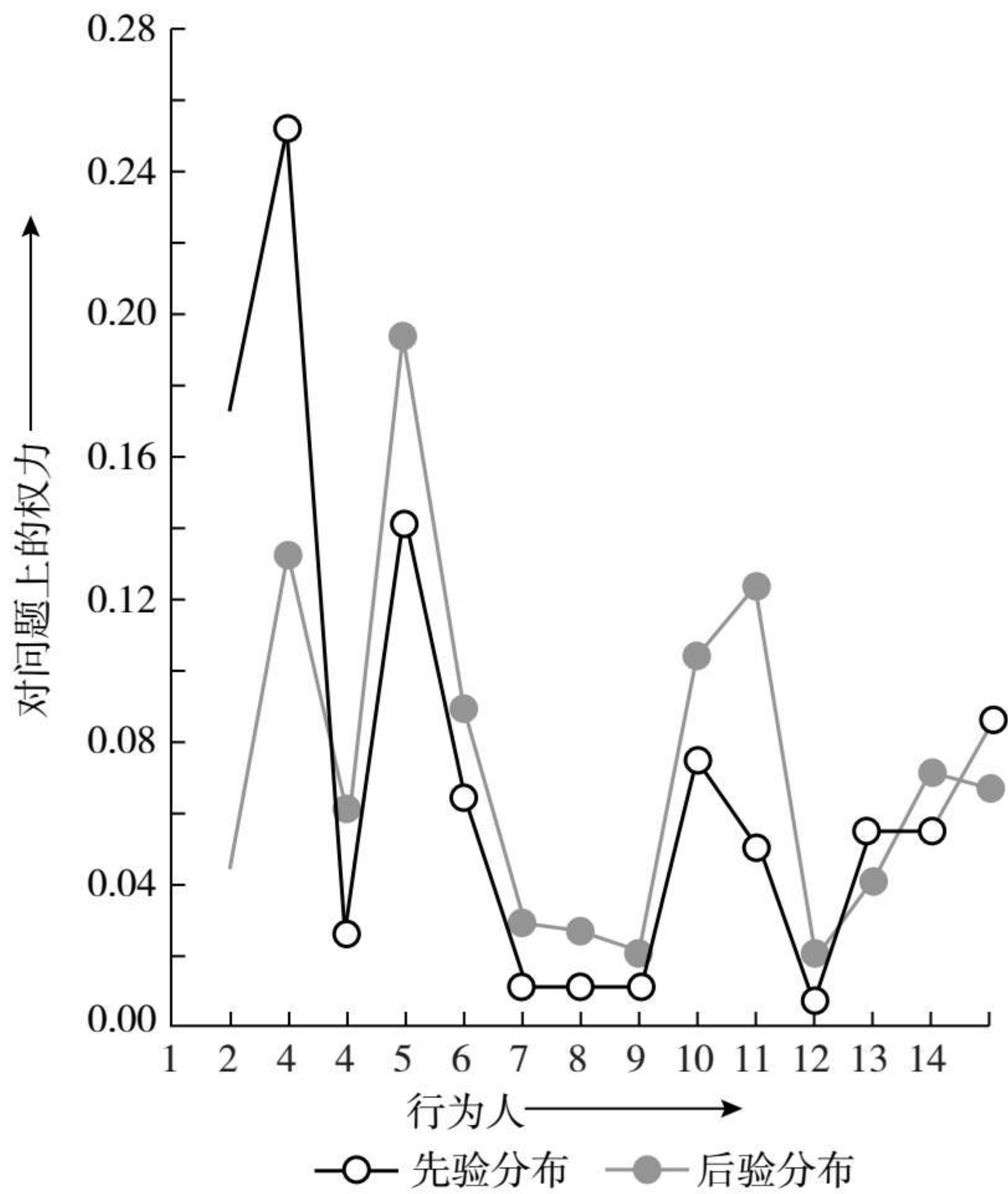
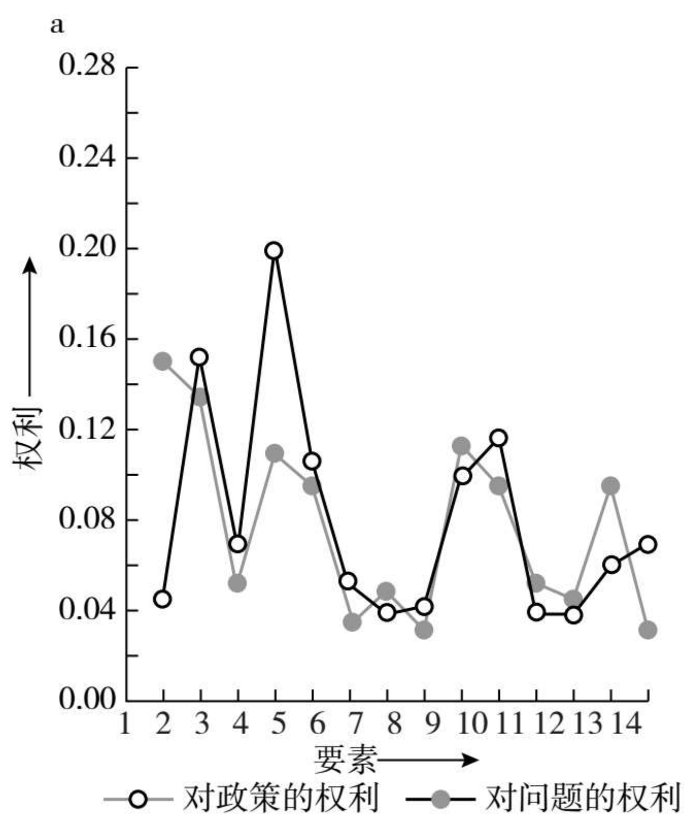
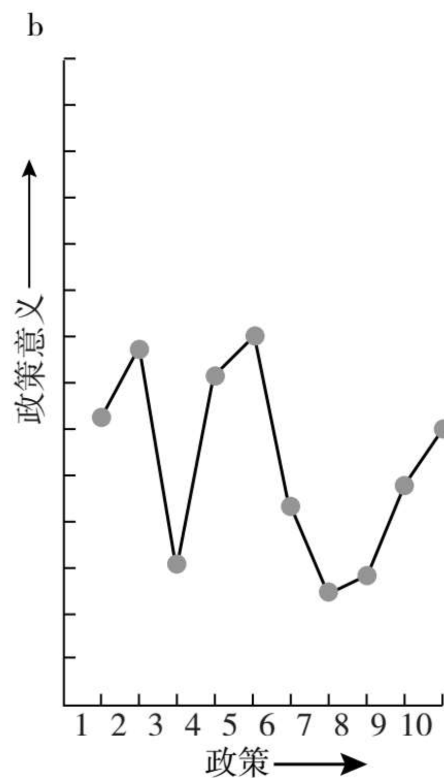
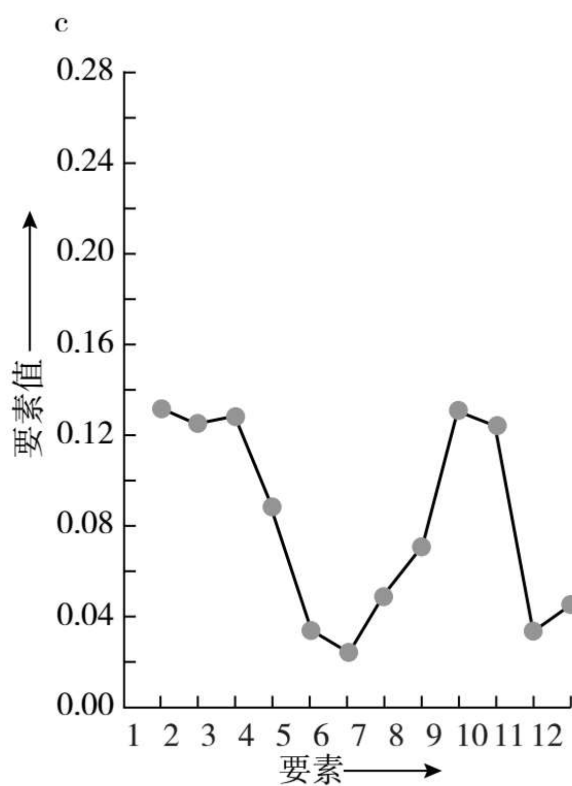


图12.8 对问题的权力的先验分布和后验分布







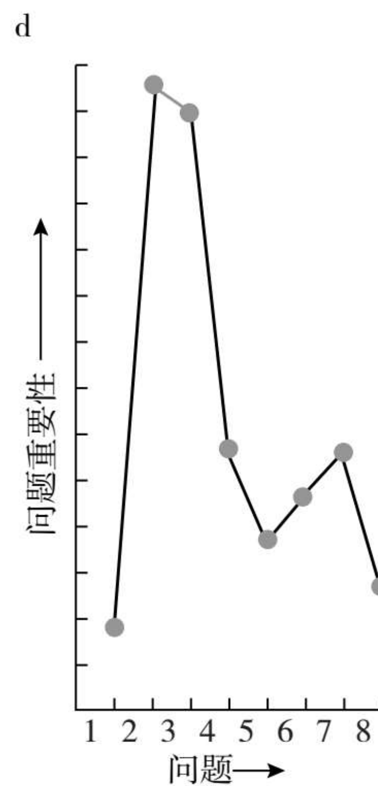


图12.9 决策制定模型预测的分布

土地使用者的价值或重要性（包括利益体系）揭露了政策和问题如何在空间上得到执行。图12.9d阐述了这些因素的价值分布，展现了公共和私人居住土地使用在解决贫困问题上的重要性。当然，学校和社区中心的地理位置也有一定重要性，但交通和休闲场所在解决这种问题上似乎没什么重要性。简单而言，这暗示了改变休闲和交通基础建设不大可能改善贫困问题；这些结论看起来很合理，并进一步支持了我们的推测：该理论能直观地预测出可接受的结果。但是，这绝对不是暗示该理论已被证明。有可能从模型中导出政策和问题的重叠部分，但更有意思的是政策的组成中包含的不同因素和土地使用的重要性。图12.10中，每个图表展示了每种土地使用在制定任一特定政策中的重要性。换句话说，政策被指定为不同的土地使用的混合体，这些网络展现了每种政策所需的对应的混合体。例如，居住土地使用的重要性在所有政策中都是一目了然的，社区设施、学校和工业的地理位置都相当大程度地影响着每个政策。但是，图12.10也揭露了该理论的一个缺陷，那就是有可能每个政策的因素混合体如此统一是不怎么现实的。比如说，很难看出如何能主要通过改变居住土地的使用来实施免票价公共交通的政策。这种困难可能是由于数据输入的具体参数产生的，但也有可能是由于理论结构的原因。

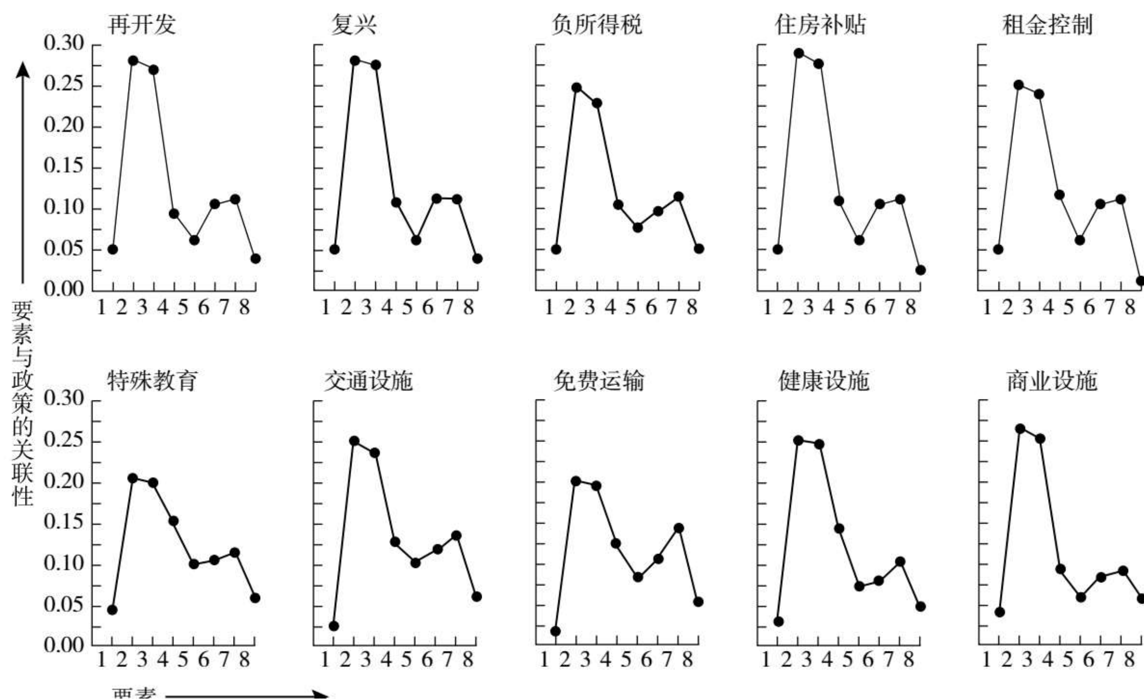


图12.10 政策组成中各因素的权重

12.11 应用二：地方当局的资源分配

第二个应用又是一个半真的案例，把该理论应用到一个有着大约500 000人口的地方当局的一个"典型的"资源分配问题上。由于资源分配本质上是个非空间或无空间的问题，因此在这个问题中只定义了行动者、问题和政策，因此应用一中的利益体系捕捉到的空间维度在此就不相关了。简单而言，决策制定环境与利益体系是对应一致的，因素/土地使用维度在决策模型的运行中扮演着傀儡的角色。本质上来说，行动者权力的均衡分布、问题的重要性、政策的意义给出了一定总额的资源的分配到每个实体的比例。例如，每个行动者控制的对问题和对政策的资源代表了每个行动者在提出问题和制定政策中控制的资源总量。每个政策分配的资源与每个政策的重要性是成比例的，每个问题分配的资源也与其重要性成比例。所有这些资源的分布以及这些不同的维度都通过稳态均衡关系而有一致的联系。例如，每个行动

者ℓ对总资源r_ℓ*拥有一定的控制力或权力，并根据行动者的利益诉求$W_{\ell m}$按比例把该总资源分布到政策m上。因此某一政策分配到的资源总量为$s_m = \sum_{\ell} r_\ell^* W_{\ell m}$，其他资源的均衡分布也可用同样方式得出。

本问题中定义的行动者是基于地方当局的典型部门结构以及两个典型的政治团体，我们把这两个政治团体定义为左派L和右派R，以此反映出英国地方政府的两党制体系。同时也假设两个政党代表数相当平均，因此模型的预测结果中比较有意思的一点则是每个政党的相对权力。定义的问题则是中型城市会遇到的典型问题，其土地使用规划问题在住房、交通、休闲、工业等议题上体现得尤为明显，同时也体现在了医疗、教育和犯罪问题上。另一方面，政策则形成了一个非常有局限的集合。例如，博登（Boaden，1971）出示了一系列基于英格兰和威尔士的某些地方当局的实际平均资源分配的数据。由于缺乏足够可用的数据，这个服务或政策的集合相当有限，但我们能推测出一个例如这样的理论能多有效地预测出与博登（1971）展示的实际数据相似的资源分配情况。该集合的政策不包括交通和规划问题，但包括非常细化的社会服务分工——儿童福利、图书馆的供给等。此外，由于包含了广泛的行动者和问题的集合，政策的部分集合可以非常实际地用这些行动者和问题来定义。表格12.3列出了该应用涉及的行动者、问题、政策。

该模型的运算操作方式和上述贫困问题中一样。关于利益和控制的数据被设计得相当直观且高度相关。利益分布根据流行的概念而详细给出；例如，L团体、社会服务部门以及规划人员主要的利益诉求在于住房问题，而像R团体和财政部门这种对商业事宜有利益诉求的团体的主要利益诉求则是工业和商业问题。不过，就政策而言，利益和控制并非高度相关。尤其是规划人员和社会服务部门在福利、住房和教育事宜上没什么控制但却有很高程度的利益诉求。L团体的利益比控制多，其控制主要是针对住房。R团体则在工业事宜和警察方面有很强的利益诉求和控制。

表12.3 地方当局资源分配中的行动者、问题、政策

行动者：团体		政策：地方服务	
1	左派 L 团体	1	福利
2	右派 R 团体	2	医疗设施和建议
3	财政部门	3	儿童：保健和卫生
4	工程部门	4	图书馆供给
5	规划部门	5	消防系统
6	教育部门	6	警察系统
7	住房部门	7	教育
8	社会服务部门	8	房屋建筑和维修
9	市政会部门		
问题：城市问题			
1	住房	4	教育
2	交通	5	犯罪
3	工业和商业	6	休闲娱乐

该模型的均衡分布相当有意思。社会服务部门主导了提出问题的权力，而财政部门的主导力相对而言程度较弱。但财政部门主导了政策的制定。就L团体和R团体的关系而言，L团体在提出问题方面有更大的权力，但R团体在制定政策来减轻这些问题方面有更大的权力。这些权力的均衡分布也反映在导出的行动者之间的互动模式上。在问题方面，住房、教育、犯罪和医疗被预测为最重要的问题，而交通和休闲是最不重要的问题。从某种意义上来说，该理论可用来推测控制和利益的特定分布，可逆转典型模式。比如说，在交通政策最为重要的领域内，很可能大多数行动者对交通问题和政策的利益诉求很高，但对其他政策和问题的控制分散且低。这种推测类似于寻求能最优化之前提到的判别函数的决策制定结构。

最后，预测的政策的意义可与博登（1971）提出的实际意义（就资源分配而言）对比。图12.11中的图表给出了预测的意义和观察到的实际意义，很显然两者之间有很大关系。实际上，预测值和观察值的线性相关系数为0.792。但是，这些预测也揭露了该理论提出的另一个重大问题，这关系到量度问题。在目前形式下的理论中，很难从常见问题的绝对重要性中分离出一个事件的相对重要性。比如说，政府在提供服务上扮演的角色要求它必须提供完整的教育体系，但对于工业区，它只需提供一个部分体系。然而，尽管工业区在某些方面比教育可能更加重要，但就资源分配的绝对意义来说，教育的本质可能使得教育能分配到更多的资源。

本书的第三篇把重点从城市科学转向了设计和规划科学。此处的一个中心议题是定义城市的组成部分之间的互动和网络是如何与产生这些互动网络的活动同等甚至更重要的。这是第二篇中城市模型的基础，也是第三篇中本章和前面两章中的规划模型的基础。从某种意义上来说，我们的城市模型是实证性模型，而规划模型是规范性模型，其处理的问题不是我们如何制定决策和如何产生设计，而是达成决策和创造设计的最佳或最优方法。实际上，通过暗示如何能在决策制定过程中建立模型，本章其实已经开始逐渐放松在标准化规范性上的重点，理论传统上其实也有迪尔洛夫（Dearlove，1973）、博兰和纳托尔（Bolan and Nuttall，1975）的文章来支持这一点。下一章中，我们将继续展开建立在交换基础上的集体行动理论，重点将仍放在决策制定上。下一章将会通过讨论深植于空间发展中的一个真实的决策问题，来进一步展开这些概念。这将会使我们的关注点更加坚定地转向实际问题而非假设问题。在此之后，我们在结尾处将讨论如何将这些概念植入与城市规划和设计相关的委员会决策制定的正式结构中。

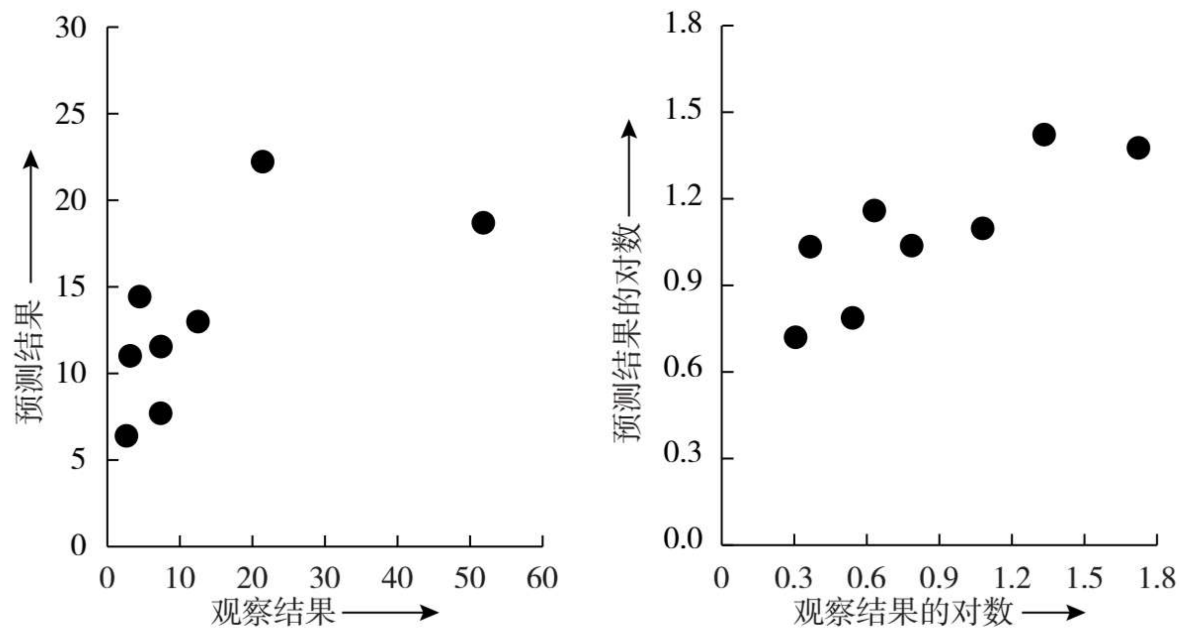


图12.11 资源分配的观察结果和预测结果

第13章

以交换来理解城市发展

> 当市场交易中的个体每个人都持有自己的理想东西时，他们就会退出市场。需要强调的是，仅当达到平衡价格时交易才会发生。这个动态模型的目的是达成商品令人满意的价格结构，而不是为了达成商品的交易。
>
> ——詹姆斯·G·凯梅尼（James G.Kemeny）、J·劳里·斯内尔（J.Laurie Snell），《社会科学中的数学模型》（1962，第35页）

上一章中所描述的集体行动理论的核心是交换理论：认为对于一个处于均衡态的系统，它的代理人必定会调节需求以符合由其他代理人控制的供给，反之亦如此。实际上，在完美市场上最可能的状况是，需求和供给都向平衡点调节，所有的代理人都获得满意的状态以至于不需要任何进一步的提升。当然，价格是这个均衡态的表现，而达到均衡态所必须的调节过程有可能是尝试或者错误，但是在一定的体制下可以保证是逐步逼近的。当然，大多数的市场都是不完美的，但在经济理论中，这个交换的基本模型是通常的出发点。

目前为止，我们的理论还没有探讨交换的概念，因为我们已经阐释过，我们关注的是规范性，也就是通过这些概念建立一个完全理性并且可能是最佳的过程或调节，以解决代理人或行动者之间的冲突，但是在实践中这个过程或调节通常是人为判断的。第11章中介绍过的序时平均过程，被用作最简单设计方法的基础，其中包含了系统可以无缝过渡到均衡态的概念，在这一状态下的所有行动者（或作为其代表的要素）达成一致。我们在前一章中基于科尔曼（Coleman，

1966，1972，1973，1998）的集体行动理论提出的模型，包括了需求和供给等经济交换的全部基础要素，但是以间接方式出现，隐藏在探讨假设性设计和政策问题的理论应用中。在本书第二篇城市模拟中所发展的工具和方法基础上，这个理论应该可以构建一个真实系统的工作模型，上一章文末部分已经有所体现。当然，有很多声音批评将经济交换理论广泛用于研发真实经济系统模型。因为这些概念在实践中非常有争议，我们将对这些概念的使用限制在规范性研究中，作为理想化而不是经验性条件或现实正向模型，尽管也会尝试在真实世界中的扩展应用。

在本章中，我们将关注重点从规划和设计中抽离出来，探索如何用这些概念来考察作为土地市场利益方和控制方的代理人之间的冲突问题。为了达到这个目的，我们将展示，当土地交易发生，这些概念如何构成了代理人之间形成均衡态的基础。尽管建立城市系统模型的关键在于土地使用和经济行为的宏观结构，物质规划师通常以不同的方式来看待城市发展中的问题。当前我们对城市问题的认识与可用的分析技术之间的差距还很明显，导致的后果是模型构建者采用了一些并不完善的内容，削弱了理论中较硬的部分。在本书第二篇中介绍的很多工具都用于建筑和几何层面的更精细空间尺度，特别是对形态学和复杂性科学的强调，推动了以全新的、更加个人的、自下而上的方式来对代理人和单元、基于代理人的模型和元胞自动机等建模。本章中，我们会将前面章节中的这些概念联系起来，特别是第二篇中探讨的模拟和建模方法。我们还将建立一个城市发展模型，将行动者或代理人作为城市系统中的变化代理人，而不是像前面章节中主导设计方法是更加自上而下的代理机构（参见 Gabbour and Cartwright，1974）。

为了引入这些概念，首先需要将土地所有权的变化过程看作一个经济交换过程，这也是经济学理论的经典概念。我们通常想到相当传统的一般均衡理论，但是在这里使用的是科尔曼（1973）提出的社会交换理论的特定变通形式，对此我们在前面一章已经详细描述过。这

个模型首先被表述为一个正式的均衡系统，然后我们通过引致均衡态的交换过程解释来检验其结构特性。接下来，我们将以伦敦中心区北部为例来检验其在土地开发中的应用，在这个案例中，代理人之间的主要冲突已经在过去的30年甚至更久时间中主导了开发历程。我们的关注点实际上是土地所有权变化和投机交易所导致的历史性城市冲突，这块土地位于下卡姆登（lower Camden）的尤斯顿（Euston）片区，本地人一般称为托尔姆斯广场（Tolmers Square）。所建立的模型与托尔姆斯广场的物业投机买卖危机有关，这场危机在1973年到达顶峰。在1960年至1976年间发生的事件具有丰富的信息数据源，这得益于瓦茨（Wates，1976）的著作《为托尔姆斯广场而战》。该书简要地列出事件发生过程，在我们建立分析模型之前就已经对问题成因提出了解释。我们将建立四个不同版本的模型，并从土地所有权变化的角度对不同模型的预测情况进行评估。

13.1 交换过程和城市土地：均衡模型

经济交换的著名模型是基于这样的假设：个体行动者通过他们所掌握的商品，交易他们想要但却被其他行动者持有的商品，以增加自己的整体效用或满意度水平。这一理论假设存在一般性的经济均衡，其中交易或交换过程是市场结算和资源高效配置的基础。这个模型很容易被适用于土地市场，劳里（Lowry，1967）已经使用过它对几个传统城市模型进行比较。这个模型在本章中将以两种方式体现：作为正式会计关系的集合以及作为输入-输出方程的集合。

我们将先以描述方式而不是以正式的模型形式推出已经在上一章建立的模型，以便将其修改为适用于土地交换过程。任何理论，凡涉及基地、地块或建筑尺度的土地所有权和使用者变化，或隐或显都包含交换的概念。确实，土地市场是所有经济市场中定义最为明确的市场之一，因其主要的运作机制是明确到几乎直白的交换行为。也就是

说市场过程是基于买家和卖家如何被联系在一起，以及土地是如何与其他土地或通过金融市场与金钱进行交换的。在有些情况下，货物实际上是在没有货币参与的情况下与其他货物进行交换的。

同时，土地市场也是更加复杂的，这种类型的直接交易难以实现。更加常见的情况是，土地与货币进行交换，行动者可能只拥有地块的一部分而不是整个地块，而正是交换行为的过程改变和决定了土地的价值。此外，由于行动者众多，这种交换无法通过上面所描述的方式简单联系在一起，通常都有较长的买家和卖家的“链条”或“网络”，使得市场过程变得缓慢和难以看清。但我们这里将要讨论的土地交换过程，其核心特征是行动者之间的直接冲突。一些行动者拥有土地并希望保留所有权，而另一些行动者没有土地权益但非常希望获得上述土地，这种情况可能产生强烈的冲突。土地价值的大幅变化有可能比较好地化解这种局面，特别是当不掌握但希望拥有这块土地的人，比起目前拥有土地的人来说掌握了更多其他资源时（从财务或政治角度来看）。

比如，这类局面可以概况一种土地使用对另一种的入侵，特别是当更多“有利可图”的土地使用方式扩张到利润较小的使用区域时。比较常见的案例包括：在大城市中心区域的周边，办公的扩张会占据城镇中贫穷的内部地区。这是托尔姆斯广场模型试图去模拟的类型状况。另一幅比较典型的场景是这样的：一块土地上相对富有的业主和相对贫穷的租客，面对着希望拥有这些土地并拥有资源“引诱”占有者出售产权的“富裕”投机者，此外还有令人困惑的本地机构——通常是希望拥有土地进行综合开发的地方政府，在原则上它们具有这样的权力但实际操作上缺乏这样的能力。显然，这样的情形具有触发严重利益和意识形态冲突的所有条件。不过，我们的首要考虑是，这样一个交换过程的基本模型如何构建。在我们将科尔曼的理论适用于这里的问题之前，我们将阐述这个模型如何运作。

交换的本质是人们实际拥有和他们希望拥有之间的直接冲突。与科尔曼的提法一致，我们将实际占用称为“控制”，而将希望占用称为“兴趣”。我们还将假设每个行动者都有一个初始的预算——即每人在当前所控制的资源量，但会随着行动者通过交换行为使实际所有权逐步接近其希望的所有权这一过程而变化。我们将代理人或行动者j在任何地块k上控制的实际资源配置设为$\hat{C}_{kj}$，而代理人i对每个地块k的希望占有配置为$\hat{X}_{ik}$。与在第12章中一样，我们将假设有m个地块和n个行动者或代理人。如果我们知道一个行动者在所有地块的投资，也就得知了一个行动者在地块上的总投资；而如果我们知道每个地块上所有行动者的资源，就知道了每个地块上的投资。矩阵$\hat{\mathrm{C}}$和$\hat{\mathrm{X}}$本质上是流矩阵，通过行动者和他们控制和感兴趣的地块之间的货币流动来衡量。交换问题的本质是发起一个“平均化”，或是被利昂·瓦尔拉斯称作“均衡”的进程，瓦尔拉斯是经济学中经济平衡理论的创立者之一，他在150多年前就提出了上述概念（Morishima，1977）。这保证了差别$\hat{\mathrm{X}} - \hat{\mathrm{C}}^{\mathrm{T}}$在均衡态中的消失，也就是说“兴趣”与“控制”相等，或者期望控制与实际控制相等。这种对平衡有一个非常好的可视化描述方式，就是做出矩阵$\hat{\mathrm{C}}^{\mathrm{T}}$和$\hat{\mathrm{X}}$的二部图，可以直接表现出实际和期望的资源流之间的区别。注意到$\hat{\mathrm{C}}$和$\hat{\mathrm{X}}$互为转置矩阵（T），这些对行动者对地块的兴趣和控制的测度在达到平衡的过程中被结合在一起。当然，通过改变兴趣或控制或同时改变两者，这种平衡可以有不同定义方式。尽管我们在这里的阐释会假设每个行动者的资源是不变的，而地块上所配置的资源以及地块的所有权都是会改变的。经过一段长期时间后行动者的资源可能会发生改变，但在这里，行动者的这种改变会使他们失去问题中所讨论的兴趣，从而离开这个系统。

模型实际上并没有一个直到模拟最后阶段也不变的土地交换过程。模型是以如下方式运行的：由于兴趣$\hat{\mathrm{X}}$和控制$\hat{\mathrm{C}}^{\mathrm{T}}$的不匹配，我们精确计算任意一对行动者$i$和$j$之间的不匹配度，并认为有必要根据相互作用（不匹配）的强度（度）按比例进行资源（权力）的交换。本质上来说，我们会将行动者之间的相互作用作为一种沟通网络或权力结

构，以此来进行资源交换。如果这个过程持续进行，任何行动者获取的资源量将趋向于一个稳定值，从而达到均衡状态。当达到均衡态时，可以通过这些资源计算需要多少交换来满足兴趣。这非常接近交换过程，但它是不连贯的。实际上，还有很多现实的方式可以用来解释交换模型如何运行，不过为了增强现实性我们需要使用前两章稍正式的表达方式。我们强调将土地交换视为在固定的权力结构下资源交易过程的最终体现。

我们首先需要计算行动者之间由于兴趣和控制的不匹配需要进行多少相互作用。在此之前，我们必须注意到，实际投入地块的资金量与期望投入的资金量并不严格相关，因为资金量会随着资源量的改变而变化。这其中重要的内容是资金的投入模式。对于行动者来说，我们希望知道他们对每块地块的兴趣度，而对于地块来说，我们需要了解每个行动者对每个地块的控制度。让我们从每个行动者都拥有的资源的集开始，比如资金。我们可以通过表达兴趣度计算出每个行动者在地块k的投资量，每个行动者对某一地块的兴趣度是他对于每个地块的兴趣的一部分。如果我们将这个兴趣度乘以每个行动者拥有的资金量，我们就可以得到每个行动者对于某个地块愿意投资的额度。然后将所有行动者在某个地块的意愿额度相加，得到的就是某个地块期望的投资额。一般来说，这与实际投资到每个地块的资金额是不同的，因为这是由行动者对不同地块的控制度和所有权决定的。

有了这个新的地块期望投资的格局，我们可以将每个行动者在某个地块上的实际控制作为行动者对于所有场地控制的一定占比。然后，如果我们将这个控制度乘以每个地块的期望投资额，就可以得到在场地投资仅根据行动者对不同地块的兴趣来发生的情况下，行动者可能控制的第二轮资金。因此我们就获得了每个行动者对地块的新的资源配置。这一般来说会与行动者第一轮在场地投资的金额不同。这是一种新的配置方式，其基础是兴趣和控制或者说是期望和实际所有权的平均和融合，意味着一个妥协的过程。如果该过程以同样方式持续进行，资源和地块价值之间最初的差别会逐步消失，而如果每个行

动者之间都有关联（我们假设实际情况是这样），那么就会发生收敛或平衡。尽管行动者在地块投资上可获得的资源和地块价值会变化，但控制和兴趣并没有改变。最后一个阶段是控制或兴趣发生了改变，也就是改变所有权以满足地块的期望投资亦即兴趣，或是改变兴趣以符合原先的控制或所有权。我们倾向于前者因为它与用地发展相关，但是所有权和兴趣同时发生改变的中间情况也非常有可能发生。

13.2 土地发展模型概述

托尔姆斯广场模型大体上与科尔曼（1966，1972，1973，1998）的模型一致，我们在第12章中已经通过方程12.1至12.14进行了概述。不过现在我们将模型阐释为一个土地“市场”，其中以货币作为交换媒介。通过资金来对实际所有权即控制以及期望所有权即兴趣进行测度，系统中的资金总量用M来表示。我们可以将每个行动者的控制和兴趣的资源总量表示为：

$$r_j^c = \sum_k \hat{C}_{kj} \text{且} \ r_i^d = \sum_k \hat{X}_{ik}, \qquad (13.1)$$

而地块的总价值为：

$$v_j^c = \sum_j \hat{C}_{kj} \text{且} \ v_k^d = \sum_i \hat{X}_{ik}。 \qquad (13.2)$$

所有投资的资金总量通过一般守恒方程表达为：

$$\sum_j r_j^d = \sum_i r_i^d = \sum_k v_k^c = \sum_k v_k^d = \sum_k \sum_j \hat{C}_{kj} = \sum_i \sum_k \hat{X}_{ik} = M。 \qquad (13.3)$$

通过平等交换产生的均衡态根据实际和期望所有权的一致性来表示，也就是兴趣和控制，这两个流矩阵是完全相同的：

$$\hat{C}_{kj} = \hat{X}_{ik}, \; i = j, \tag{13.4}$$

其中的平等资源和价值向量可以表示为：

$$\left.\begin{aligned} r_i &= r_i^c = r_i^d \\ v_k &= v_k^c = v_k^d \end{aligned}\right\} 。\tag{13.5}$$

因此，交换只会在实际和期望资源的配置不匹配时发生。在这种情况下，$\hat{C}_{kj}$和$\hat{X}_{ik}$将调整直至满足方程13.4和13.5。这是我们在上面非正式描述的过程，可以与“均衡”过程联系起来。在本质上，我们所做的是平衡资源和价值，不断修正最初的控制和兴趣。一旦收敛发生，我们会调整控制，这表示的是符合最终地块价值和资源的地块投资新格局。我们假设兴趣不会发生改变，而是认为它是稳定的。但是在下面的模型变化中，兴趣和控制会因为代理人进入或离开系统而引起变化。

我们沿用上一章中建立的逻辑来论证这个模型，不过现在注意到我们根据我们已知的实际和期望所有权格局来定义相对控制和兴趣关系。在这里假设兴趣和控制的潜在格局是稳定的，我们将它们定义为相对形式，其中相对兴趣X_{ik}为：

$$X_{ik} = \frac{\hat{X}_{ik}}{r_i^d} = \frac{\hat{X}_{ik}}{\sum_z \hat{X}_{iz}}, \; \sum_k X_{ik} = 1, \tag{13.6}$$

而相对控制为：

$$C_{kj} = \frac{\hat{C}_{kj}}{v_k^d} = \frac{\hat{C}_{kj}}{\sum_z \hat{C}_{kz}}, \; \sum_j \hat{C}_{kj} = 1 。\tag{13.7}$$

这个模型可以通过两个阶段的过程，采用上一小节中使用的描述性方式来表达和解答。其内在逻辑与方程12.37和12.38非常接近，可以通过方程12.39和12.40所描述的行动者之间和地块之间的关系来表达。由于我们的概念在这里有所变化，我们将重复这个方程序列（这样读者就不需要再翻回第12章）。其中两个阶段迭代过程为：

$$\Delta \tilde{x}_j = \sum_i w_{ij}(x_i - x_j) \text{ 且 } \Delta \tilde{y}_j = \sum_i w_{ij}(y_i - y_j)。 \quad (2.65)$$

我们从资源r_i（t=1）开始，并根据方程13.8的序列持续进行替代计算，直至达到如下的收敛限制：

$$\left.\begin{aligned} v_k &= \sum_i r_i X_{ik} \\ r_j &= \sum_k v_k C_{kj} \end{aligned}\right\}。 \quad (13.9)$$

方程（13.9）可以同时对 v_k和 r_j求解。然而一般在这一阶段中，实际和期望控制（或兴趣）的资源配置是不相等的，也就是说 $v_k C_{kj} \neq r_i X_{ik}$，$i = j$。因此模型的下一阶段在于将 C_{kj}调整至 $\bar{C}_{kj}$，以确保 $v_k \bar{C}_{kj} = r_i X_{ik}$，$i = j$。根据这个定义我们可以得到：

$$\bar{C}_{kj} = \frac{\hat{X}_{ik}}{v_k} = \frac{r_i X_{ik}}{v_k}, \ i = j, \quad (13.10)$$

其中 $\bar{C}_{kj}$是所有权或控制的最终格局。

有几个要点需要注意。这个模型是对一个交换过程的清晰描绘，尽管它的均衡态形式看起来包括了多个这样的过程（Coleman，1977）。这种形式与最早由瓦尔拉斯提出的“均衡”很接近，在他描述的虚拟过程中，在需求和供给的价格迭代过程完成之后，商品所有权会发生变化。价值和资源以及它们的布局是通过$\hat{C}$和$\hat{X}$来测度的，这是由方程13.3中的总投资额M随意确定的。模型所预测的价值和资源分布与应用相关，正因为如此，它们在这里与土地价值或实际资源收入水平并不非常一致，因为这些是由许多其他要素决定的，并没有包括在这个模型中。

13.3 结构性聚集和模型动态

在第12章中，我们用不同的方式整合了科尔曼的模型，通过行动者对事件或地块的兴趣和控制建立了行动者之间的网络，以及通过地块上行动者的控制和兴趣建立地块之间的网络。总之，我们以相反或对偶的方式链接兴趣和控制这两个二部关系集，从而生成网络。之前在第6章中我们采用了一种网络分析技术，广泛研究了道路段通过交叉点进行的链接，并反过来用于对城市中的街道网络进行检验。我们将在这里再次描述这些关系，基于资源与价值的相关以及反之亦然，方程13.9中的两个稳态的方程在本质上相互连接。资源可以表达为：

$$r_j = \sum_k v_k C_{kj} = \sum_i r_i \sum_k X_{ik} C_{kj}, \tag{13.11}$$

其中：

$$P_{ij} = \sum_k X_{ik} C_{kj}, \quad \sum_j P_{ij} = 1。 \tag{13.12}$$

其稳态关系可以表示为：

$$r_j = \sum_i r_i P_{ij}。 \tag{13.13}$$

方程13.13与离散时间、离散状态的马尔科夫过程的稳态方程是一致的。这实际上是哈拉里（1959）所阐述的弗兰奇（1956）模型，我们在第10章中用其进行序时平均，第一次以平均形式出现在方程10.40中。当然，所有与这个早期模型相关的其他结果也都适用，我们曾多次论证了这种稳态可以被直接计算，或如方程11.25那样通过求解相关的线形联立方程组来计算。

方程13.13是13.9中第一个方程的简化形式，它还可以解释为一个平均过程的结果。假设行动者初始被赋予的资源配置为r_i（t=1）。根据方程13.13，行动者将根据$\{P_{ij}\}$中潜在的加权相互作用网络进行资源交换。在下一次t+1时，新的资源配置r_j（t+1）可以这样计算：

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t)\, p_{ij}。 \tag{3.19}$$

而通过对$\{P_{ij}\}$进行合适的限制，当$t\to\infty$时方程13.14向方程13.13收敛。$\{P_{ij}\}$可以被认为是一种社会权力结构或网络（Taylor and

Coleman，1979），尽管实际上将其解释为技术系数或一个封闭输入输出模型的流矩阵非常有用（Gale，1960）。在均衡态中，从行动者i到j的资源流被表示为$T_{ij}=r_i P_{ij}$，而$T_{ij}-T_{ji}$的差值测度了行动者在任意双边交易中的主导程度。

我们将这种超越地块生成的行动者相互作用类型作为交换的原始过程，其对偶过程也是存在的。替换方程13.13中的第一个方程中的r_i可以得到如下的简化形式：

$$v_\ell = \sum_j r_j X_{j\ell} = \sum_k v_k \sum_j C_{kj} X_{j\ell}, \tag{13.15}$$

其中：

$$Q_{k\ell} = \sum_j C_{kj} X_{jk}, \ \sum_\ell Q_{k\ell} = 1。\tag{13.16}$$

其稳态关系可以表示为：

$$v_\ell = \sum_k v_k Q_{k\ell}。\tag{13.17}$$

表示地块间的投资或加之跃迁的相关流网络$S_{k\ell}$被定义为$S_{k\ell}=v_k Q_{k\ell}$，而$Q_{k\ell}-Q_{\ell k}$的差值测度了初始地块投资对最终投资的主导程度。

某种意义上来说，原始对偶的解释是这个模型最有吸引力的部分。例如，可以将代理人定义为行动，而事件定义为地块或区域，原始过程可以被认为类似于输入输出分析，而对偶类似于空间相互作用的建模。此外，正如我们在第一篇第3章中指出的，在此类模型有很大可能采用阿特金（1981）“Q分析法”来建立对结构的分析，这种分析方法针对的是集合之间的关系，正如这里所涉及的那些。聚合流矩阵$[T_{ij}]$和$[S_{k\ell}]$仅涉及了均衡态模型的第一阶段，其中兴趣是确定的而控制具有初始值。通过最终的控制$\bar{C}_{kj}$，可以预测最终流矩阵$[\bar{T}_{ij}]$和$[\bar{S}_{k\ell}]$。可以很容易看出这些流矩阵是对角线对称的，显示出贝尔赫和斯内尔（Berger and Snell，1957）提出的平等交换。因此在均衡态中，这

种平等交换意味着相关马尔科夫过程的可逆性（Kelly，1979）。我们将在下一章中继续探索上述问题中的一些，不过由于我们已经完整提出了模型，接下来将介绍其应用。

13.4 为托尔姆斯广场而战

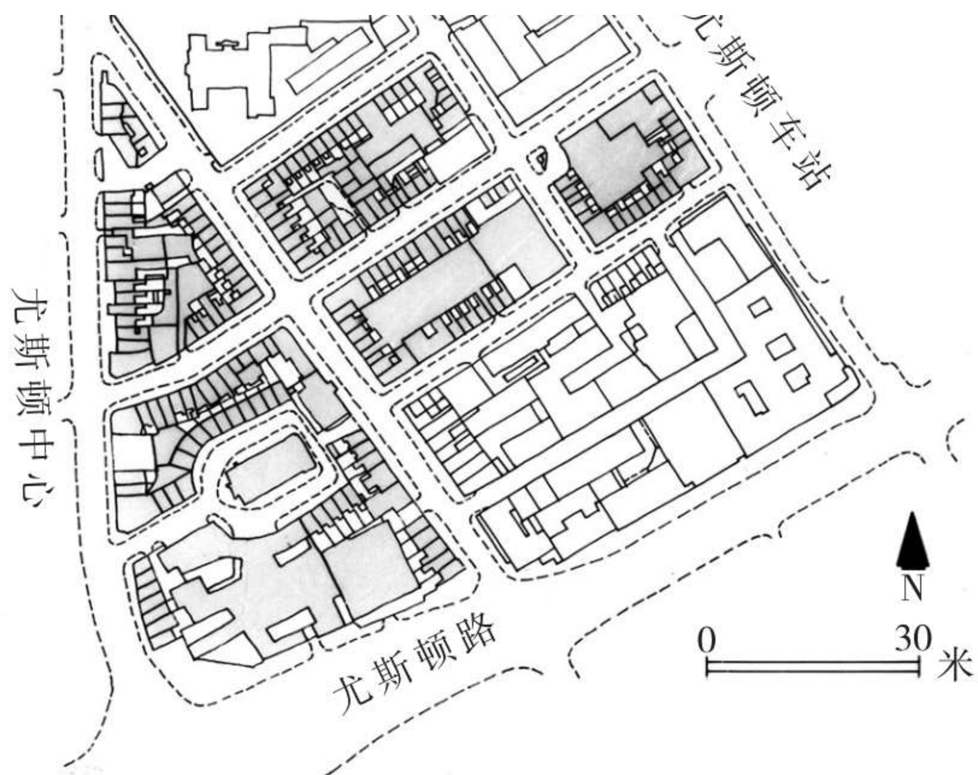
托尔姆斯广场是位于伦敦中心区北部的一片区域，四周的界线为西抵尤斯顿中心，东至尤斯顿车站，南临伦敦大学学院。在北面这片区域与一片混合区相连，包括城市衰败地段和绅士化的住区，这是英国内城区的部分区域的典型特性，在伦敦卡姆登自治市有很多这样的地段，而托尔姆斯广场就属于这个自治市。然而，这边区域的很多建筑具有特定的历史风格，其中最好的19世纪初期的住宅已经被列为历史遗产。20世纪70年代时，这个模型所关注的争议问题还在进行中，这片区域非常破败，是一片自有住宅、出租住房、商店、小型工业场所和管理用房的混合区。在某种意义上来说，那时候的这片区域是不合潮流的，即使这片区域距离伦敦中心区的商业核心非常近，而且在多年以前就被认为可能会重新发展起来和更加商业化。实际上这提出了问题所在。产权开发者并不是看不到这片区域的发展潜力，到1974年时，这里的土地价值上涨到每英亩[注]60万英镑以上。此外，从20世纪50年代开始，地方当局的介入引起了市场犹豫不决和机会的丧失，从而造成了城市的急剧衰败，并带来地方社区的碎片化和愈加严重的房产遗弃。

故事因为一家名为股份转换（Stock Conversion）的地产公司的加入变得更加复杂。这家公司有一个“精明”的主管——乔·利维，像20世纪60年代很多其他这类公司一样，根据对地产业的利润发展预测建造了大量房产（CIS，1973）。股份转换公司当时已经在托尔姆斯广场以西开发了一块类似的区域，也就是尤斯顿中心，这给他们带来了丰厚的利润。实际上，早在1962年时，股份转换公司就开始在托尔姆斯广

场地区购买物业，到1974年已经拥有地区中超过一半的物业（Wates，1973）。图13.1是这片区域的地图以及在1974年时的土地所有权格局。伦敦卡姆登自治市和这之前的地方当局圣潘克拉斯自治市议会所推行的一系列规划议题都没有发挥作用，主要是因为土地征收的支出超额。到1972年，卡姆登当局已经认定其推行的规划方案无法实现，因此他们与股份转换公司谈判达成一个联合开发计划，其中包括了远超如今想象的大比例的办公楼。到那时之前，卡姆登的规划方案从没有碰到过什么反对意见。大部分居民认为地方当局对于地区发展的任何方案都不会有什么兴趣，总体的一般看法是认为“什么都不会真正发生”。然而，当卡姆登当局和股份转换公司的合作意向和内容传出时，反对被迅速激起，而且反对声主要来自地区外部。反对者提出了一个新的提案，要求一家新的名为克劳迪亚斯的公司来开发这片区域，并将所有的开发利润“返还”给地方当局。这个提案获得了完美的支持并迅速说服地方当局抛弃了前面的“利维合作方案”。

事件继续发展得很快。一个地方政治施压团体——托尔姆斯村庄联合会或简称为TVA（Wates，1975）成立了，非法占有者搬进了地区内很多遗弃的空置房产。但是更重要的是，一个有影响力的新的行动者群体加入了进来，在1973年之前他们中还没有一个人是这其中的行动者，他们中的很多甚至在那之前从未听说过托尔姆斯广场。这个施压团体的最终成果是在1975年卡姆登当局最终决定买下股份转换公司的全部产权，并在这个地区进行更加平等和社会性相关的发展计划（Hall，1975）。其他内容例如更加国际化的输入也可以视为对最终结果产生了影响。尤其是左翼工党政府在1974年的当选，通过社区土地法案对土地交易获利进行征税的前景看好，使地产投机吸引力下降，这可能也迫使股份转让公司勉强同意卡姆登当局提出的方案。然而根据瓦茨（1976）的统计，1973年之后新加入的行动者对结果有重要的影响，并很可能逆转了之前看起来无法避免的转换为商业用地的再开发计划。




尤斯顿车站
尤斯顿中心
尤斯顿路
N
0
30
米

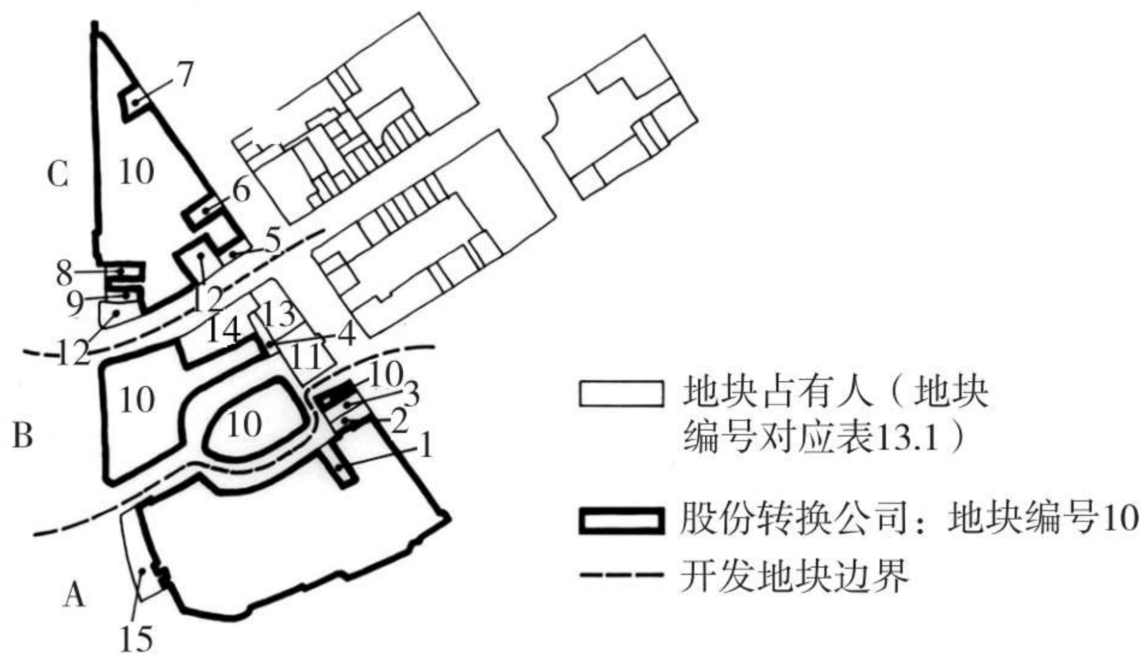

C
B
A
10
10
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
12
13
14
15
地块占有人（地块编号对应表13.1）
股份转换公司：地块编号10
开发地块边界

图13.1 托尔姆斯广场的建设形态和土地所有权

回到我们原先的主题，预期目标是在卡姆登的政策背景下模拟土地所有权的变化，作为交换模型中控制的转移。然而，这个模型将仅粗略描绘这些事件。瓦茨（1976）在他的统计中确定了至少132个行动者和62个地块，而试图在这个细节尺度上建立模型会过于宽泛。我们可以采用更小的简化的冲突表达方式来描述这种方法的逻辑。因此，我们试图从易于管理和阐释的角度建立冲突及其解决的方法模型，范围限制在地块西侧被本地人称为“利维三角”的区域。图13.1描绘了具体情况，其中拥有地块的行动者以数字编号被列在下面的表13.1中。

表13.1 行动者和事件

代理人/行动者		事件/地点		
		1	A	托尔姆斯广场南区
		2	B	托尔姆斯广场北区
		3	C	岛区
业主/居住地块占有人		业主/居住地块占有人		
1	托尔姆斯广场南区	4		
2	北高尔街	5		
3	北高尔街	6		
4	托尔姆斯广场北区	7		
5	北高尔街	8		
6	北高尔街	9		
7	北高尔街	10		
8	汉普斯特德路	11		
9	汉普斯特德路	12		
业主/商业地块占有人		业主/商业地块占有人		
10	股份转换公司（开发商）	13		
11	塞西尔之家（俱乐部）	14		
12	维克托劳伦斯（商店）	15		
13	TGWU（贸易联合会办公室）	16		
14	伦敦 CHA（俱乐部-办公室）	17		
地方政府				
15	大伦敦委员会			
16	卡姆登自治市			
压力团体				
17	住房补贴			
18	租金控制			
19	特殊教育			

13.5 构建问题

对土地交换过程最显而易见的建模方式是识别整个时间段中的所有行动者，无论这些行动者在不同时间点上是消极的或是主动的。最终的控制可以根据固定兴趣被预测，或者如果兴趣有周期性的变化，那么可以将平衡模型与一个递归时间结构相结合进行预测。因此首先就将行动者划分为两种类型：一是那些在1973年之前就在土地交易中存在的，另一类则是那些在1973年的事件中加入进来的行动者。这个模型将以这样的方式运行：通过1973年之前行动者的子集，预测最终控制的格局和相关交换网络，这将展现没有1973年那次危机影响的情况下可能产生的结果。接下来，模型将包括1973年之后的所有行动者的条件下再次运行，进行包括1973年危机事件的预测。

在1973年有15个拥有或占有土地的行动者，以及4个额外的行动者——卡姆登当局、TVA组织、克劳迪乌斯公司和卡姆登工党，后者的“兴趣”在1973年的危机中被唤起。模型中的事件本质上涉及图13.1中的三个地块。利维三角区被划分为托尔姆斯广场南区（A）、托尔姆斯广场北区（B）以及岛区（C），这15个行动者在1973年之前对于这三个地块都有着相同的控制，如表13.1所示。然而，事件集合的最重要特性是一个很大的“世界其他地区”部分的必要性。在像这样的模型中，试图模拟开发商向长期拥有者施加的出售他们土地的压力，而政府和其他团体向开发商施加全部卖出的压力，就有必要纳入一个其他区位的集合，或称为“伪区位”。这样的设置使行动者得以流动，进入或离开系统。因此，对于最初的14个行动者，就有14个在世界其他地区中的伪区位，这些行动者如果放弃他们在托尔姆斯广场地区的土地，他们可以控制这些伪区位。这些伪区位也在表13.1中与对应的行动者一起被列出。而第15个行动者大伦敦议会是不存在伪区位的，因为大伦敦议会需要对这个区域负责，这个组织被认为永远不会放弃他在这个地区的兴趣或控制。这一点对于上述的4个额外行动者也是如此。现在可以明确接下来要进行建模的问题。一个是1973年前模型，

基于15个行动者和所有事件，另一个是1973年后模型，包括所有行动者和所有事件。不过，由于世界其他地区的因素在模型中的影响是未知的，我们决定对两个模型都各给出两个版本，分别是包括和不包括这个因素的，因此总共就有四个版本模型。如下的这些模型在实证分析中被编号为1至4:

•1973年前（考虑世界其他地区）：行动者i=1，2，…，15；事件（地块）k=1，2，…，17

•1973年后（考虑世界其他地区）：行动者i=1，2，…，19；事件（地块）k=1，2，…，17

•1973年前（不考虑世界其他地区）：行动者i=1，2，…，15；事件（地块）k=1，2，3

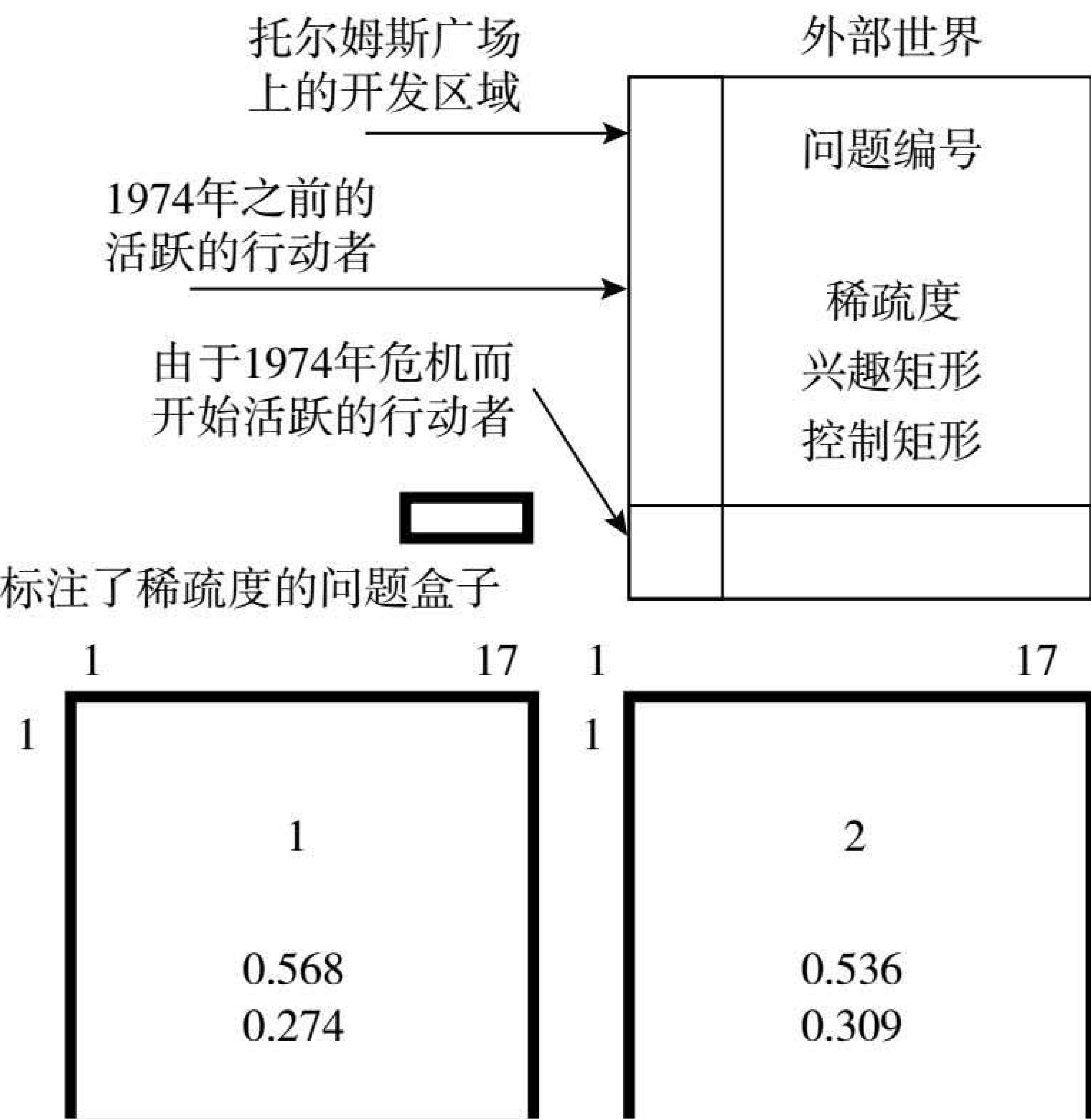
•1973年后（不考虑世界其他地区）：行动者i=1，2，…，19；事件（地块）k=1，2，3

这四个问题都显示在图13.2中，可以看出它们的兴趣和控制矩阵$\hat{X}$和$\hat{C}$的稀疏性。这些稀疏性指标是积极的行为除以（积极）行为的潜在总数直接计算得出的，这代表了对结构而不是密度的测度。正如预期的那样，控制矩阵比兴趣矩阵更加稀疏，这可能是这类问题的一个典型特征。

13.6 应用和预测

对兴趣和控制的测度不可避免会产生问题。最简单的是控制矩阵左下角的15x3的子矩阵，实际反映的是利维三角区的土地所有权。没有比定量形式更能获得数据，对控制矩阵的其他部分和兴趣的整体布局进行详细描述。因此，一个专家小组被引入以试图抽出这些关系的力量，采用的是我们在第10章中简要描述过的萨提（1980）的态度成对缩放技术。首先对这个小组简要介绍了托尔姆斯广场的研究案例，

然后放映了一段关于这些事件的影片。他们随后会被要求进行大量的成对比较，包括对控制和对兴趣的比较，从而可以计算出任何行动者对于事件的兴趣，以及任何在事件中的行动者的控制。实际上，尽管这个小组的工作是有益的，但还是由于专家小组对问题的忽视而夭折。而获取的数据仅仅是说明作者使用了这种研究方法。得出的控制格局明显反映出在某些情况下控制的缺乏，而根据土地价值结果矩阵转变成了$\hat{C}$。兴趣矩阵$\hat{X}$更加统一，因此被用来反映兴趣的更大差异。最后，采用瓦茨（1976）提出的定量讨论法对结果格局进行检查。



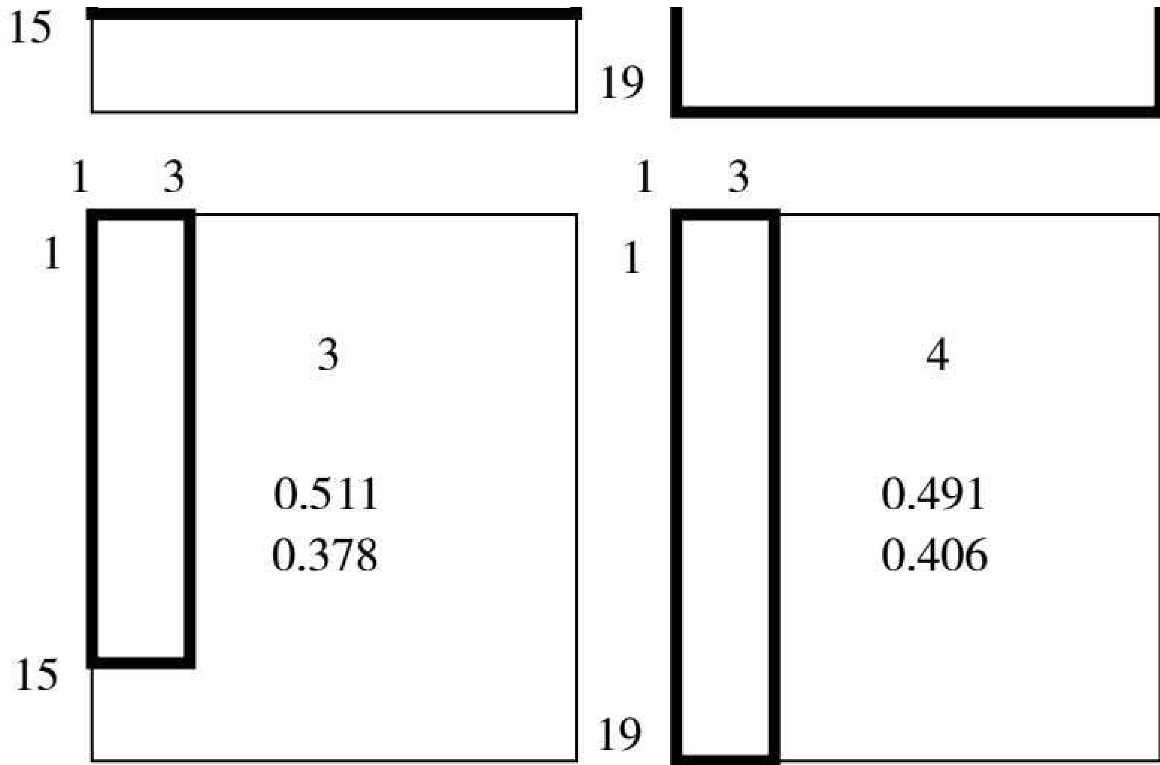


图13.2 四个模型的维度和稀疏性

对于四个版本模型来说，如果假设系统已经处于均衡态，那么可以建立四个基准模型。当系统处于平衡时满足方程13.4，如果假设初始的控制分布在价值上来看$\hat{C}$是处于均衡态的，那么$\hat{C}^{T}=\hat{X}$。这等同于$v_k\bar{C}_{kj}=r_iX_{ik}$，$i=j$。资源和价值随即可以从已知的流矩阵$\hat{C}$中获得。那么有：

$$s_i=\sum_j F_{ij} \text{ 和 } s_j=\sum_i F_{ij}。 \quad (3.26)$$

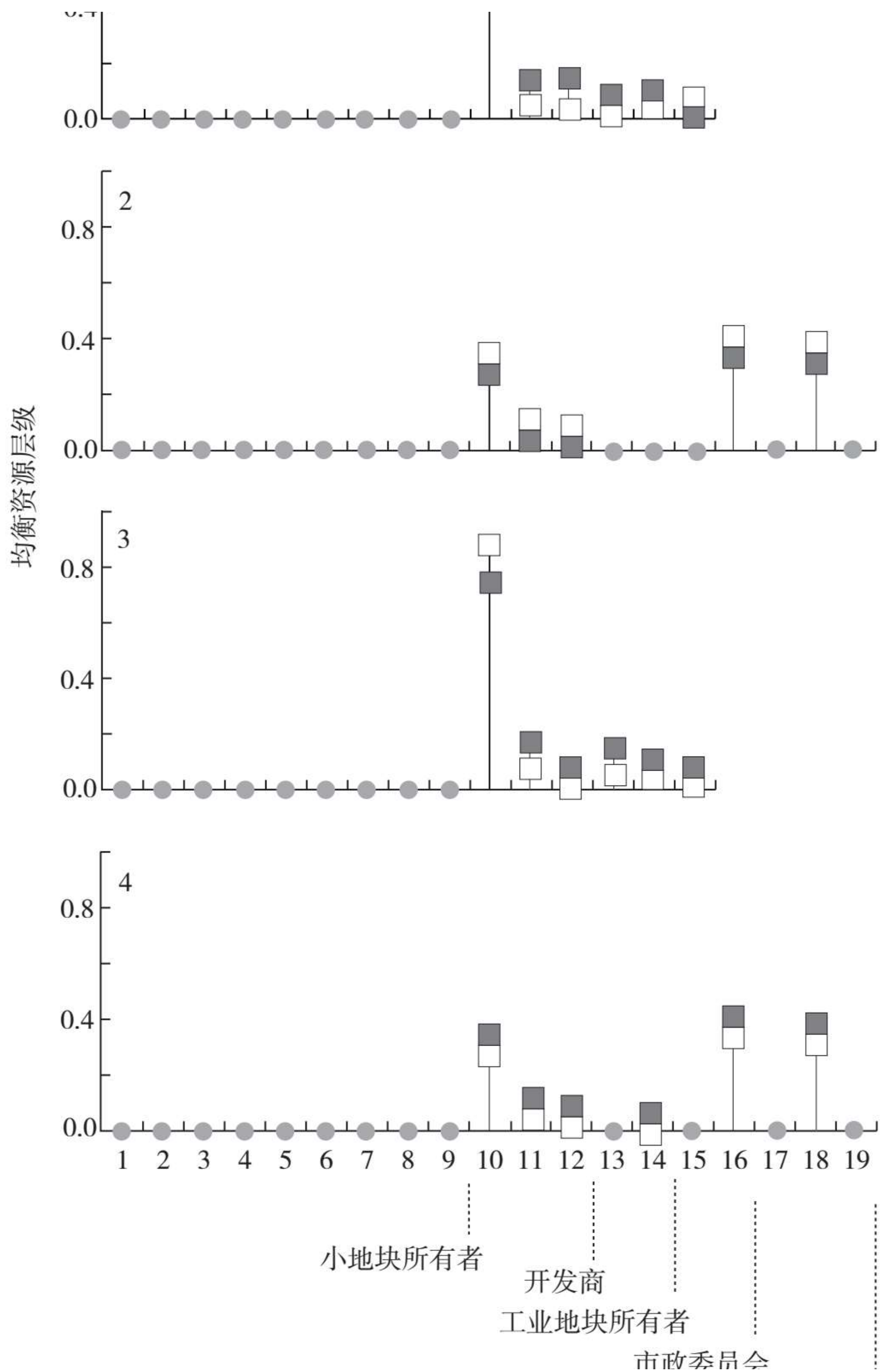
这个模型是平等交换，其流矩阵$[T_{ij}]$和$[S_{k\ell}]$是对称的。这种类型的模型实际上将在后面被作为对称性的代表。使用方程13.18预测的四个模型资源和价值分布将在下面分别绘制出来，并与方程13.9的实际预测进行比较，以评估这些预测与观察到的现存所有权分布的接近程度。

对这四个模型的预测将分别进行检查，首先通过资源和价值，接着通过$T_{ij}=r_iP_{ij}$所测度的行动者之间的交换，最后从土地所有权分布角

度，这个分布可以从最终控制预测得到。图13.3绘制了对称情况和实际情况下的资源水平。事实上，如其他对这类模型的研究所示（Batty，1981;Michener、Cohen and Sorensen，1977），对称情况与实际情况的价值很接近，并表现出资源水平的良好初步近似。在不考虑世界其他地方这个影响因素的情况下，会增强“大行动者”的支配地位，如股份转换公司、卡姆登当局和克劳迪乌斯公司。很有趣的一点是，卡姆登和克劳迪乌斯公司在1973年后模型中有非常显著的权力，比股份转换公司都要显著。这似乎是对实际状况的准确写照。在图13.4中，描绘的是均衡价值的分布。对于模型1和2来说，新行动者的加入降低了三块场地的价值，而提升了将股份转换公司踢出局的重要性。可以认为，新加入的行动者正是以此为目标被调动起来的。这就是真实的“为托尔姆斯广场而战”的本质。在模型1的情况中，在股份转换公司从岛区出局的过程中，对称性具有很大的权重，而在模型2中，对称结果与实际情况很接近。对不考虑世界其他地区影响的模型3和4中，所有的价值集中在三个地块，而岛区是其中最重要的。

同样值得关注的还有，在通过马尔科夫平均机达到均衡态的过程中，行动者之间的交换。图13.5展示了各个模型的$\{T_{ij}+T_{ji}\}$，其中设定M=100单位。这些网络中可以看到参与交换的资源比例，并以此来确定这一过程中的关键行动者。在模型1中，很清楚是股份转换公司起到了支配作用，在行动者之间的交换非常少：48%的交换发生在股份转换公司的内部。模型2中布局模式的变化非常快。三个行动者——股份转换公司、卡姆登当局和克劳迪乌斯公司参与了大约70% 的交换，当然这是概念上的交换，或许比其实际交换来说更有影响力。当去除世界其他部分的因素后，模式马上有所变化。在1973年后模型中（模型3），63%的交易发生在股份转换公司内部。




均衡资源层级
2
3
4
0.0
0.4
0.8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
小地块所有者
开发商
工业地块所有者

政治施压团体

□对称结果 ■ 实际结果 ●两种类型结果都过小

图13.3 资源的均衡分布

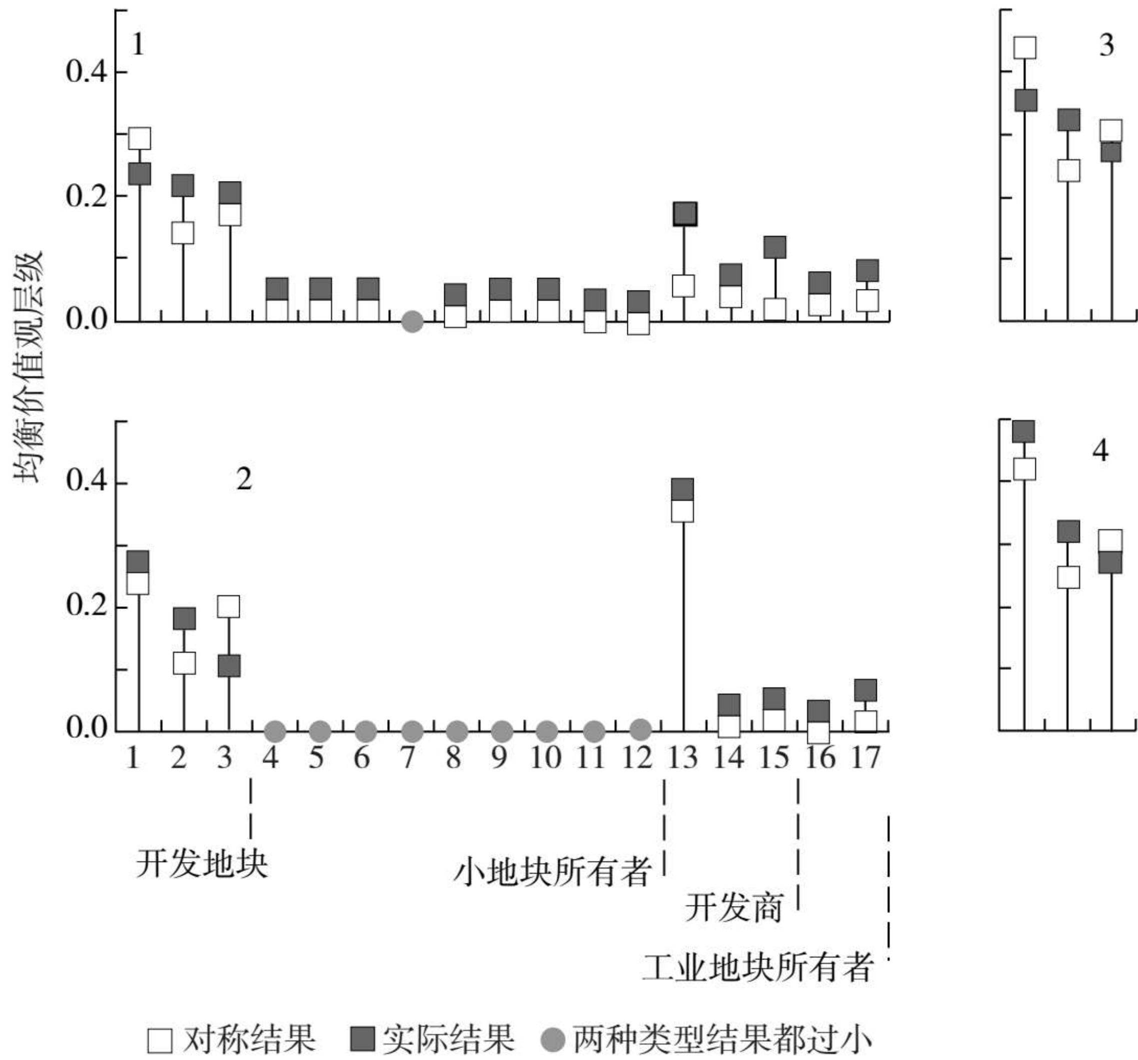


图13.4 投资价值的平衡分布

模型2中占据了70%交换份额的三个关键行动者在模型4中涉及了多达86%的交换。这些影响力的布局的确与瓦茨的描述相一致，并为此提供了进一步的支持。

最后，图13.6显示了土地所有权的四种预测格局，以及1973年时的初始土地持有状况。在这些图中，描绘土4地所有权时采用了一般性经验法则，与现有所有权地块最为接近的独立地块区域在所有权扩张过程中会被收购，而临近地块会在所有权衰落事件中失去所有权。从现存而不是假设的所有权格局角度来看，预测1973年前情况的模型是最可以接受的，其结果不包括1973年危机。在模型1中，所有者和占有者因地产开发商而消失，而在没有世界其他地区因素的模型3中，初始控制格局没有什么变化，这说明了世界其他地区因素的重要性。在模型2和4中的预测比较模糊。模型2中主要是克劳迪乌斯公司失去了其对岛区的控制，而增强了托尔姆斯广场南区的土地持有量。在模型4中，由于排除了世界其他地区因素，导致初始控制格局的只有较少的变化，所有者和占有者继续存在，而作为开发者的卡姆登当局和克劳迪乌斯公司与模型2中的预测行为较为类似。

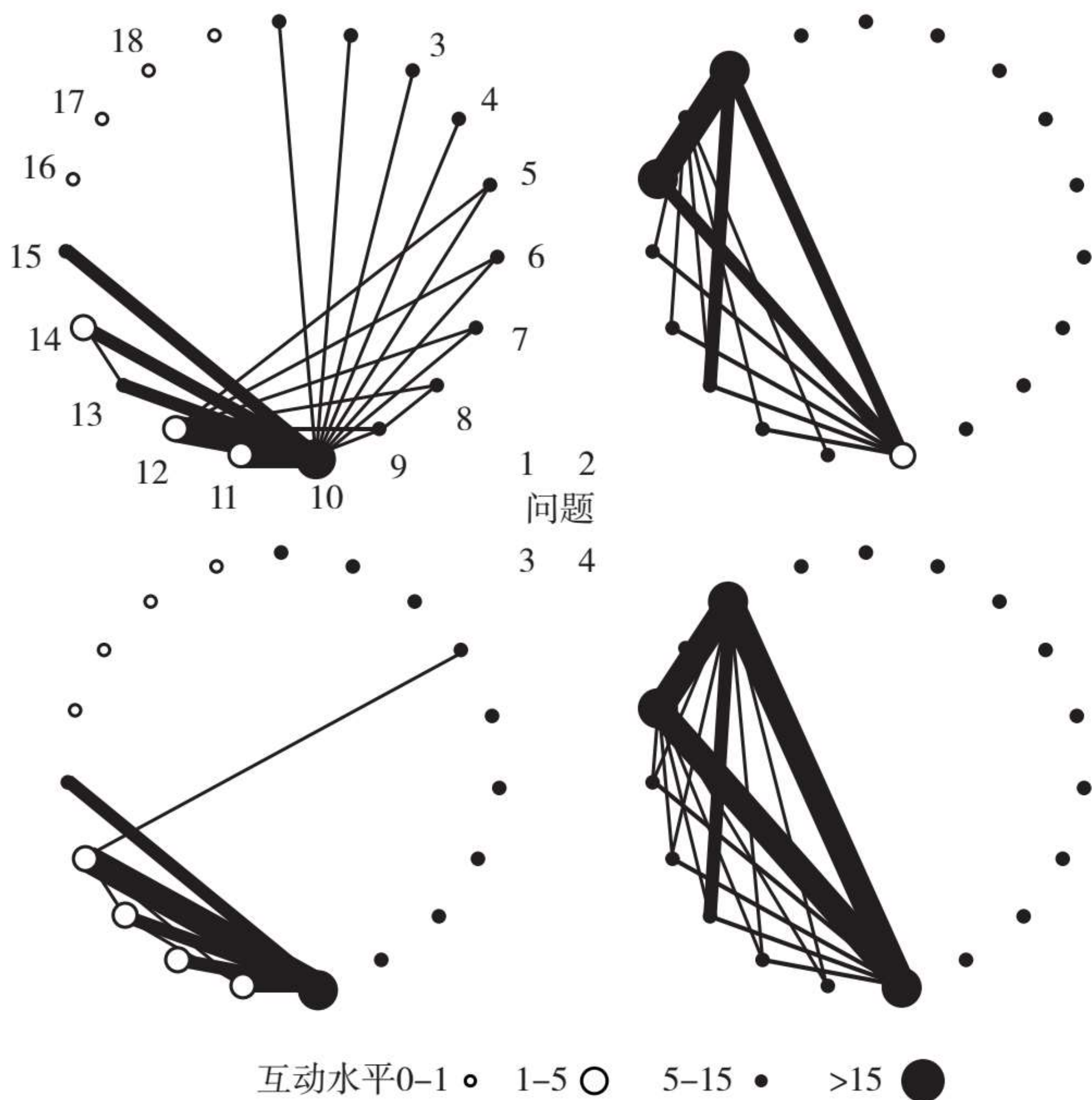


图13.5 行动者之间的平衡交换

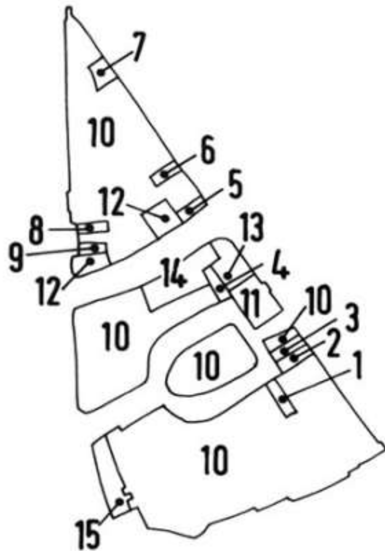
这些模型的预测至少表现出与托尔姆斯广场事件的实际记录相一致。然而评估初始模型结构和数据规格在多大程度上让这些预测重复，依然是一个长期存在的问题。为了进一步探讨这些问题，“对称”基准均衡态模型的概念似乎很有用武之地。同时，非常有必要对模型的数据获取进程进行彻底完善，并检验模型中世界其他地区因素的结构。此外，为了掌握动态并对兴趣和控制的变化展开探索，持续改进模型的数学结构非常重要。另外还有两点值得思考。第一，由于需

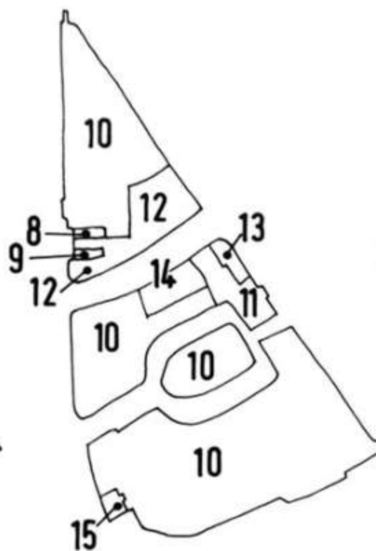
要探索模型中行动者和事件的维度结构，有可能可以将那些空间事件分解到建成形态的布局和几何层面，从而将模型扩展到可以相当自发地被用于建成形态的设计中。第二，像这样的模型必须是持续演化的，应该紧跟当前的计算技术前沿，正如我们在第9章中所言，模型需要交互式的发展。在这些方面有很多努力正在尝试之中，我们有更多的可能参与到更广泛的模型用户和研究者群体互动中。

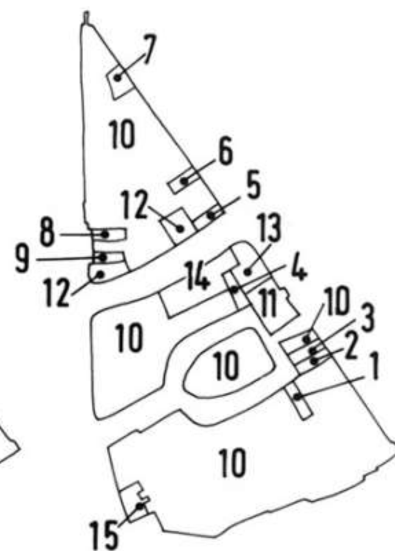
初始控制
问题1 & 3

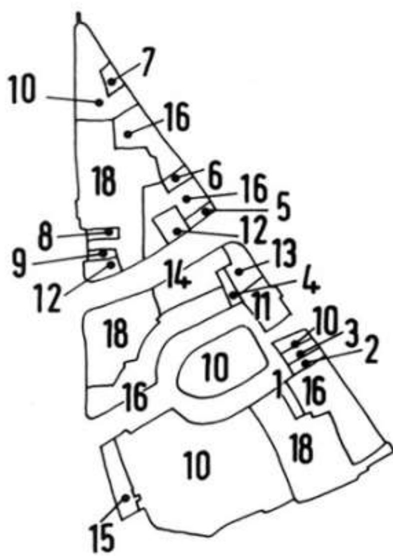
最终控制
问题 1

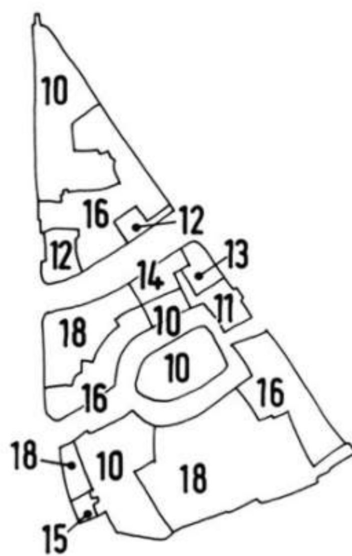
最终控制
问题 3













初始控制
问题2 & 4

最终控制
问题 2

最终控制
问题 4

图13.6 土地所有权格局的均衡态预测

13.7 预测网络

虽然通过二部图来表达两个不同对象集之间的关系是一件很容易的事情，例如在这个案例中的与土地相关的行动者和他们所控制或感兴趣的地块，但是这种表现方式的真正核心是让我们得以预测图形形态、相互作用网络或是可以从这些结构中提取的格局。迄今为止，大部分社会分析仍聚集于观察网络而非预测它们的形态，但是对二部图结构的不断使用为我们生成和预测相互作用格局提供了重要帮助。在第6章和第7章中，我们首先描绘了网络中几乎不很重要的网络——街道网络的这些联系，其中我们将街段作为第一个对象集，而将街道相交的交点或位置作为第二个对象集。由于所涉及的只是对共有属性进行计数，我们能够推导出街道和其他街道、交点和其他交点间的网络。通过本章和前一章，我们在本书的最后部分介绍了能够帮助我们预测网络的更实质属性的模型。在整个第三篇，我们展现了如何预测行动者之间的交流格局，这可以在纯粹的解决冲突案例中使用的序时平均法看到。然而，对现实中实际观察这类网络可能发现，由于平均过程发生在一个嘈杂和不稳定的环境中，这个过程远达不到纯粹。

本章中，我们离我们可能实际观察到的网络更近了一步。很明显的一点是，资本流可能潜在于通信网络中，而通信网络通常存在于交换中。以概率形式存在的网络$[P_{ij}]$和$[Q_{k\ell}]$或是流$[T_{ij}]$和$[S_{k\ell}]$也很可能在实际交易中观察到。利用这些数据，我们能够更好地调试模型。总之，如果我们认为模型可以用来预测这些相互作用，那么我们也可以改变模型以反映冲突解决和交换等更加现实的过程。我们在第12章中寻求将方法进行扩展，以处理行动者、问题和政策等相互作用网络之间的联系。这里我们又重新回到对土地和区位的关注上，认为这是解决冲突的关键点之一。从这个意义来看，这类模型非常符合本书的精神，即将区位作为相互作用的结果。区位作为相关分析的自然结果必

然会出现，本书虽然涉及预测和操纵区位，但显然这并非我们所关注的内容。在下一章中我们将提供另一个不同视角。

---

1. 1英亩约合0.40公顷。——译者注

第14章

通过委员会决策进行方案设计

> 团体、集体等都可以而且也应该被作为相互作用的系统来研究，系统理论概念看起来无疑可以在社会科学中有丰富的应用。系统理论只是很浅薄地位于社会科学的词汇中…
>
> ——安东尼·吉登斯（Anthony Giddens）
> 《社会科学的新法则：对解释社会学的积极性批判》（1976，第121页）

吉登斯对于用系统理论表达和理解群组互动模式以及相应的网络的观察与我们此处的理念相一致，其中一个非常清晰的理由是，这类模式趋向于更加明确的定义。原则上来说，遍及网络的交通、迁移、交易甚至信息流可以被精确地衡量。网络作为实体或无线传播而存在，至少关于物质材料、人口以及电子信息的移动，这些在给出合适的方法时是完全可以检测的。许多社会网络很难观察，因为它们可能只存在社会互动之中，但系统的概念划分为子系统层级结构，而且它们的实体仍然为思考人类主体在目标明确的情况下的互相影响，提供了一个有用的模拟。这一范例在第二篇中阐明的科学中争议相对较小，第二篇中我们的关注点在于从更加被动的角度来讨论城市，但在本书的这一部分中，这一范例仍然很有用。这里人口之间的相互作用和流，就其按照行动者和代理人的描述方法而言，处于我们提出的不同方法的核心，而这些在熟悉我们解决城市问题、设计城市平面以及创造空间政策的方法的过程中很有用。

在这真正的最后一章中，我们把本书这个部分的主题放在一起。重新从基于要素之间冲突解决的设计这一理念开始，然后快速转到另一个概念：影响一个设计问题的关键要素，需要被解释为与关键行动者相关的子解决方案的理念。这类问题的解决方案以确定一系列权重为依据，而确定权重的方法包括，通过生成权重来检验要素（或行动者）之间关系的结构，而生成的权重取决于这些关系的强度和类型。这导致了最优解决方案会基于共识的观点，而定义于这些网络的过程按照序时平均的方法构建。在第11章和第12章中，我们深入地探讨了这个问题，并展示了任意行动者对其他行动者可能如何拥有可变的利益或控制。

实体规划设计的典型问题包含了做选择，在这样一个规划需要满足的目标前提下，选择可以减少或解决这些目标之间冲突的土地使用空间布局。在实践中，规划的选择依据是一个技术过程，在这个过程中，规划者选择并衡量合适的目标，决定它们的重要度，并通过目标之间的互相评估达成某些折中。这个过程在可以达成什么或无法达成什么的问题上，受到特定的基础限制的约束，而且它往往被置于一个更广泛的政治背景下，直接影响目标的选择以及重要程度的赋予。我们在这里还没深入探索过这类理性的规划过程，很大程度是因为理性规划很大程度上被喻指为如何在完全技术的背景下进行规划，而50年来的实践让我们认为，规划实在太过复杂，这样基于技术的过程对行动只能起到参考作用。然而，作为这种方法常有的一个特性，“优化”仍然为我们提供了一个起点，帮助正式组织化的各类机构共同制订规划。

这种规划的空间重点需要以土地使用活动的数量和位置来作为依据，而目标常常基于成本效益测算。已经有很多更为正式的构建这一过程的尝试。已经有优化模型被提出，如那些基于线性规划的（Schlager，1965;Anderssen and Ive，1982），但我们在第10章中指出过这种方法没有定性考虑，我们继续讨论了让设计者对过程有更多控制的定性设计方法。比如，第10章中介绍了简单的叠图法或更复杂的

加权模拟，因此提出了一个基本理念，即规划解决方案是一些相关要素集的加权平均，在这个方案中规划问题的不同部分之间的冲突需要被解决（Steinitz、Parker and Jordan，1976）。实际上，地理设计的基本逻辑取决于这些理念（Steinitz，2012）。然而，还有两个问题仍然是这些技术的特点。第一个问题是，如霍普金斯（Hopkins，1977）提到的，假设所有目标可以收缩为一个线性目标函数，假定这些目标互相独立。第二个问题是关于把这些目标组合为一个复合对象过程中的权重选择。尽管设计方法的理论家（Alexander and Manheim，1962a;Alexander，1964）通过提出目标组合的方法决定了它们的权重的观点，尝试绕过这个问题，大多数加权方式的确定在问题的范畴之外，往往是武断的，而且常常遭受争议。实际上在第10章中，我们提出这些权重应该是内生的，即它们应该从我们对问题的理解和操作中自然地出现。

这些方法都是从单独的设计师或决策者——在这个案例中是规划师——的观点出发来构建的，而且只考虑广义上的政治社会环境，即规划存在于规划师采用规划方案中一个“代表性”的目标集。实际上普遍被接受的是，规划体现了群体和公众决策，或至少一旦规划在政治过程中被考虑，那么规划会被修改调和。其实，可以把规划设计看作一个群体决策的结构性过程，在这个过程中规划委员会和小组正式参与规划的成果和选择。这意味着正式的规划设计方法应该包含群体或委员会决策，建立在我们在前两章中介绍的理念之上。但现有的拓宽优化模式的方法还没有扩展到这个程度（Voogd，1983）。本章的目的是，开始初步探索在正式过程中构建这种决策模型所必须的某些正式概念，这些过程可能在小型群组决策的背景下运作。我们在最后两章中非正式地介绍了这些概念，但这里我们将直接连接，将一个正式的模型与前面详细介绍过的集体行动理论进行比较。

14.1 决策过程建模

个人和集体决策以及设计方法的明显区别是更深入的方法论区别，包括实证和规范性理论的问题。从单一设计师的观点来看，规划作为设计主要是以规范性的事务来构想的，而它的方法论受到解决问题和优化的技术方法的极大影响。实际上，这一哲学最清晰、最有说服力的陈述来自哈里斯（Harris，1978），他强烈主张规划应该被视为实证理论中的规范性活动来定义和研究（Harris，1983）。确实，我们在第9章中间接提到的规划支持系统的发展，建立在规范性规划理论的这些概念之上，规划支持系统最早由哈里斯（1989）以及哈里斯和巴蒂（Harris and Batty，1993）明确提出。相反的，把规划作为一个社会现象以及一个政治活动的研究，则很大程度上是从实证的角度来构想的，正如对于习惯性的决策以及不那么正式的决策的研究（Forester，1989;Healey，2007）一样，甚至尽管在这里，规划的规范性方法都能找到一些支持（Goldstein，1984）。

对于规划过程来说这两种广泛的方法并不是一定互相冲突的。洛斯（Los，1981）认为，规划作为设计可以被看作与规划作为社会变化互补，而且事实上设计理论存在于规划理论的范畴之内，这样可以调和个人和集体行为，以及实证理论和规范性理论。这里介绍的方法与洛斯描述的一致，在这种方法中，提出的模型包含与设计和规划同时相关的元素，而且同时表明基于个人及规范性活动的设计，转变为基于集体决策规划过程中的设计研究。不过，它们之间的区别不像洛斯的观点所可能表现出来的那么明确。比如，这里提出的两个模型，用不同的方法反映了优化和非优化行为，尽管不像优化一样使用规划的更广泛的模式。这些模型显然继承了复制知名现象的传统，而不是建立在为行动提供规范性战略的基础上。

正式决策模型展示了集体决策的程式化版本，而使用舒克龙（Choukroun，1984）的术语，显然是比喻对真实过程的探索。决策过程很大程度上是无法观察的。因此这里的关注点在于测试这些模型的预测与这类过程中观察到的结果之间的相关程度，而不是这类过程本身的形式。除了对做出的假设以及模型的正式描述方法之间的表面相

关性的不正式观察，并没有正式的标准评价这些模型作为决策理论的合适程度，与这些模型相关的过程类型很容易定义：一是高度结构化的过程只包含正式的决策，不包括“非决策”活动；二是决策者具有相互独立的决策环境，彼此之间可以合作乃至串谋，但最终分析时都是独立的。这些是利益过程的类型。这类过程是在正式组织架构中观察到的，这种架构中的偏好可能受到更广阔的环境的影响，但在决策过程中偏好相对稳定的情况，实际上是被构建出来的。这种偏好的稳定性同样说明了，这些模型在探索高度结构化群组中的决策可能有用，这种群组可能有相似的偏好，但有组织信息的问题。

通过把规划设计作为集体决策来考虑，我们就能够解决上文中提到的影响传统基于设计的方法的三个问题。第一，必须明确把优化作为共有的而不仅仅是单独的特征，这会立即导致单独个体之间的冲突；第二，群组决策的过程必须和优化过程联系起来；第三，要让群组或集体确定目标重要性（权重）的方法变得透明。在这个背景下，很多时候就可以把这些方法联系到更正式的实用理论和经济理性理论上。这里我们介绍两种模型，二者都假设一个集体目标是单独目标的线性加权之和，二者都通过参考单独决策互相之间的影响来确定目标的权重。由于优化决策是基于单独目标的线性加权之和，它可以用于把这些模型与第10章中介绍的更常规的规划设计方法联系起来。第一种模型是基于传统的效用最大化方法，首先由范登博嘉德和范斯路易斯（van den Bogaard and Verslius，1962）提出扩大应用到一个群体或委员会的背景，而后被泰尔（Theil，1963，1964）证明。第二种模型本质上并不是严格意义上的优化模型，在这个模型中，决策是通过交换冲突的解决方案来达成的。在第12章和第13章中，这一模型由科尔曼（1973）广泛应用，它是更普遍的马尔科夫序时平均模型的分散形式，是本书这个部分中所用的所有方法的核心。所有这些都适用于不同的解决问题背景，与达成共识的过程相仿（French，1965;de Groot，1974;Hegselmann and Krause，2002;Jackson，2010）。

正如我们现在所知道的，科尔曼的模型把权重作为一个交换过程的结果，而这些权重与博嘉德范斯路易斯委员会模型所得出的权重的特定条件等价相一致。实际上，这两种模型我们都会探讨，并探索他们的等价模型，但我们会首先建立博嘉德范斯路易斯模型，这个已经在政治预算背景下发展过的经典经济优化模型，随后我们会继续阐明，这一模型可以被解释为一种更广泛的集体行为理论。罗斯坎普和麦克米金（Roskamp and McMeekin，1970）曾观察到，这个模型曾经用于一个特定的案例，在一个德国西北部小镇中，由委员会进行资源分配。我们将会在科尔曼的模型中，使用相同的数据重新描述并重新进行这一应用，从而在理论角度之外，寻找这两个模型之间的等值。尽管我们将强调这些等值，但除此之外，也会关注在两种模型中如何得出权重的过程。大多数设计模型生成权重的步骤特别薄弱，因此这些模型可以被看作用自身的方式生成权重的过程。选择的案例并不是严格的实际用地规划设计案例，但足够用于展示这类规划设计问题如何通过这些方法来解决。作为这类决策过程的介绍，我们将首先介绍博嘉德范斯路易斯模型，而后将其与科尔曼的模型进行对比，接着重做罗斯坎普和麦克米金的案例，将其作为我们使用这些理念解决用地规划设计问题的一种方法。

14.2 最优委员会决策问题

范登博嘉德和范斯路易斯（1962）建立的模型中n为行动者i的集合，j代表讨论或同意资源分配方案的委员会，而资源分配的对象为组件及要素集合m，或事件集合k，ℓ是分配方案。现在，分配方案可以对每个单独的行动者i定义为行向量

$$\mathbf{a}_i = [A_{i1}, A_{i2}, \cdots, A_{im}], \tag{14.1}$$

其中A_{ik}代表行动者i将资源分配到事件k，nxm矩阵$\mathbf{A}=[A_{ik}]$是单独方案的集合。上标T将用于表示移项（transposition），那么行向量ai可

以变形为列向量a_i^T。

假设每个行动者有一系列关于被分配的资源水平的偏好，可以用二次效用函数U_i（**a**）来表示为

$$U_i(\mathbf{a}) = \sum_k \gamma_{ik} A_{ik} + \frac{1}{2} \sum_k \sum_\ell A_{ik} \gamma_{ik\ell} A_{i\ell}$$

$$= \boldsymbol{\gamma}_i \mathbf{a}_i^T + \frac{1}{2} \mathbf{a}_i \boldsymbol{\Lambda}_i \mathbf{a}_i^T \qquad (14.2)$$

其中$\boldsymbol{\gamma}_i$是参数γ_{ik}的一个1*xm*列向量，该参数用于确保单独个体的效用随着他或她能够分配更多资源到事件上而增长，而Λi是一个*mxm*负定矩阵，反映事件之间边际替代率的减小。二次偏好函数的理论是一个比较完善的理论（见Theil，1964），而且可以很方便地用于展示，当U_i（**a**）最大的时候，行动者*i*的最优资源分配$\tilde{a}_i$。那么

$$\tilde{\mathbf{a}}_i^T = -\boldsymbol{\Lambda}_i^{-1} \boldsymbol{\gamma}_i^T, \qquad (14.3)$$

并把方程14.3代入方程14.2得出每个个体的效用最大值为：

$$U(\tilde{\mathbf{a}}) = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\gamma}_i \boldsymbol{\Lambda}_i^{-1} \boldsymbol{\gamma}_i^T。 \qquad (14.4)$$

为了解决为效果提供合适取值范围的难题，范登博嘉德和范斯路易斯（1962）定义了一个单独的损失函数L_i（**a**），当其最小时等价于方程14.2的最大值。那么

$$L_i(\mathbf{a}) = U_i(\tilde{\mathbf{a}}) - U_i(\mathbf{a}) = -\frac{1}{2}(\mathbf{a}_i - \tilde{\mathbf{a}}_i) \boldsymbol{\Lambda}_i^{-1} (\mathbf{a}_i - \tilde{\mathbf{a}}_i)^T。 \qquad (14.5)$$

委员会的社会福利函数（在这个案例中，即社会损失函数）是由方程14.5中的个体损失函数的线性加权和构成。在一个假设每个行动者之间互相独立分配资源的委员会中，我们引入海萨尼（Harsanyi，1976）对于社会效用的这一线性形式的解释，似乎是可以接受的。尽管如此，我们仍然需要一个与每个损失相关的权重集合$\{\omega_i\}$。为了不失一般性，如果我们假设$\sum_i \omega_i = 1$，那么社会损失函数*L*（**a**）可以写为

$$L(\mathbf{a}) = \sum_i w_i L_i(\mathbf{a}) = -\frac{1}{2} \sum_i w_i (\mathbf{a}_i - \tilde{\mathbf{a}}_i) \boldsymbol{\Lambda}_i^{-1} (\mathbf{a}_i - \tilde{\mathbf{a}}_i)^T。 \qquad (14.6)$$

那么委员会的最优预算方案**a**可以通过最大化方程14.6来选择，可以得出

$$\mathbf{a}^T = (\sum_i w_i \mathbf{\Lambda}_i)^{-1} \sum_i w_i \mathbf{\Lambda}_i \tilde{\mathbf{a}}_i^T, \quad (14.7)$$

可以简化为加权平均数

$$\mathbf{a}^T = \sum_i w_i \tilde{\mathbf{a}}_i^T \quad (14.8)$$

当所有的偏好相等时，即$\mathbf{\Lambda}_i = \mathbf{\Lambda}_j$，$\forall i$，$j$。这样，这个模型就可以很好地在二次偏好结构理论内建立起来（Theil，1964）。就这点而言，它的创新特性与选择权重$\{w_i\}$的方式有关。

14.3 “损失对称”原则

如果行动者i从执行他或她自己的最优方案而获得效用$U_i(\tilde{\mathbf{a}})$，显然，行动者可以通过执行行动者j的最优方案$\tilde{\mathbf{a}}_j$，使用方程14.5来计算遭受的损失，但需要注意的是非最优方案$\mathbf{a}_j$现在是$\tilde{\mathbf{a}}_j$。那么

$$L_{ij}(\mathbf{a}) = U_i(\tilde{\mathbf{a}}_i) - U_i(\mathbf{a}_j) = -\frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{a}}_j - \tilde{\mathbf{a}}_i)\mathbf{\Lambda}_i^{-1}(\tilde{\mathbf{a}}_j - \tilde{\mathbf{a}}_i)^T, \quad (14.9)$$

其中$L_{ij}(\mathbf{a})$是i在执行j的方案时遭受的损失。从方程14.9中可以得出，由于方案的执行，最优个体方案的集合$\{\tilde{a}_i\} = \tilde{A}$得出损失和收益的总结，从而形成矩阵L($\mathbf{a}$)。

由于行动者i通过j遭受的损失是L_{ij}（$\mathbf{a}$），而行动者j通过i遭受的损失为L_{ji}（$\mathbf{a}$），在某种意义上保证这些损失相等会显得“公平”；即最优损失结构可以限定为

$$A_{it+1}^k = f(A_{jt}^\ell, d_{ij}) \quad \forall \ell, \quad (8.12)$$

一般而言，方程14.9中的损失不会满足方程14.10中的对称条件，那么选择权重$\{w_i\}$的策略将会是，当这些权重应用到方程14.9的原始损失上时，能够使得得出的损失矩阵尽可能对称。正式地说，权重的选择应该保证

$$S_{ij} = T_{ij} + T_{ji}, \quad (3.1)$$

泰尔（1963）为损失矩阵的对称化提供了一个不证自明的解释。

如果个体的偏好权重$\mathbf{\Lambda}_i$相同，会出现一个特别的情况，即，如果$\mathbf{\Lambda}_i=\mathbf{\Lambda}_j$，$\forall i$，$j$。在这种情况下，从方程14.9计算出的$\mathbf{L}$（$\mathbf{a}$）显然是对称的，即$\mathbf{L}$（$\mathbf{a}$）$=\mathbf{L}$（$\mathbf{a}$）^{T}。那么，方程14.10和14.11则表明所有的权重应该都相等，或者写为$w_i=w_j$，$\forall i$，j。如果我们假设通常的标准化，也就是$w_i=1/n$，$\forall$i，那么方程14.7可以简写为

$$\mathbf{a}^T = \frac{1}{n}\sum_i \tilde{\mathbf{a}}_i^T。 \quad (14.12)$$

换句话说，当每个个体的偏好结构相同时，最优预算方案是个体预算方案的算术平均数。

然而，更普遍的情况是偏好不同，接近方程14.11需要非均匀分布的权重。通常，不可能选择n个权重来满足方程14.11的n（n-1）种情况，所以必须接受近似对称。范登博嘉德和范斯路易斯（1962）提出，加权损失矩阵的边缘对称性是一个合理的折中方法。那么权重的选择需要满足

$$\sum_j F_{ij} = \sum_i F_{ij} = \sum_i A_{ik}\sum_k A_{jk} = \sum_k A_{ik}\sum_j A_{jk}。 \quad (3.5)$$

实际上，通过假设矩阵$\mathbf{L}$（$\mathbf{a}$）的非负性和完全独立性，方程14.13的情况n可以被单独满足。范登博嘉德和范斯路易斯（1962）证明了这种说法，并提供了一种估算权重w的向量的方法。麦克米金（1974）测试了这一过程的不同改进方法。

这个模型最早由范登博嘉德和范斯路易斯（1962）应用于一个三位成员的委员会决策问题中，其中包括为1957年的荷兰制定经济政策。他们把这个模型嵌入一个关于荷兰经济情况的更为综合的计量经济学模型中，并说明了如何把该方法用于确定五个政策工具的最优水平。然而，我们唯一知道的在测试中应用这个模型的案例，是罗斯坎普和麦克米金（1970）的例子。其中，作者尝试预测20世纪60年代的德国西北部小镇，针对8项市政开支的议定预算份额。他们有1966年、1967年和1968年的预算份额，并调查了1967年8个委员会成员关于期望预算的各自偏好。他们把模型按照1967年的偏好结构校准，并且评定模型的预测与1968年的预算份额的接近程度。这个测试有一些局限性，但提供的数据很有用，稍后我们将用于重做科尔曼的模型。这个案例将一并放在后面讨论。

14.4 决策作为交换：马尔科夫对话

博嘉德范斯路易斯模型的一个主要局限性在于它很少涉及决策的过程。如果涉及某个过程，则假设损失由委员会成员自己“计算”，然后由主席计算权重并确定最优预算方案。实际上在一个正式的委员会中，更可能的情况是，主席通过讨论或对话的方式来选择权重，而不是通过计算。在本节中将探讨基于这样一个对话的过程，并把它作为下文介绍更复杂的决策模型的前奏。

如果假设委员会成员间遭受的损失通过方程14.9决定，对于成员来说一种继续推进的方式，将会是尝试选择反映自己遭受或造成损失的全局性权重。有两种过程可以平均这些总损失，包括他们遭受和造成的损失。第一种是评定所有其他行动者对一个行动者造成损失的重要性。这里，对于i来说，由j引起的任何损失的相对重要性P_{ij}等于

$$P_{ij} = \frac{L_{ij}}{\sum_z L_{iz}}, \ \sum_j P_{ij} = 1。 \tag{14.14}$$

接着假设，行动者从反映他们总损失 $\{Z_i(1)\}$ 的权重的一个初始分布开始。每个行动者 j 计算出他对另一个行动者 i 所造成损失的重要性 $Z_i(1)\ P_{ij}$，然后调整他赋予自己的总损失的重要性为

$$Z_j(2) = \sum_i Z_i(1) P_{ij}。 \tag{14.15}$$

简而言之，行动者计算出对其他行动者造成的总损失，然后决定这部分损失的重要性应该获得的值。在这样一个方案中有一个“公正性”元素。

方程14.15描述的一阶过程是马尔科夫链式的指数分布，如果$\{P_{ij}\}$非负切不可再分，对方程14.15进行迭代将会得到$\{z_j(t)\}$，在t的范围内收敛到$\{z_j\}$。这个范围通过以下稳态方程描述

$$e(\ell)_i = \sum_k d_{ik}^{-1}, \tag{7.28}$$

显然，方程14.16没有对称性，但表示了j把自己的损失等同于他所造成其他所有损失的重要性。与这个方案相关的讨论过程被称为“马尔科夫对话”，在这个背景下，它最早由泰尔（1976）提出。

当行动者i把自己的总损失等同于其他所有行动者通过如下方式在他或她身上造成的损失时，存在一个类似的过程。相比已经介绍过的那个过程，这个过程可能是不那么“自然”，但它是有用的，下文中可以看出来。行动者j对i造成损失的重要性，用j的总造成损失来衡量，即

$$\hat{P}_{ij} = \frac{L_{ij}}{\sum_i L_{ij}},\ \sum_i \hat{P}_{ij} = 1。\tag{14.17}$$

从权重分布 $\{Z_i\ (t=1)\}$ 开始，我们开始用以下方程迭代过程

$$\hat{Z}_i(t+1) = \sum_j \hat{Z}_j(t)\hat{P}_{ij}。\tag{14.18}$$

在取值范围内，这个过程可以得出稳态方程

$$\hat{Z}_i = \sum_j \hat{Z}_i\hat{P}_{ij}。\tag{14.19}$$

同样形成了一个马尔科夫对话。方程14.16和14.19中包含的过程与最早由弗兰奇（1956）、哈拉里（1959）和阿贝尔森（1979）提出的平均过程是相似的，但最近被作为许多意见汇集模型的基础（Zollman，2012）。在第12章和第13章中，我们也提及了这些过程相互作为对偶。此外，德·格鲁特（1974）提出的用于收集主观概率和它的随机等效的确定型模型，与这里介绍的概念有相近的思路。

两个稳态分布向量$\mathbf{Z}$和$\hat{\mathbf{Z}}$不会一定相等，但可以考虑当一个方向上损失的平均与另一个方向上根据$\mathbf{Z}$和$\hat{\mathbf{Z}}$相等来进行平均的情况。而后假设两个稳态方程相等，

$$\sum_i Z_i(t)P_{ij} = \sum_i \hat{Z}_i(t)\hat{P}_{ji}, i \neq j,\tag{14.20}$$

也可以写为

$$\sum_i Z_j \frac{L_{ij}}{\sum_j L_{ij}} = \sum_i \hat{Z}_i \frac{L_{ij}}{\sum_j L_{ji}}。\tag{14.21}$$

方程 14. 21 是方程 14. 13 的博嘉德–范斯路易斯边际对称条件的一种形式。实际上，如果损失是矩阵式对称的，那么 $Z_i = \hat{Z}_i$，$\forall i$，但如果损失矩阵仅仅是边际对称，即，如果

$$\sum_j L_{ij} = \sum_j L_{ji},\tag{14.22}$$

那么从方程14.21中可以很容易得出$\mathbf{Z}_i = \hat{Z}_i, \ \forall i$。这显然是从方程14.13中得出的，并且把对称损失矩阵的相等权重结果扩展到了边际对称情况。最后，可以把方程14.13中的权重看作与马尔科夫对话中的比率$Z_i / \sum_j L_{ij}$相关。

14.5 社会交换的非集聚模型

对话模型反映了一个相当人造的过程，其中包含平均的类型只在理想的“公平”原则之下才能实现。然而，可以建立一个模型，根据反映每个个体的最优方案实现过程中的固有冲突的一个交换方案，来对最优预算方案本身进行平均。这样的模型是一个非集聚的马尔科夫对话模型，建立在社会交换理论的概念之上。这里介绍的形式，这个模型与科尔曼（1973）建立的模型相似，科尔曼模型我们在第12章中介绍集体行为理论中使用过，在上一章中我们也将其应用于土地交换的未完成市场。

我们已经定义了个体方案的最优集合$\widetilde{\mathbf{A}} = [\widetilde{A}_{ik}]$。在这个模型中，我们将定义一个“期望”资源分布$\mathbf{A}=[A_{ik}]$，可以被看作前面介绍的效用最大化的最优选，但仅在特定情况下。同样，可以引入第二个分布$\mathbf{B}=[B_{ik}]$。$\mathbf{B}$代表每个个体能够实现的“实际”方案集合，并反映每个行动者对资源配置的控制度。显然，现在每个行动者之间的冲突与他们的期望资源分配与实际资源分配之间的差异相关，也与期望值与实现值之间的差异相关。我们还需要定义

$$o_j(t+1) = \sum_i o_i(t)\, p_{ij}。 \qquad (3.19)$$

其中α_i是行动者i实现他或她期望的分配方案所需要的期望资源水平，同时

$$\rho_{jl} = \sum_i a_{ij} a_{il}, \qquad (6.8)$$

其中β_k是方案中每个事件或元素的实际值，通过行动者实际能够分配到事件k上的资源总量来反映。

假设一个过程，行动者从一个给定的资源分布{r_i（1）}开始。我们假设这个分布与{α_i}不同，如果行动者想要满足他们的期望，需要把资源按照以下比例分配到他们期望的分配方案上

$$r_i(1)\frac{A_{ik}}{\alpha_i} \tag{14.25}$$

实际分配到每个事件或方案k的资源v_k（1）的值可以从以下方程中得出

$$v_k(1) = \sum_i r_i(1)\frac{A_{ik}}{\alpha_i}。 \tag{14.26}$$

方程14.26包含了系统中总资源的v_k（1）被分配到事件k上。但事件k与每个行动者拥有的控制度（比如所有权）有关。因此，如果v_k（1）是事件的资源值，并且行动者i控制了整个事件的Bik/β_k，那么事件为行动者i提供的资源为v_k（1）B_{ik}/β_k。于是，总资源等于

$$r_i(2) = \sum_k v_k(1)\frac{B_{ik}}{\beta_k}。 \tag{14.27}$$

一般而言，r_i（2）≠r_i（1），∀i，那么从这个交换中实现的资源与行动者开始时的资源不相等。这里隐含了这个过程的重复，而且如果方程14.26和14.27按顺序计算，假设**A**和**B**不可约并且非负，资源和值分布会收敛到均衡态或稳态。简而言之，这个过程实际上是马尔科夫链式的。

为了展示这个，首先定义方程14.26和14.27中的比例为

$$X_{ik} = \frac{A_{ik}}{\alpha_i},\ C_{j\ell} = \frac{B_{j\ell}}{\beta_\ell},\ \sum_k X_{ik} = 1,\ \sum_j C_{j\ell} = 1, \tag{14.28}$$

其矩阵形式为

$$\mathbf{X} = \boldsymbol{\alpha}^{-1}\mathbf{A} \text{ 和 } \mathbf{C} = \mathbf{B}\boldsymbol{\beta}^{-1}, \tag{14.29}$$

注意**X**和**C**是*nxm*随机矩阵，α^{-1}和β^{-1}是*nxn*和*mxm*对角矩阵，α_i^{-1}和β_k^{-1}在主要的对角上。这些相异只存在于第13章中的**X**和**C**的维度中。实际上，如果我们定义矩阵**A**和**B**，得出**X**和**C**，由于它们拥有相同的维度*nxm*，会稍微清晰一些，这在后续转置运算符中有更多的用处。

利用这些定义，并注意**r**和**v**是1*xn*和1*xm*的行向量，分别与资源和值相关，现在我们可以把方程14.26和14.27的稳态形式写为

$$\mathbf{v} = \mathbf{r}\mathbf{X} = \mathbf{r}\boldsymbol{\alpha}^{-1}\mathbf{A} \tag{14.30}$$

和

$$\mathbf{r} = \mathbf{v}\mathbf{C}^{T} = \mathbf{v}\boldsymbol{\beta}^{-1}\mathbf{A}。 \tag{14.31}$$

把方程14.31代入方程14.30，并把方程14.30代入14.31，可以得出聚合稳态形式

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}\mathbf{C}^{T}\mathbf{X} = \mathbf{v}\boldsymbol{\beta}^{-1}\mathbf{B}^{T}\boldsymbol{\alpha}^{-1}\mathbf{A} \tag{14.32}$$

和

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}\mathbf{X}\mathbf{C}^{T} = \mathbf{r}\boldsymbol{\alpha}^{-1}\mathbf{A}\boldsymbol{\beta}^{-1}\mathbf{B}^{T}, \tag{14.33}$$

可以很容易看出两者都是马尔科夫过程的稳态形式。

从经济学的角度来说，方程14.32和14.33可以作为相互的对偶，正如一般均衡理论（Gale，1960）中提到的。因为$\mathbf{XC}^T$和$\mathbf{C}^TX$是随机矩阵，我们也很容易看出这些方程是一阶马尔科夫过程的极限方程。因此，对于合理定义的矩阵，**r**和**v**存在并且唯一，而且可以放大或缩小到总和为1，或等于系统中的总资源。科尔曼（1973）建立了可以用于不同政治背景下的模型，而且可以把稳态资源分布**r**作为权利的衡量。这个模型在方案制定背景下有一些实证应用，曾经得出可测试的议题，上一章中我们建立的模拟市中心土地发展的模型展示了其可能性。总而言之，我们在这里建立的这些概念，重点很明确地在标准决策过程和理想化结构上，而不是实际的决策过程。

弄清楚**r**和**v**的测度很重要。这里似乎可以合理地把它们联系到**A**、**B**或二者的量级上，但在马尔科夫链理论中，这些是概率向量。让我们把方程14.30写为基本形式

$$v_k = \sum_i \frac{r_i}{\alpha_i} A_{ik}, \tag{14.34}$$

类似一个平均方程，其中权重等于 r_i/α_i。实际上，假设用于获得最优预算的权重 $\{w_i\}$ 实际上与 $\{r_i/\alpha_i\}$ 成比例；那么

$$\sum_i w_i = K \sum_i \frac{r_i}{\alpha_i} = 1, \tag{14.35}$$

其中K是比例常数。使用这些权重，在相同的个体偏好的基础上，我们可以按照方程14.7的形式写出一个加权线性平均方程

$$a_k = \sum_i w_i A_{ik}。 \tag{14.36}$$

用方程 14. 34 和 14. 35，我们可以把方程 14. 36 重新整理，使得

$$a_k = \sum_i \frac{r_i}{\alpha_i} A_{ik} / \sum_i \frac{r_i}{\alpha_i} = v_k / \sum_i \frac{r_i}{\alpha_i} = K v_k。 \tag{14.37}$$

因此均衡态产生的值$\{v_k\}$与最优预算分配成比例。方程14.31可以实现同类的标准化，使得资源放大或缩小到可以反映对事件的资源配置的加权分布。实际上，方程14.26和14.27中包含的马尔科夫过程可以很容易地展示出来，并以均衡态通过方程14.30和14.31表达，可以根据最优（均衡态）方案写为

$$a_k = \sum_i \frac{a_i}{\alpha_i} A_{ik} \Big/ \sum_i \frac{a_i}{\alpha_i} \tag{14.38}$$

和

$$a_i = \sum_k \frac{a_k}{\beta_k} B_{ik} \Big/ \sum_k \frac{a_k}{\beta_k}。 \tag{14.39}$$

检查这些方程，我们可以看出，交换过程可以作为一个平均过程，在这个过程中，新的、最优、但非均衡态的预算是通过连续迭代

确定的，这样的连续迭代需要达到一个均衡态的标准。包含最优预算配置的线性均衡态形式，显然与博嘉德范斯路易斯模型具有一致性。

14.6 对称结构和平等交换

然而，相对于博嘉德范斯路易斯模型来说，科尔曼模型更加强调行动者和信息权重之间关系的对称性。首先，为了维持系统稳定行动者用于与他人交换的资源数量，即交换矩阵被定义为：

$$r_i P_{ij} = r_i \sum_k \frac{A_{ik}}{\alpha_i} \frac{B_{jk}}{\beta_k}。 \quad (14.40)$$

从方程14.11中的“损失对称”准则可以很容易推论出“交换对称”，从方程14.40中可以得出：

$$S_{ij} = T_{ij} + T_{ji}, \quad (3.1)$$

实际上，方程14.41意味着行动者i给予j的资源与j给予i的资源是等量的，这就是伯克和斯内尔（1957）所研究的平等交换，并且也是马尔科夫链可逆性的条件（Kelly，1979）。要将方程14.41转换成14.11，首先假设权重$\{w_i\}$为$\{r_i/\alpha_i\}$。然后在博嘉德范斯路易斯模型中，当损失是对称的时候，这些权重是相等的。如果在方程14.41中：

$$\frac{r_i}{\alpha_i} = \frac{r_j}{\alpha_j},\ i = j, \quad (14.42)$$

这就表明$\mathbf{A\beta}^{-1}\mathrm{B}^{T}$是对称的。那么探究这种对称在何种条件下可以存在于科尔曼模型中就有重要的意义。

当**A**=**B**时对称显然是存在的，也就是当期望配置与控制的配置或实际配置一致时。采用这个定义，我们可以将方程14.33写成：

$$\mathbf{r} = \mathbf{vC}^{T} = \mathbf{v\beta}^{-1}\mathbf{A}。 \quad (14.31)$$

如果这种类型的对称或平衡是存在的，很容易知道**r**=**a**（Batty，1981）。由于**r**是唯一的，只需要简单将**a**替换到方程14.43中就可以得

到：

$$\mathbf{r} = \mathbf{v}\mathbf{C}^T = \mathbf{v}\boldsymbol{\beta}^{-1}\mathbf{A}。 \quad (14.31)$$

其中1是一个1*xn*单位的行向量。方程14.44中**a**的定义很清楚就是在前小节中所给出的定义。当**A**=**B**时，对称性也存在于二元关系中。那么方程14.32就变成：

$$o(t+2) = o(t)\mathrm{P}^2, \quad (3.21)$$

考虑权重$\{r_i/\alpha_i\}$和$\{v_k/\beta_k\}$在*n*和*m*上的分布很清楚是相等的。根据方程14.35到14.37的结果，可以简单得到：

$$a_j = \frac{1}{n}\sum_k B_{jk} \text{和 } a_i = \frac{1}{n}\sum_i A_{ik}。 \quad (14.46)$$

$r\alpha^{-1}$和$v\beta^{-1}$决定了二元交换过程，通过将权重按照它们成比定义，交换中的对称性说明在最优方案的实现过程中没有冲突。在行动者*i*给*j*的资源与*j*还给*i*的同样多时，交换是平等的，而初始资源配置计划**A**和**B**是相同的。此外，权重是从团体决策过程中“自然”浮现出来的，并被实质性地解释为最优资源配置相对于初始资源配置的比率。因此科尔曼模型相比博嘉德范斯路易斯模型来说更加丰富，但由于对称性的相关标准不同，它的结果也会有所不同。实际上，尽管在实际上损失和交换在两个模型中有着不同的定义，但它们可以被认为是基本相同的。在科尔曼模型中，检查均衡态与对称的接近程度也是很有用的。

科尔曼模型有一个最终预测，包括了具有不平等权重的对称性。它认为资源和价值首先由系统中展现的冲突程度决定（这个推断来自方程14.32和14.33），其次是冲突通过行动者改变他们的既定资源配置计划，以符合调整的期望计划。那么控制或所有权被更改为$\tilde{C}_{ik}$以确保：

$$v_k\tilde{C}_{ik} = r_iX_{ik} = \frac{r_i}{\alpha_i}A_{ik}, \quad (14.47)$$

这就意味着：

$$\tilde{C}_{ik} = \frac{r_iX_{ik}}{v_k} = \frac{r_i}{\alpha_i}\frac{A_{ik}}{v_K} \quad (14.48)$$

将方程14.48中的$\tilde{C}_{ik}$反过来代入资源价值平衡方程14.32和14.33，可以得到下面包含对称交换关系的结构：

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}\mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}^{T}\boldsymbol{\alpha}^{-1}\mathbf{R}\boldsymbol{\alpha}^{-1}\mathbf{A} \quad (14.49)$$

以及

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}\boldsymbol{\alpha}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{V}^{-1}\mathbf{A}^{T}\boldsymbol{\alpha}^{-1}\mathbf{R}, \quad (14.50)$$

其中**V**和**R**是**v**和**r**分别形成对角矩阵。在这个模型中，假定为反映控制的变化，委员会实际上会调整其偏好，以及可能调整其组织。

14.7 罗斯坎普麦克米金最优预算问题

罗斯坎普和麦克米金（1970）将博嘉德和范斯路易斯（1960）的模型应用于预测最优预算配置问题，由8名委员组成的城市预算委员会来决定8个预算项目的市政开支。模型中涉及的这8项支出依次分别为：一般行政、公共安全（警察）、教育、文化、社会服务、卫生保健、建设住房以及地方经济计划。负责决策预算项目的资源配置的8名委员会成员是地方政治家，他们的职业分别为：退休警察、公职人员、警察、工厂工人、工会秘书、两个商人以及一个面包师。这也是他们在模型中的顺序。这个模型的对象是一个位于德国西北部的5000人口的小城，并将其匿名为“弗里西亚”。

1967年时，罗斯坎普和麦克米金对委员会中的每一个成员进行了访谈，以得到他们对最佳资源分配的态度。通过这些调查，建立了针对每个委员的偏好方程以及最优预算配置。他们采用了博嘉德范斯路易斯的损失方程，并开发了两种方法来通过方程14.13中的对称性关系来确定权重（McMeekin，1974）。根据方程14.7，权重和偏好被用于计算最优委员会预算。然后，将这个预算与观察到的1968年的配置进行比较。预测和观察到的资源配置水平情况是相似的，但是罗斯坎普和麦克米金（1970）并没有探究委员被期待做出最优行为的程度，也

没有调查委员会进行集体决策预算的过程。我们将在下面提到，这个案例并不是一个实证检验的理想案例，但它是一个很好的展示工具。

我们并非有意要将博嘉德范斯路易斯模型与科尔曼模型在同一问题上的应用进行严格的比较。但是这个案例提供了委员会决策的仅有数据资源之一，我们已经在科尔曼模型上进行了应用，我们也将顺便在博嘉德范斯路易斯（1970）的模型上进行简单的比较。在1967年的调查中，每个行动者被要求表明他“想要的”预算配置，我们将其作为*nxm*矩阵**A**。行动者同样也被要求选择他们认为应该给予最低水平资源配置的预算项目，他们的偏好强度用0~2范围内的数值来表示。调查中没有任何问题是与行动者对资源水平的控制力相关的，但是可以认为偏好程度代表了对该预算项目的控制水平。我们假设偏好强度越高，委员就越会在委员会讨论中施加更大的影响和控制。将*nxm*偏好矩阵作为矩阵**B**。**A**通过数千数据挖掘获得的预算水平来衡量，而**B**以0~2间的偏好强度来表示。这些数据都记录在罗斯坎普和麦克米金（1970）的文章和麦克米金（1974）的论文中。显然，**A**和**B**可以在不失一般性的前提下被缩放到同样范围。

为了进行比较，所有变量和结果被缩放到总和为100，从而他们的分布值也就代表了百分比。因此在后的部分中：

$$\sum_{i}\sum_{k} T_{ij}^{k} = P_{j}, \tag{9.4}$$

科尔曼模型在方程14.30至14.33中解决了，其权重是通过方程14.34至14.36来计算的。表14.1中包括了**w**、**r**、**α**、$\mathbf{v\beta^{-1}}$、**v**和**β**的值，以及通过解决方程14.13得到的具有损失对称性原则的权重向量，后者是被罗斯坎普和麦克米金（1970）在论文中提出的。如果将罗斯坎普麦克米金模型中得到的权重与科尔曼模型的权重（表14.1中的第1列和第2列）进行比较，可以发现强烈的反转关系，这似乎表明，如果损失对称性的权重反映了弱行动者需要活动补偿以保障公平的程度，那么科尔曼模型权重可以代表利己主义的程度，或者也可以代表权力的大小程度。这表明科尔曼模型中的对称性原则的基础是简单调整初始分

布**α**（其通常反映了目前的权力）以使平衡受到影响。显然还需要对这两个模型在这个方面进一步探索，或许可以设计出一个同时包含了最优化和交换考虑的模型。

然而，模型的实际兴趣在于团体预算配置，是否被看作一个最优预算，或是如科尔曼模型那样仅仅是一个代表当前权力关系的妥协结果。首先必须要指出特别重要的一点，如果检查方程14.36，很显然对于任何配置$\{a_k\}$的值都必须位于**min**iA$_{ik}$到**max**iA$_{ik}$之间。如果这个范围非常小，不同的权重基本上不会产生很大不同的配置。当对于一个给定的k，$\{A_{ik}\}$的i的值分布趋于范围的一端，上述情况同样也存在。因此，要发现解决方案可能存在的位置，我们在图14.1a中以百分比的方式来表达$\{A_{ik}\}$的范围，其中$\{k=1，2，…，8\}$这8个轴线的范围是**min**i X_{ik}到**max**iX$_{ik}$。图14.1a表明模型得到的解决方案不会与初始的意愿配置——也就是模型的输入数据有很大区别。

对1966、1967和1968三个年份的实际预算分配进行的观测也可以用同样的方式来表达。当$\{t=1966、1967、1968\}$时，$\{a_k(t)\}$的最小值和最大值绘制在图14.1b中，我们将图14.1a和b重叠为c来展示意愿分配和实际分配的相似度。不管选择什么权重，模型预测的资源分布都与观测到的值分布范围相近。总之，在这个问题中行动者之间并没有太多的争执，这种情况下就无法成为一个很好的模型检测案例。尽管如此，从方程14.36中计算出来的最优预算$\{a_k\}$使用表14.1中的权重$\{w_i\}$。我们在**A**=**B**的对称性假设条件下，同样用相等的权重计算了$\{a_k\}$，并在图14.2a、b和c中与罗斯坎普麦克米金的预算预测进行了比较。这些预算同样也通过**C**=**I**和**C**=[1/n]来计算，而这些明显不同的控制模式也没有得出不同的预测。这些预测之间很难有什么不同，因此我们得出结论，对模型进行更有效的测试必须包含与实际观察到的配置有较大差异的期望配置，从而进行预测。

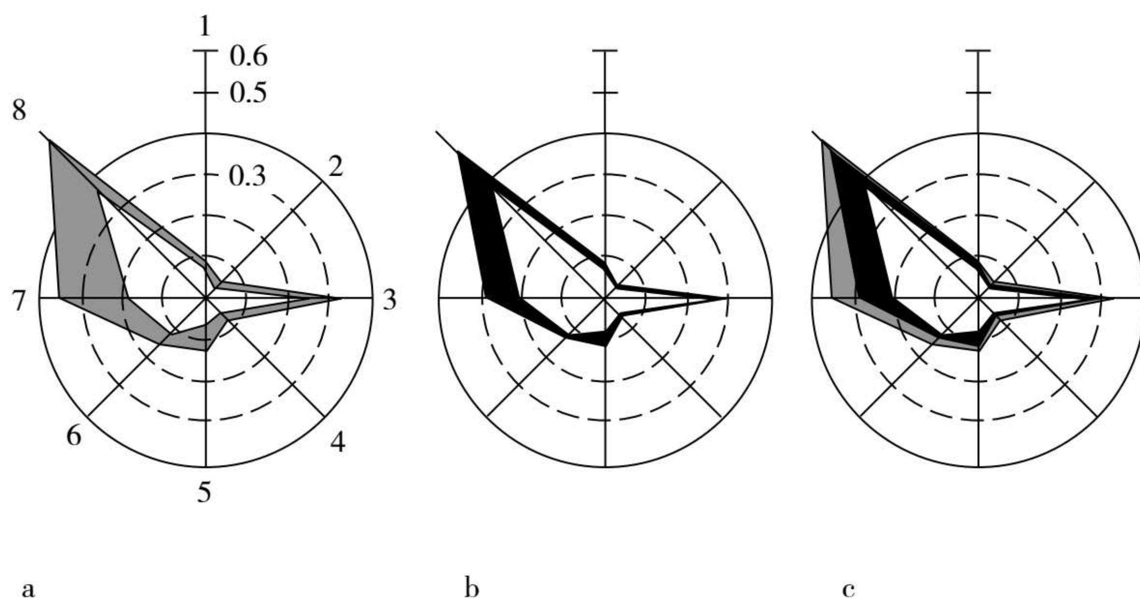


图14.1 期望和观测最优预算配置

注：a.$\{A_{ik}\}$的范围，期望配置，在k轴（1-8）上的图示；b.实际配置；c.图a和b的叠加。

表14.1 与罗斯坎普麦克米金模型和科尔曼模型相关的权重分布

行动者 i	罗斯坎普-麦克米金权重	科尔曼权重					
		$w_i = \frac{r_i}{\alpha_i}$	r_i	α_i	$\frac{v_k}{\beta_k}$	v_k	β_k
1	8.4(7)	18.1(1)	16.9(1)	13.7(5)	12.1(4)	7.8(4)	9.3(8)
2	6.6(8)	16.8(2)	15.8(2)	12.2(7)	3.8(5)	2.9(5)	11.0(6)
3	14.5(2)	7.9(7)	9.9(7)	16.3(1)	21.8(3)	22.3(3)	14.7(3)
4	31.4(1)	3.2(8)	3.6(8)	14.8(3)	0.2(8)	0.2(8)	12.1(4)
5	10.0(4)	16.4(3)	13.9(5)	11.0(8)	0.6(7)	0.4(7)	10.1(7)
6	8.6(6)	14.6(4)	14.4(3)	12.9(6)	0.7(6)	0.6(6)	11.5(5)
7	9.6(5)	13.3(5)	14.4(3)	14.1(4)	21.9(2)	23.9(2)	15.7(1)
8	10.9(3)	9.7(6)	11.1(6)	14.9(2)	38.8(1)	41.8(1)	15.5(2)

注：百分比取小数点后一位；秩阶见括号中数字。

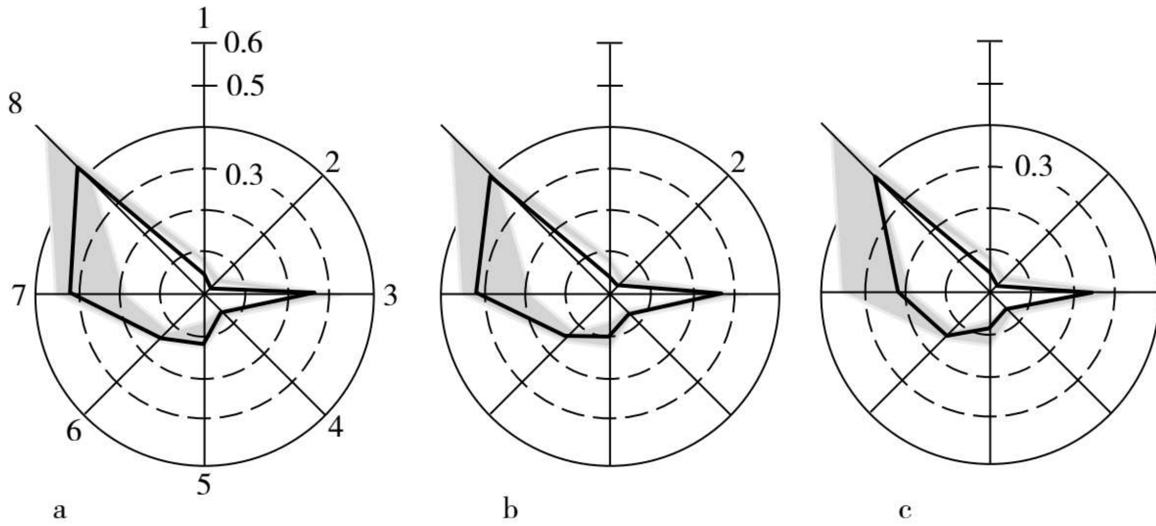


图14.2 预测最优预算配置

注：a.文中科尔曼模型的方程14.36;b.科尔曼模型方程14.36用相等权重；c.使用罗斯坎普麦克米金模型方程14.7。

然而，通过序时平均过程达到对称或相等交换的度，可以更进一步探讨科尔曼模型的合适性。衡量任意矩阵[Z_{ij}]的对称性误差，可以这样计算

$$\boldsymbol{\Omega} = \left(\sum_{i \geqslant j} \frac{|Z_{ij} - Z_{ji}|}{Z_{ij}} \right) \Big/ \frac{n(n-1)}{2} \tag{14.52}$$

Ω以百分比形式计算，且当$\mathbf{Z}=\mathbf{Z}^T$的时候等于0。在罗斯坎普麦克米金案例中，原始损失矩阵**L**偏离对称约为57%，当计算并应用权重之后，可以减少到20%。在科尔曼模型中，原始交换矩阵$\mathbf{A}\boldsymbol{\beta}^{-1}\mathrm{B}^T$偏离对称126%，当计算并应用权重$\mathbf{r}\boldsymbol{\alpha}^{-1}$后，减少到5%。从狭义上说，科尔曼模型看起来会是一个更为合适的妥协或平均策略。

14.8 方案设计和实时决策过程

这里展示的两个模型在某种特定技术条件下是等价的。两者都具有对等结构，委员会委员的权重或重要性是相同的，当一个委员给另一个委员一定资源，他或她也会从对方获得等量的资源。这个等价交换的过程也许可以如博嘉德范斯路易斯模型中的那样意味着公平，但它也可能如科尔曼模型中那样意味着利己主义。另一个引人注意的等价与团体预算的权重形式有关，它是博嘉德范斯路易斯模型的优化中产生的，但却作为一个均衡条件存在于科尔曼模型中。他们之间是存在联系的，尽管这里的例子并不具完全的说服力，两个模型看起来更像是两个相似而非相对的平均过程。这种方法包括了一个清晰的含义，即探索科尔曼模型中构思的权力概念对博嘉德范斯路易斯模型优化的可能影响程度。例如，有可能可以采用科尔曼模型来决定权重，然后将其嵌入博嘉德范斯路易斯模型中对团体福利功能的优化中。甚至还可能将某些形式的迭代二次优化置入科尔曼模型，用于决定权重和均衡状态的最佳预算配置。

在本书第三篇所有介绍的模型中，我们努力保证模型的运行和使用可以得到确切的结果。在网络模型中，很容易理解什么样的进程不会收敛至特定的结果或是根本就不会收敛。如果网络可以被分解为相互排斥的子网络，这就表明这个系统或是问题解决过程也可以被分解为单独的子系统和子问题。在第一篇以及第10章和第11章中，所介绍的从非连接到强连接和完全连接的图表分类也解释清楚了上述问题。如果图表没有达到强连接，比如意见汇集和序时平均，作用于它们连接的过程将不会发生收敛，或者如果它们收敛的话将会变成极端状态。不过，可能通过建立更加复杂的模型，而不是通过探索不同的网络结构来定义不同的过程。例如，建立平均法基于二级或更高秩序的模型，其平均通过加权的事件组合形成，而不仅是基于前一个时间阶段而是包括了更加之前的阶段。总之，这种方式可能使态度有更强的惯性，不同的行动者可以被分类成不同的团体，分别对改变有不同程度的抵抗力或接受度。另一个战略是引入外部的新的态度，即假设阶段性地或在每一个时间阶段中，这些过程会接收新的信息，从而改变

趋于均衡态的运动。这样的过程与动态输入输出模型很相似，其中的改变会因为事件变化反复发生。当然，如果这些改变被移除或在每个时间阶段都相同，那么态度的收敛将会发生。

在本章中，我们探讨了一个比我们之前所有介绍的模型都要更加现实的决策模型，通过阐述其应用我们展示了如何调整它以适应真实世界。然而，在第三篇中所精心阐述的决策模型在这里有所缺失，因为我们很清楚这些章节中讨论的模型是用于选择最佳解决方案，这对于真实决策来说并不一定适用。由此来说，我们的模型更接近于设计而不是决定，它们的构建目的是让设计师和决策者能够以结构性的新方式来思考设计和规划。然而这些应用已经展示了一定的结果，还需要好的测试案例来进一步进行检验。物质规划或者土地使用规划的设计问题在这里有很大的相关性，因为这些规划通常以团队或规划委员会的正式谈判的形式开展。

对于案例的选择也需要很谨慎。一个有力的实证检验案例的先决条件是高度的争议可以通过高度结构化的方式来解决。此外，还需要决策的过程可以从外部观察到。在罗斯坎普麦克米金的案例中，由于初始数据与结构的高度相关性，根本无法在预测预算的基础上来分辨模型。不过，关于预算是如何决定的更细致的观察应该会揭示出谈判和决策的过程，至少是其中的部分过程。如果想要提出和解决等效性问题，这些观察是非常必要的。最优性问题同样也应该被处理。科尔曼模型说明了局部最优化是无法确保可以成为整体最优化的。这看起来也很符合那些新兴的建立在西蒙（1983）长久以来满意决策思考上的决策方法。科尔曼模型展现了一个可以提升这些思考的框架，但更加重要的是它在很多地方与博嘉德范斯路易斯模型是等效的。我们所发现的这个等效性指出了一个重要的方向，可以将这些工具用于在规划过程生成优化设计。

结论

如果我们将所有的原理都放到一起，我们会发现实在太多了。它们彼此之间还相互矛盾。

——理查德·P·费曼（Richard P.Feynman），《物理定律的特性》（1965，第155页）

我们所尝试揭示的内容仅仅只是一个开端。正如我们一直强调，城市和城市规划包含很多视角，绝不应将本书的内容当作唯一可能的城市科学。当我们认识到城市的复杂性，我们就更加清楚地知道，理解和设计城市必须综合考虑各种彼此差异甚至相互冲突的视角。实际上，本书第三篇的模型都是基于这一概念基础上：城市规划方案是解决冲突、持续达成对城市最佳未来共识的载体。理解世界的角度不同是本书第二篇与第三篇的模型的主要差别所在，一个基于实证，另一个基于规范。实证的思考角度可以宽松地理解为“实证主义”，其主要方式在于理解“是什么”，而规范的角度重点在于“应该是什么”。前者认可世界现有的状态，而后者探讨世界应该有什么样的状态，它们的不同之处有时候也可以理解为理想主义和现实主义的区别。实际上，事物之间往往并没有严格的绝对区分，实证和规范的角度有很多相互结合的方式。如我们在第三篇开始阐述的，尽管我们的设计模型在本意上是规范性的，它们也包括了一定程度的现实主义，即这些模型的过程是具有被观测的可能性的，并且这些模型中的规范性内容也受一定限制条件的约束。我们的模型提出了可以改善实际决策过程的方法，阐述了未来城市设计的规范。

从一定的角度来看，可以通过第8章中介绍的进化模型来调和“城市的科学”和“设计的科学”两者之间的区别。这些是复杂性理论的基础。它们提出了构成城市系统的代理人、行为人或活动之间的作用方式，如何相互学习以及对环境进行学习，对活动的最佳区位以及活动间相互作用的最佳方式进行决策，从而达成更加可持续的环境。这类模型的核心是学习，学习将现实与理想、实证与规范联系到一起。根据每个人的视角不同，现实可以被解读为去达成理想状态的一个过程，或是将设计看作一个将理想和规范妥协达成一定共识的过程。实际上，学习本质上就是进化，很多当代的设计观都强调关注观点和态度的变化，即它们如何进化成为整体性的优化方案，从而体现达成特定规范和目标的要求（Steadman，2008）。其实，这些规范本身也可能发生变化和改变自身，从这个角度来说，未来目标是不断变化的。

对于这门新科学会如何发展，我们特别关注的是我们提出的跨越这两个领域的模型：即区位和相互作用是城市形成和进化的基础，而形式设计是应对全部未来行为的集合的一项产品。

我们的土地交易模型在某种程度上支撑了这个观点，此外，更加理论性的模型变体也支持我们做出这样的综合。城市的设计决策的本质，是对一些可以实现目标集的区位模式的共同认可。这其中的核心程序包括达成共识的方式，以及基于投票达成某种妥协以解决冲突，重复平均过程和贝叶斯学习，这些都会使得城市形态进一步收敛至均衡态。在第10章中引入的弗兰奇哈里模型定义了这类过程的基本原理，在过去的50多年中，这些模型以多种方式在社会网络传统中被阐释（参见Jackson，2011）。实际上，这些阐释来源于不同的方向。具体来说，格鲁特（Groot，1974）首先将统计学习结合到这些过程中，查特吉和瑟内塔（Chatterjee and Seneta，1977）则进一步推动了研究，不过他们的研究与社会网络缺乏联系。在另一个领域中，社会网络计算的研究者更加关注的是如何在数字过程中采用收敛方法。勃朗德尔等人（Blondel et al.，2005）在社会网络领域之外建立了类似的过程，不过这些研究本质上都是建立在弗兰奇（French，1956）建立的

收敛意见汇集模型的基础之上。不过，它们的关注重点更加倾向于研究这些过程在达到均衡态中是如何被改变的，从这点来看，与第二篇所提出的实证模型有很大的相似性。

然而，还有一个模型与模拟城市增长的基于元胞代理人的模型有很大的内在联系，我们首先在第8章中介绍了后者，并在后面章节的意见汇集模型中继续有所涉及。这个模型实际上是基于质点动力学的。维切克等人（Vicsek et al.，1995）阐述的模型实际上是依据“质点”周边所发生的状况对质点进行平均，这就与意见可能会如何被平均的想法相符，即依据与问题中代理直接相关联的代理对意见进行平均。他们写道：“这个模型的唯一定律是，在每个时间段中，一个给定的具有恒定绝对速度的质点，呈现了在其周边半径为r范围内质点的平均运动方向，以及叠加的随机扰动。”（第1226页）简而言之，这些随机扰动使得质点不会收敛集聚到一起，但是收敛的方向很快会被建立起来。在空间中，通过随机成分来固定群组密度，从而产生集群。在一个系统中，如果每个质点都与任何其他质点直接或间接连接，那么当随机成分为零时，收敛是必然发生的。

这个模型与其他模型在逻辑上有很强的相似性，比如我们在第1章和第8章中介绍的有限扩散凝聚模型。但是，如果我们将质点看作代理人或行动人，将空间作为意见被定义的空间，那么它就变成了弗兰奇哈里模型的一般形式。这表明第三篇与第二篇中的那些模型并有没有非常大的距离，这也是可以充实我们这门科学的一个明显策略。通过这里所提供的工具，我们完全有可能将弗兰奇哈里模型推广到空间领域，对决定行动者因子的土地或空间元素进行分别处理。这样甚至有可能考虑系统元素在空间相互作用下的移动性，从而建立一个城市中运动的一般模型，或许可以称作维切克弗兰奇哈里方法。我想，这可能是这门科学继续向前发展的一个明确方向。

当然，还存在很多其他的方向，正如费曼（Feynman，1965/1992）针对物理学所说的，这些方向中许多并不能相互整合在一

起。有些对城市的理解比较综合，比如那些基于土地使用交通模型的，还有些是涉及个体和代理人的相对分解的模型，这两者之间并不能完全兼容，这也是第8章和第9章的比较所揭示的。相对于微观方法来说，宏观经济方法代表了看待城市系统的不同视角，很多典型过程具有清晰的空间含义，但却很难被测度和建模。简单来说，城市的很多重要方面很难通过本书所介绍的模型和工具来进行研究。现实和理想，或者说实证和规范模型，是本书两大部分内容之间的本质性区别，尽管两者之间可以有某种程度上的融合，但它们确实是两组相互冲突的概念。空间尺度也是一个关键问题，本书中并没有怎么讨论动力学，而这也是打造一门应用科学所需的重要内容（Batty，2005）。此外，本书也几乎没有涉及政策等更广泛的内容，这些对我们建立的模型和工具在现实制度下的应用和调整都有明确的影响。不过，这些缺失为这门科学的进一步发展提供了丰富的可能性，这需要其他同行继续向前探索，揭示这些方法是否能帮助我们更好地认识城市，并用设计满足我们城市的迫切所需。

参考文献

Abelson, R. P. 1979. Social Clusters and Opinion Clusters. In *Perspectives on Social Network Research*, ed. P. W. Holland and S. Leindhardt, 239–256. New York: Academic Press.

Acevedo, W., T. W. Foresman, and J. T. Buchanan. 1997. Origins and Philosophy of Building a Temporal Database to Examine Human Transformation Processes. Washington DC: US Geological Survey. http://landcover.usgs.gov/LCI/urban/umap/pubs/asprs_wma.php. Accessed 18/10/2012.

Adamic, L. A. 2002. Zipf, Power-laws, and Pareto—A Ranking Tutorial. Information Dynamics Lab. Palo Alto, CA: HP Labs. http://www.hpl.hp.com/research/idl/papers/ranking/ranking.html. Accessed 4/1/2010.

Alexander, C. 1964. *Notes on the Synthesis of Form*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Alexander, C. 1965. A City is Not a Tree, *Architectural Forum*, 122 (April), 58–61 and 122 (May), 58–62.

Alexander, C. 2003. *New Concepts in Complexity Theory: Arising from Studies in the Field of Architecture*. http://www.katarxis3.com. Accessed 21/10/2012.

Alexander, C. 2012. Harmony-Seeking Computations: A Science of Non-Classical Dynamics Based on the Progressive Evolution of the Larger Whole. http://www.livingneighborhoods.org/library/harmony-seeking-computations-v29.pdf. Accessed 20/9/2012.

Alexander, C., and M. Manheim. 1962a. The Use of Diagrams in Highway Route Location: An Experiment. Research Report RR-R62–3. Department of Civil Engineering. Cambridge, MA: MIT.

Alexander, C., and M. L. Manheim. 1962b. HIDECS 2: A Computer Program for the Hierarchical Decomposition of a Set with an Associated Graph. Publication No. 160. Civil Engineering Systems Laboratory. Cambridge, MA: MIT.

Alonso, W. 1964. *Location and Land Use*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Alonso, W. 1976. A Theory of Movements: Introduction. Working Paper No. 266. Institute of Urban and Regional Development. Berkeley, CA: University of California.

Alonso, W. 1978. A Theory of Movements. In *Human Settlement Systems: International Perspectives on Structure, Change and Public Policy*, ed. N. M. Hansen, 197–211. Cambridge, MA: Ballinger.

Anderson, C. 2006. *The Long Tail: How Endless Choice is Creating Unlimited Demand*. New York: Random House.

Anderson, T. W. 1954. Probability Models for Analyzing Time Changes in Attitudes. In *Mathematical Thinking in the Social Sciences*, ed. P. F. Lazarsfeld, 17–66. Glencoe, NY: The Free Press.

Anderssen, R. S., and J. R. Ive. 1982. Exploiting Structure in Linear-Programming Formulations for Land-Use Planning. *Environment and Planning B* 9:331–339.

Ashby, W. R. 1956. *An Introduction to Cybernetics*. London: Chapman and Hall.

Atkin, R. H. 1974. *Mathematical Structure in Human Affairs*. London: Heinemann Educational Publishers.

Atkin, R. H. 1981. *Multidimensional Man*. Harmondsworth, UK: Penguin Books.

Atkins, P. W. 1994. *The 2nd Law: Energy, Chaos, and Form*. New York: W. H. Freeman.

Auerbach, F. 1913. Das Gesetz der Belvolkerungskoncentration. *Petermanns Geographische Mitteilungen* 59:74–76.

Austwick, M. Z., O. O'Brien, E. Strano, and M. Viana. 2013. Spatial Networks and Clusters in Bicycle Sharing Systems. London: Centre for Advanced Spatial Analysis, UCL.

Bailey, N. J. T. 1964. *Elements of Stochastic Processes*. New York: John Wiley.

Bairoch, P. 1988. *Cities and Economic Development: From the Dawn of History to the Present*. Chicago: University of Chicago Press.

Bankes, S. 1993. Exploratory Modeling for Policy Analysis. *Operations Research* 41: 435–449.

Barabasi, A. L. 2002. *Linked: The New Science of Networks*. New York: Perseus Publishing.

Barabasi, A. L. 2005. The Origin of Bursts and Heavy Tails in Human Dynamics. *Nature* 435:207–211.

Barabasi, A. L., and R. Albert. 1999. Emergence of Scaling in Random Networks. *Science* 286:509–512.

Barthelemy, M. 2010. Spatial Networks. *Physics Reports* 499 (1–3):1–86.

Batty, M. 1971. Modelling Cities as Dynamic Systems. *Nature* 231:425–428.

Batty, M. 1974a. Social Power in Plan Generation. *Town Planning Review* 45:291–310.

Batty, M. 1974b. Spatial Entropy. *Geographical Analysis* 6:1–31.

Batty, M. 1976. *Urban Modeling: Algorithms, Calibrations, Predictions*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Batty, M. 1981. Symmetry and Reversibility in Social Exchange. *Journal of Mathematical Sociology* 9:1–41.

Batty, M. 1983. Linear Urban Models. *Papers of the Regional Science Association*. 53:5–25.

Batty, M. 1984. Plan Design and Committee Decision-Making. *Environment and Planning B* 11:279–295.

Batty, M. 1985. Fractals: Geometry between Dimensions. *New Scientist* 105 (1450):31–35.

Batty, M. 1992. Urban Modeling in Computer-Graphic and Geographic Information System Environments. *Environment and Planning B* 19:663–685.

Batty, M. 2005. *Cities and Complexity: Understanding Cities with Cellular Automata, Agent-Based Models, and Fractals*. Cambridge, MA: MIT Press.

Batty, M. 2006a. Rank Clocks. *Nature* 444:592–596.

Batty, M. 2006b. Hierarchy in Cities and City Systems. In *Hierarchy in the Natural and Social Sciences*, ed. D. Pumain, 143–168. Dordrecht, Netherlands: Springer.

Batty, M. 2007. Visualizing Creative Destruction. CASA Working Paper 112. Centre for Advanced Spatial Analysis. London: University College. http://www.bartlett.ucl.ac.uk/casa/pdf/paper112.pdf. Accessed 16/10/2012.

Batty, M. 2008. The Size, Scale, and Shape of Cities. *Science* 319:769–771.

Batty, M. 2009a. Cities as Complex Systems: Scaling, Interactions, Networks, Dynamics and Urban Morphologies. In *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. vol. 1. ed. R. Meyers, 1041–1071. Berlin, DE: Springer.

Batty, M. 2009b. Urban Modeling. In *International Encyclopedia of Human Geography*. vol. 12. ed. R. Kitchin and N. Thrift, 51–58. Oxford: Elsevier.

Batty, M. 2010. Space, Scale and Scaling in Entropy-Maximizing. *Geographical Analysis* 42:395–421.

Batty, M. 2011. Commentary: When All the World's a City. *Environment and Planning A* 43:765–772.

Batty, M. 2012. A Generic Framework for Computational Spatial Modelling. In *Agent-Based Models of Geographical Systems*, ed. A. J. Heppenstall, A. T. Crooks, L. M. See, and M. Batty, 19–50. Berlin, New York: Springer.

Batty, M., P. G. Hall, and D. N. M. Starkie. 1974. The Impact of Fares-Free Public Transport upon Urban Land Use and Activity Patterns. *Journal of the Transportation Research Forum* 15:347–353.

Batty, M., and P. A. Longley. 1994. *Fractal Cities: A Geometry of Form and Function*. San Diego, CA: Academic Press.

Batty, M., and L. March. 1976. The Method of Residues in Urban Modeling. *Environment and Planning A* 8:189–214.

Batty, M., and S. Rana. 2004. The Automatic Definition and Generation of Axial Lines and Axial Maps. *Environment and Planning B* 31:615–640.

Batty, M., and N. Shiode. 2003. Population Growth Dynamics in Cities, Countries and Communication Systems. In *Advanced Spatial Analysis*, ed. P. A. Longley and M. Batty, 327–343. Redlands, CA: ESRI Press.

Batty, M., D. Smith, J. Reades, A. Johansson, J. Serras, and C. Vargas-Ruiz. 2011. Visually-Intelligible Land Use Transportation Models for the Rapid Assessment of Urban Futures. CASA Working Paper 163. Centre for Advanced Spatial Analysis. London: University College. http://www.bartlett.ucl.ac.uk/casa/pdf/paper163.pdf. Accessed 17/9/2012.

Batty, M., and K. J. Tinkler. 1979. Symmetric Structure in Spatial and Social Processes. *Environment and Planning B* 6:3–27.

Batty, M., and Y. Xie. 2005. Urban Growth using Cellular Automata Models. In *GIS, Spatial Analysis, and Modeling*, ed. D. J., Maguire, M. Batty, and M. F. Goodchild, 151–172. Redlands, CA: ESRI Press.

Baudrillard, J. 1983. *Simulations*. Cambridge, MA: MIT Press.

Bavaud, F. 2002. The Quasi-Symmetric Side of Gravity Modeling. *Environment and Planning A* 34:61–79.

Bazjanac, V. 1974. Architectural Design Theory: Models of the Design Process. In *Basic Questions of Design Theory*, ed. W. R. Spillers, 3–19. Amsterdam: North Holland.

Beckmann, M. J. 1958. City Hierarchies and the Distribution of City Size. *Economic Development and Cultural Change* 6:243–248.

Beckmann, M. J. 1968. *Location Theory*. New York: Random House.

Bellman, R. 1957a. A Markovian Decision Process. *Journal of Mathematics and Mechanics* 6:679–684.

Bellman, R. 1957b. *Dynamic Programming*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Ben-Akiva, M., and S. Lerman. 1985. *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. Cambridge, MA: MIT Press.

Benguigui, L., E. Blumenfeld-Lieberthal, and M. Batty. 2009. Macro and Micro Dynamics of the City-Size Distribution: The Case of Israel. In *Complexity and Spatial Networks: In Search of Simplicity*, ed. A. Reggiani and P. Nijkamp, 33–49. Heidelberg: Springer-Verlag.

Bera, R., and C. Claramunt. 2002. Topology-Based Proximities in Spatial Systems. *Journal of Geographical Systems* 6:1–27.

Berger, J., and J. L. Snell. 1957. On the Concept of Equal Exchange. *Behavioral Science* 2:111–118.

Berry, B. J. L. 1964. Cities as Systems within Systems of Cities. *Papers of the Regional Science Association* 13:147–164.

Berry, B. J. L. 1967. *Geography of Market Centers and Retail Distribution*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Berry, B. J. L., and A. Okulicz-Kozaryn. 2012. The City Size Debate: Resolution for U.S. Urban Regions and Megalopolitan Areas. *Cities* 29 (Suppl. 1):S17–S23.

Bettencourt, L. M. A., J. Lobo, D. Helbing, C. Kuchnert, and G. B. West. 2007. Growth, Innovation, Scaling, and the Pace of Life in Cities. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 104:7301–7306.

Bhat, U. N. 1972. *Elements of Applied Stochastic Processes*. New York: John Wiley.

Blank, A., and S. Solomon. 2000. Power Laws in Cities Population, Financial Markets and Internet Sites: Scaling and Systems with a Variable Number of Components. *Physica A* 287:279–288.

Blau, P. M. 1964. *Exchange and Power in Social Life*. New York: John Wiley.

Blondel, V. D., J. M. Hendrickx, A. Olshevsky, and J. N. Tsitsiklis. 2005. Convergence in Multiagent Coordination, Consensus, and Flocking. In *Proceedings of the Joint 44th IEEE Conference on Decision and Control*, European Control Conference. Seville, Spain, December 12–15, 2005. http://stuff.mit.edu/people/jnt/Papers/C-05-ol-flock-fin.pdf. Accessed 21/9/2012.

Boaden, N. 1971. *Urban Policy Making*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Boaden, N. 1971. *Urban Policy-Making*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Bolan, R. S., and R. L. Nuttall. 1975. *Urban Planning and Politics*. Lexington, MA: Heath and Company.

Bonner, J. T. 2006. *Why Size Matters: From Bacteria To Blue Whales*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Borgatti, S. P., and M. G. Everett. 1997. Network Analysis of 2-Mode Data. *Social Networks* 19:243–269.

Bosker, M., S. Brakman, H. Garretsen, H. De Jong, and M. Schramm. 2007. The Development of Cities in Italy, 1300–1861. CESifo Working Paper No. 1893. Munich, Germany: CESifo. http://www.cesifo-group.de/ifoHome/publications.html. Accessed 16/10/2012.

Boulding, K. E. 1975. Reflections on Planning: The Value of Uncertainty. *Strategy and Leadership* 3:11–12.

Brail, R. K., ed. 2008. *Planning Support Systems for Cities and Regions*. Cambridge, MA: Lincoln Institute of Land Policy.

Brand, S. 2010. *Whole Earth Discipline: Why Dense Cities, Nuclear Power, Transgenic Crops, Restored Wildlands, Radical Science, and Geoengineering are Necessary*. New York: Atlantic Books.

Brewer, G. D. 1973. *Politicians, Bureaucrats and the Consultant: A Critique of Urban Problem Solving*. New York: Basic Books.

Buldyrev, S. V., R. Parshani, G. Paul, H. E. Stanley, and S. Havlin. 2010. Catastrophic Cascade of Failures in Interdependent Networks. *Nature* 464:1025–1028.

Bussiere, R. 1970. *The Spatial Distribution of Urban Populations*. Paris: Centre de Recherche d'Urbanisme.

Cairncross, F. 1997. *The Death of Distance: How the Communications Revolution Will Change Our Lives*. Cambridge, MA: Harvard Business School Press.

Carr, M. H., and P. D. Zwick. 2007. *Smart Land Use Analysis: The LUCIS Model*. Redlands, CA: ESRI Press.

Carvalho, R., and M. Batty. 2004. Automatic Extraction of Hierarchical Urban Networks: A Micro-Spatial Approach. In Computational Science: ICCS 2004, 4th International Conference, Part III, 1109–1116. Berlin: Springer.

Castells, M. 1989. *The Informational City: Information Technology, Economic Restructuring, and the Urban Regional Process*. New York: Wiley-Blackwell.

Cerda, I. 1999. *The Five Bases of the General Theory of Urbanization*. Ed. A. Soria y Puig. Madrid: Electa. Original work published 1859.

Chadwick, G. F. 1971. *A Systems View of Planning: Towards a Theory of the Urban and Regional Planning Process*. Oxford, UK: Pergamon Press.

Chandler, T. 1987. *Four Thousand Years of Urban Growth: An Historical Census*. Lampeter, UK: Edward Mellon.

Chatterjee, S., and E. Seneta. 1977. Toward Consensus: Some Convergence Theorems on Repeated Averaging. *Journal of Applied Probability* 14:89–97.

Choukroun, J.-M. 1984. The Validation of Models of Complex Systems. *Environment and Planning B* 11:263–277.

Christaller, W. 1966. *Central Places in Southern Germany*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. Original work published 1933 as *Die Zentralen Orte in Suddeutschland*, Jena, Germany: Gustav Fischer.

Chung, F., and L. Lu. 2002. The Average Distance in Random Graphs with Given Expected Degrees. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 99:15879–15882.

Churchman, C. W. 1971. *The Design of Inquiring Systems*. New York: Basic Books.

Churchman, C. W., R. Ackoff, and E. L. Arnoff. 1957. *Introduction to Operations Research*. New York: John Wiley.

CIS. 1973. *The Recurrent Crisis of London*. Anti-Report on the Property Developers. London: Counter Information Services.

Clark, C. 1951. Urban Population Densities. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)* 114:490–496.

Clauset, A., C. R. Shalizi, and M. E. J. Newman. 2009. Power-Law Distributions in Empirical Data. *SIAM Review* 51 (4):661–703.

CNN. 2009. Fortune 500. *CNN Money*. http://money.cnn.com/magazines/fortune/fortune500_archive/full/1955/index.html. Accessed 21/3/2009.

Coleman, J. S. 1964. *Mathematical Sociology*. Glencoe, NY: Free Press.

Coleman, J. S. 1966. Foundations for a Theory of Collective Decisions. *American Journal of Sociology* 71:615–627.

Coleman, J. S. 1972. Systems of Social Exchange. *Journal of Mathematical Sociology* 2:145–163.

Coleman, J. S. 1973. *The Mathematics of Collective Action*. London: Heinemann Educational Books.

Coleman, J. S. 1976. Social Structure and a Theory of Action. In *Approaches to the Study of Social Structure*, ed. P. M. Bleu, 76–93. New York: The Free Press.

Coleman, J. S. 1977. Social Action Systems. In *Problems of Formalization in the Social Sciences*, ed. K. Szaniawski, 11–50. UNESCO Division of International Development of Social Sciences and The Polish Academy for Science Division of Social Sciences, Warsaw: Ossolineum Publishers.

Coleman, J. S. 1998. *Foundations of Social Theory*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Creighton, R. L., Carroll Jr., D., and Finney, G. S. 1959. Data Processing for City Planning. *Journal of the American Institute of Planners* 25:96–103.

Cruz, P. M. 2012. Lisbon's Blood Vessels. http://vimeo.com/19116437 and http://pmcruz.com/information-visualization/lisbons-blood-vessels. Accessed 1/9/2012.

Davis, A., B. B. Gardner, and M. R. Gardner. 1941. *Deep South: A Social Anthropological Study of Caste and Class*. Chicago, IL: University of Chicago Press.

Dawkins, R. 1986. *The Blind Watchmaker: Why the Evidence of Evolution Reveals a Universe without Design*. London: Longmans.

Dawson, R., J. Hal, S. Barr, M. Batty, A. Bristow, S. Carney, A. Dagoumas, et al. 2009. A Blueprint for the Integrated Assessment of Climate Change in Cities. In *Green Citynomics:*

Blueprint for the Integrated Assessment of Climate Change in Cities. In *Green Cityonomics*.

The Urban War Against Climate Change, ed. K. Tang, 32–51. Chippenham, UK: Greenleaf Publishing.

De Groot, M. H. 1974. Reaching a Consensus. *Journal of the American Statistical Association* 69:118–121.

De Solla Price, D. 1965. Networks of Scientific Papers. *Science* 149 (3683):510–515.

De Vries, J. J., P. Nijkamp, and P. Rietveld. 2000. Alonso's General Theory of Movement. Discussion Paper TI 2000–062/3. Amsterdam: Tinbergen Institute.

Dearlove, J. 1973. *The Politics of Policy in Local Government*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

DeMarco, P., D. Vayanos, and J. Zwiebel. 2003. Persuasion Bias, Social Influence, and Unidimensional Opinions. *Quarterly Journal of Economics* 118:909–965.

Dennett, D. 1995. *Darwin's Dangerous Idea: Evolution and the Meanings of Life*. New York: Simon and Schuster.

Doig, A. 1963. The Minimum Number of Basic Feasible Solutions to a Transport Problem. *Journal of the Operational Research Society* 14:387–391.

Dorigo, G., and W. R. Tobler. 1983. Push-Pull Migration Laws. *Annals of the Association of American Geographers* 73:1–17.

Dorling, D. 2012. *The Visualization of Spatial Social Structure*. London: Wiley-Blackwell.

Dorogovtsev, S. N., and J. F. F. Mendes. 2003. *Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW*. Oxford, UK: Oxford University Press.

Dragulescu, A., and V. M. Yakovenko. 2000. Statistical Mechanics of Money. *European Physical Journal B* 17:723–729.

Dunbar, R. I. M. 1992. Neocortex Size as a Constraint on Group Size in Primates. *Journal of Human Evolution* 22:469–493.

Echenique, M. H. 2004. Econometric Models of Land Use and Transportation. In *Handbook of Transport Geography and Spatial Systems*, ed. D. A. Hensher, K. J. Button, K. E. Haynes, and P. R. Stopher, 185–202. Amsterdam: Pergamon.

Emporis. 2009. Emporis Building Information Global Database. http://www.emporis.com/statistics/most-skyscrapers. Accessed 23/5/2009.

Epstein, J. M. 2008. Why Model? *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 11(4):12. http://jasss.soc.surrey.ac.uk/11/4/12.html. Accessed 17/9/2012.

Feles, D., K. Gergely, A. Bujdosó, G. Hajdu, and L. Kiss. 2012. SubMap: Visualizing Locative and Time Based Data on Distorted Maps. http://submap.kibu.hu. Accessed 22/10/2012.

Feller, W. 1957. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*. vol. 1. New York: John Wiley.

Feynman, R. P. 1992. *The Character of the Physical Law*. London: Penguin Books. Original work published 1965.

Figueiredo, L., and L. Amorim. 2005. Continuity Lines in the Axial System. 5th International Space Syntax Symposium, TU-Delft. http://www.spacesyntax.tudelft.nl/index.html. Accessed 20/10/2012.

Fischer, E. 2012. Paths Through Cities: London. http://www.flickr.com/photos/walkingsf/6755911350. Accessed 1/9/2012.

6755911359. Accessed 1/9/2012.

Flament, C. 1963. *Applications of Graph Theory to Group Structure*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Forester, J. 1989. *Planning in the Face of Power*. Berkeley, CA: University of California Press.

Forester, J. 2009. *Dealing with Differences: Dramas of Mediating Public Disputes*. New York: Oxford University Press.

Forrester, J. W. 1969. *Urban Dynamics*. Cambridge, MA: MIT Press.

Frankhauser, P. 1994. *La Fractalité des Structures Urbaines, Collection Villes*. Paris, France: Anthropos.

Freeman, L. C. 1979. Centrality in Social Networks. *Social Networks* 1:215–239.

French, J. R. P. 1956. A Formal Theory of Social Power. *Psychological Review* 63: 181–194.

Friedmann, J. 1973. *Retracking America: A Theory of Transactive Planning*. New York: Doubleday Anchor Press.

Fujita, M., P. Krugman, and A. J. Venables. 1999. *The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade*. Cambridge, MA: MIT Press.

Gabaix, X. 1999. Zipf's Law for Cities: An Explanation. *Quarterly Journal of Economics* 114:739–767.

Gabbour, I., and T. J. Cartwright. 1974. *Les Relations entre Organismes Facteurs Strategiques in Planification Urbaine*. Universite de Montreal: Centre de Recherches et d'Innovation Urbaines.

Gale, D. 1960. *The Theory of Linear Economic Models*. New York: McGraw-Hill.

Geddes, P. 1949. *Cities in Evolution*. London: Williams and Norgate. Original work published 1915.

Geddes, P. 2010. *Civics: as Applied Sociology*. Boston, MA: Qontro Classic Books. Original work published 1905.

Gibrat, R. 1931. *Les Inegalites Economiques, Librarie du Recueil*. Paris: Sirey.

Gibson, C. 1998. Population of the 100 Largest Cities and Other Urban Places in the United States: 1790 to 1990. Population Division Paper 27. Washington, DC: US Bureau of the Census.

Giddens, A. 1976. *New Rules of Sociological Method: A Positive Critique of Interpretative Sociologies*. London: Hutchinson.

Glaeser, E. L. 1996. Why Economists Still Like Cities. *City Journal* 6(2). http://www.city-journal.org/html/6_2_why_economists.html. Accessed 18/10/2012.

Glaeser, E. L. 2008. *Cities, Agglomeration and Spatial Equilibrium*. New York: Oxford University Press.

Glaeser, E. L. 2011. *Triumph of the City: How Our Greatest Invention Makes Us Richer, Smarter, Greener, Healthier, and Happier*. New York: Penguin.

Goethe, J. W. 2009. *The Metamorphosis of Plants*. Cambridge, MA: MIT Press. Original work published 1790.

Goldstein, H. A. 1984. Planning as Argumentation. *Environment and Planning B* 11: 297–312.

Golub, B., and M. O. Jackson. 2010. Naive Learning in Social Networks and the Wisdom of Crowds. *American Economic Journal: Microeconomics* 2:112–149.

Grant, D. P., and B. Thompson. 1971. Simulating Conflicts of Interest over the Location of Public Housing with the Aid of a Computer-Aided Space Allocation Technique. Proceedings of the 6th Urban Symposium. New York: Association of Computing Machinery.

Gruen, V. 1964. *The Heart of Our Cities: The Urban Crisis, Diagnosis and Cure*. New York: Simon and Schuster.

Guerin-Pace, F. 1995. Rank-Size Distribution and the Process of Urban Growth. *Urban Studies* 32:551–562.

Gurney, K. 1997. *An Introduction to Neural Networks*. London: UCL Press.

Haggett, P., and R. J. Chorley. 1969. *Network Analysis in Geography*. London: Edward Arnold.

Hall, J. W., R. J. Dawson, C. L. Walsh, T. Barker, S. L. Barr, M. Batty, A. L. Bristow, et al. 2009. Engineering Cities: How Can Cities Grow Whilst Reducing Emissions and Vulnerability? Department of Civil and Geomatic Engineering. Newcastle-upon-Tyne, UK: Newcastle University.

Hall, P. 1975. Tolmers Square. *New Society* 32:653.

Hamdi, N. 2004. *Small Change: About the Art of Practice and the Limits of Planning in Cities*. London: Earthscan.

Hansell, S. 2008. Zuckerberg's Law of Information Sharing. Bits [blog]. *New York Times*. http://bits.blogs.nytimes.com/2008/11/06/zuckerbergs-law-of-information-sharing/. Accessed 1/9/2012.

Hansen, W. G. 1959. How Accessibility Shapes Land Use. *Journal of the American Institute of Planners* 25:73–76.

Harary, F. 1959. A Criterion for Unanimity in French's Theory of Social Power. In *Studies in Social Power*, ed. D. Cartwright, 168–182. Ann Arbor, MI: Institute for Social Research.

Harary, F., and B. Lipstein. 1962. The Dynamics of Brand Loyalty: A Markovian Approach. *Operations Research* 10:19–40.

Harary, F., R. Z. Norman, and D. Cartwright. 1965. *Structural Models: An Introduction to the Theory of Directed Graphs*. New York: John Wiley.

Harel, D., and Y. Koren. 2002. Graph Drawing by High-Dimensional Embedding. Proceedings of the 9th International Symposium on Graph Drawing. Springer Lecture Notes in Computer Science 2265:207–219. http://www.graphdrawing.org/symposium/. Accessed 19/9/2012.

Harris, B. 1970. Change and Equilibrium in the Urban System. Highway Research Record No 309., 24–33. Washington, DC: Highway Research Board.

Harris, B. 1978. A Paradigm for Planning. Unpublished manuscript, Department of City and Regional Planning. Philadelphia, PA: University of Pennsylvania.

Harris, B. 1983. Positive and Normative Aspects of Modeling Large-Scale Social Systems. In *Systems Analysis in Urban Policy-making and Planning*, ed. M. Batty and B. Hutchinson, 475–490. New York: Plenum Press.

Harris, B. 1989. Beyond Geographic Information Systems: Computers and the Planning Professional. *Journal of the American Planning Association* 55:85–92.

Professional. *Journal of the American Planning Association* 55:85–92.

Harris, B., and M. Batty. 1993. Locational Models, Geographic Information and Planning Support Systems. *Journal of Planning Education and Research* 12:184–198.

Harsanyi, J. C. 1976. *Essays on Ethics, Social Behavior, and Scientific Explanation*. Dordrecht, Netherlands: Reidel.

Healey, P. 2006. *Collaborative Planning: Shaping Places in Fragmented Societies*. London: Palgrave Macmillan.

Healey, P. 2007. *Urban Complexity and Spatial Strategies: Towards a Relational Planning for Our Times*. London: Routledge.

Hegselmann, R., and U. Krause. 2002. Opinion Dynamics and Bounded Confidence: Models, Analysis and Simulation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 5(3). http://jasss.soc.surrey.ac.uk/5/3/2.html. Accessed 20/10/2012.

Heppenstall, A. J., A. T. Crooks, L. M. See, and M. Batty, eds. 2012. *Agent-Based Models of Geographical Systems*. Berlin, New York: Springer.

Hillier, B. 1996. *Space is the Machine: A Configurational Theory of Architecture*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Hillier, B., and J. Hanson. 1984. *The Social Logic of Space*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Hillier, B., A. Leaman, P. Stansall, and M. Bedford. 1976. Space Syntax. *Environment and Planning B* 3:147–185.

Hillier, B., A. Penn, J. Hanson, T. Grajewski, and J. Xu. 1993. Natural Movement: Or Configuration and Attraction in Urban Pedestrian Movement. *Environment and Planning B* 20:29–66.

Holroyd, E. M. 1966. Average Journey Lengths in Circular Towns with Various Routeing Systems. RRL Report LR43. London: Road Research Laboratory.

Homans, G. C. 1974. *Social Behavior: Its Elementary Forms*. New York: Harcourt, Brace and Jovanovich.

Hopkins, L. D. 1977. Methods for Generating Land Suitability Maps: A Comparative Evaluation. *Journal of the American Institute of Planners* 43:386–400.

Howard, R. A. 1960. *Dynamic Programming and Markov Processes*. Cambridge, MA: MIT Press.

Howard, R. A. 1971. *Dynamic Probabilistic Systems, Vol. 1: Markov Models*. New York: John Wiley.

Hua, C.-I. 2002. Alonso's Systemic Model: A Review and Representation. *International Regional Science Review* 24:360–385.

Hunt, J. D., E. J. Miller, and D. S. Kriger. 2005. Current Operational Urban Land-Use-Transport Modeling Frameworks: A Review. *Transport Reviews* 25:329–376.

Iacono, I., D. Levinson, and A. El-Geneidy. 2008. Models of Transportation and Land Use Change: A Guide to the Territory. *Journal of Planning Literature* 22:323–340.

Isard, W. 1956. *Location And Space Economy: A General Theory Relating to Industrial Location, Market Areas, Land Use, Trade, and Urban Structure*. Cambridge, MA: MIT Press.

Ispolatov, S., P. L. Krapivsky, and S. Redner. 1998. Wealth Distribution in Asset Exchange Models. *European Physical Journal B* 2:267–276.

Models. *European Physical Journal B* 2:267–276.

Jackson, M. O. 2010. *Social and Economic Networks*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Jackson, M. O. 2011. An Overview of Social Networks and Economic Applications. In *The Handbook of Social Economics*. vol. 1. ed. J. Benhabib, A. Bisin, and M. O. Jackson, 511–585. Amsterdam: Elsevier.

Jacobs, J. 1961. *The Death and Life of Great American Cities*. New York: Random House.

Jacobs, J. 1969. *The Economy of Cities*. New York: Random House.

Jiang, B., and C. Claramunt. 2000. Integration of Space Syntax into GIS: New Perspectives for Urban Morphology. *Transactions in GIS* 6:295–307.

Kansky, K. J. 1963. Structure of Transportation Networks: Relationships Between Network Geometry and Regional Characteristics. Research Paper 84. Department of Geography. Chicago: University of Chicago.

Keeble, L. 1952. *Principles and Practice of Town and Country Planning*. London: Estates Gazette.

Kelly, F. P. 1979. *Reversibility and Stochastic Networks*. New York: John Wiley.

Kelly, F. P. 1981. How a Group Reaches an Agreement: A Stochastic Model. *Mathematical Social Sciences* 2:1–8.

Kemeny, J. G., H. Mirkil, J. L. Snell, and G. L. Thompson. 1959. *Finite Mathematical Structures*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Kemeny, J. G., and J. L. Snell. 1960. *Finite Markov Chains*. Princeton, NJ: Van Nostrand.

Kemeny, J. G., and J. L. Snell. 1962. *Mathematical Models in the Social Sciences*. New York: Ginn and Company.

Kohl, J. G. 1841. *Der Verkehr und die Ansiedelung der Menschen in ihrer Abhangigkeit uon der Gestaltung der Eudoberflache*. Leipzig, Germany: Arnoldische Buchhandlung.

Kreweras, G. 1968. A Model for Opinion Change During Repeated Balloting. In *Readings in Mathematical Social Science*, ed. P. F. Lazarsfeld and N. W. Henry, 174–191. Cambridge, MA: MIT Press.

Kruger, M. 1989. On Node and Axial Maps: Distance Measures and Related Topics. Unpublished paper presented to the European Conference on the Representation and Management of Urban Change. http://www.ces.uc.pt/investigadores/cv/mario_kruger.php. Accessed 16/9/2012.

Krugman, P. 1996. Confronting the Mystery of Urban Hierarchy. *Journal of the Japanese and International Economies* 10:399–418.

Kruskal, J. B. 1956. On the Shortest Spanning Subtree of a Graph and the Traveling Salesman Problem. *Proceedings of the American Mathematical Society* 7:48–50.

Kullback, S. 1959. *Information Theory and Statistics*. New York: John Wiley.

Lambiotte, R., R. Sinatra, J. C. Delvenne, T. S. Evans, M. Barahona, and V. Latora. 2011. Flow Graphs: Interweaving Dynamics and Structure. *Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* 84:017102.

Lee, D. B. 1973. Requiem for Large-scale Models. *Journal of the American Institute of Planners* 39:163–178.

Lipp, M., D. Scherzer, P. Wonka, and M. Wimmer. 2011. Interactive Modeling of City Layouts using Layers of Procedural Content. *Computer Graphics Forum* 30:345–354.

Liu, Y. 2008. *Modelling Urban Development with Geographical Information Systems and Cellular Automata*. Boca Raton, FL: CRC Press.

Los, M. 1981. Some Reflections on Epistemology, Design and Planning Theory. In *Urbanization and Urban Planning in Capitalist Society*, ed. M. Dear and A. J. Scott, 63–88. London: Methuen.

Losch, A. 1954. *The Economics of Location*. 2nd edition. Trans. W. H. Woglom. New Haven, CT: Yale University Press. Original work published 1940.

Lowry, I. S. 1964. A Model of Metropolis. Memorandum RM-4035-RC. Santa Monica, CA: The Rand Corporation.

Lowry, I. S. 1967. Seven Models of Urban Development: A Structural Comparison. In *Urban Development Models, Special Report 97*, ed. G. C. Hemmens, 121–163. Washington, DC: Highway Research Board.

Lynch, K. 1960. *The Image of the City*. Cambridge, MA: MIT Press.

Malanima, P. 1998. Italian Cities 1300–1800: A Quantitative Approach. *Rivista di Storia Economica* 14:91–126.

Mandelbrot, B. B. 1967. How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension. *Science* 156:636–638.

Mandelbrot, B. B. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco, CA: W. H. Freeman.

Manrubia, S. C., and D. H. Zanette. 1998. Intermittency Model for Urban Development. *Physical Review E: Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics* 58:295–302.

March, L., and J. P. Steadman. 1971. *The Geometry of Environment*. London: RIBA Publications.

Marshall, A. 1890. *Principles of Economics*. London: Macmillan.

May, R. M. 1976. Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics. *Nature* 261:459–467.

McHarg, I. L. 1969. *Design with Nature*. Garden City, New York: Doubleday.

McMeekin, G. C. 1974. An Empirical Test of Alternative Estimation Techniques for the Consensus and Coalition Approaches to the Committee Decision Problem. PhD thesis, Wayne State University, Detroit. Ann Arbor, MI: Xerox University Microfilms 75–13366.

Meier, R. L. 1962. *A Communications Theory of Urban Growth*. Cambridge, MA: MIT Press.

Michener, H. A., E. D. Cohen, and A. B. Sorensen. 1977. Social Exchange: Predicting Transactional Outcomes in Five-Event, Four-Person Systems. *American Sociological Review* 42:522–536.

Milgram, S. 1967. The Small World Problem. *Psychology Today* 2:60–67.

Miller, J. H., and S. E. Page. 2007. *Complex Adaptive Systems: An Introduction to Computational Models of Social Life*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Mitchell, R. B., and C. Rapkin. 1954. *Urban Traffic: A Function of Land Use*. New York: Columbia University Press.

Morishima, M. 1977. *Walras's Economics: A Pure Theory of Capital and Money*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Morphet, R. 2010. Thermodynamic Potentials and Phase Change for Transport Systems. CASA Working Paper 156. Centre for Advanced Spatial Analysis. London: University College. http://www.bartlett.ucl.ac.uk/casa/pdf/paper156.pdf. Accessed 17/9/2012.

Morris, I. 2010. *Why the West Rules—for Now: The Patterns of History, and What They Reveal About the Future*. London: Profile Books.

Mumford, L. 1928. The Arts. In *Whither Mankind: a Panorama of Modern Civilization*, ed. C. A. Beard, 287–312. New York: Longmans, Green and Company.

Negroponte, N. 1995. *Being Digital*. New York: Vintage Books.

Newman, M. E. J. 2003. The Structure and Function of Complex Networks. *SIAM Review* 45 (2):167–256.

Newman, M. E. J. 2005. Power Laws, Pareto Distributions and Zipf's Law. *Contemporary Physics* 46:323–351.

Newman, M. E. J. 2010. *Networks: An Introduction*. New York: Oxford University Press.

Nystuen, J. D., and M. F. Dacey. 1961. A Graph Theory Interpretation of Nodal Regions. *Papers of the Regional Science Association* 7:29–42.

O'Brien, O. 2012. Rank Clock Visualiser. http://casa.oobrien.com/rankclocks. Accessed 13/9/12.

Olson, M. 1965. *The Logic of Collective Action: Public Goods and the Theory of Groups*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

ONS. 2010. Census Dissemination Unit. London: Office of National Statistics. http://cdu.mimas.ac.uk/. Accessed 6/1/2010.

Ortuzar, J. de Dios and Willumsen L. G. 2011. *Modelling Transport*. New York: John Wiley.

O'Sullivan, A. 2011. *Urban Economics*. Irwin, New York: McGraw-Hill.

Pareto, V. 1967. La Courbe de la Repartition de la Richesse. In *Oevres Completes de Vilfredo Pareto*, ed. G. Busino. Geneva: Librairie Droz. Original work published 1896.

Peponis, J., J. Wineman, M. Rashid, S. H. Kim, and S. Bafna. 1997. On the Description of Shape and Spatial Configuration inside Buildings: Convex Partitions and their Local Properties. *Environment and Planning B* 24:761–781.

Peucker, T. K. 1968. Johann Georg Kohl, A Theoretical Geographer of the 19th Century. *Professional Geographer* 20:247–250.

Piaget, J. 1971. *Structuralism*, London: Routledge and Kegan Paul.

Popper, K. R. 1959. *The Logic of Scientific Discovery*. London: Hutchinson.

Popper, K. R. 1992. *The Open Universe: An Argument for Indeterminism*. London: Routledge.

Porta, S., P. Crucitti, and V. Latora. 2006a. The Network Analysis of Urban Streets: A Primal Approach. *Environment and Planning B* 33:705–725.

Porta, S., P. Crucitti, and V. Latora. 2006b. The Network Analysis of Urban Streets: A Dual Approach. *Physica A* 369:853–866.

Portugali, J. 2000. *Self-Organization and the City*. New York: Springer.

Prell, C. 2012. *Social Network Analysis: History, Theory, Methodology*. Los Angeles: Sage Publications.

Pumain, D. 2000. Settlement Systems in the Evolution. *Geografiska Annaler* 82B:73–87.

Pumain, D. 2006a. Alternative Explanations of Hierarchical Differentiation in Urban Systems. In *Hierarchy in Natural and Social Sciences*, ed. D. Pumain, 169–222. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Pumain, D., ed. 2006b. *Hierarchy in the Natural and Social Sciences*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.

Rae, A. 2009. From Spatial Interaction Data to Spatial Interaction Information? Geovisualisation and Spatial Structures of Migration from the 2001 UK Census. *Computers, Environment and Urban Systems* 33:161–178.

Rapoport, A. 1949. Outline of a Probabilistic Approach to Animal Sociology. *Bulletin of Mathematical Biophysics* 11:273–281.

Ravenstein, E. G. 1885. The Laws of Migration 1. *Journal of the Statistical Society of London* 48:167–235.

Ravenstein, E. G. 1889. The Laws of Migration 2. *Journal of the Statistical Society of London* 52:241–305.

Reades, J. E. 2012. Pulse of the City. https://vimeo.com/41760845. Accessed 1/9/2012.

Rittel, H. W. J., and M. M. Webber. 1973. Dilemmas in a General Theory of Planning. *Policy Sciences* 4:155–169.

Robinson, A. H. 1955. The 1837 Maps of Henry Drury Harness. *Geographical Journal* 121:440–450.

Roskamp, K. W., and G. C. McMeekin. 1970. The Symmetry Approach to Committee Decisions: An Empirical Study of a Local Government Budget Committee. *Zeitschrift fur die Gesamte Staatswissenschaft* 126:75–96.

Roth, C., S. M. Kang, M. Batty, and M. Barthelemy. 2011. Structure of Urban Movements: Polycentric Activity and Entangled Hierarchical Flows. *PLoS ONE* 6 (1):e15923.

Roth, C., S. M. Kang, M. Batty, and M. Barthelemy. 2012. A Long-Time Limit for World Subway Networks. *Journal of the Royal Society, Interface* 9 (75):2540–2550.

Rozenfeld, H. D., D. Rybski, J. S. Andrade, M. Batty, H. E. Stanley, and H. A. Makse. 2008. Laws of Population Growth. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 105:18702–18707.

Saaty, T. L. 1980. *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resources Allocation*. New York: McGraw-Hill.

Saaty, T. L. 2005. *Theory and Applications of the Analytic Network Process: Decision Making with Benefits, Opportunities, Costs, and Risks*. New York: RWS Publications.

Saichev, A., Y. Malevergne, and D. Sornette. 2010. *Theory of Zipf's Law and Beyond, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 632*. Heidelberg, DE: Springer.

Salat, S. 2011. *Cities and Forms*. Paris, France: Editions Hermann.

Salingaros, N. A. 2005. *Principles of Urban Structure*. Amsterdam, Netherlands: Techne Press.

Samaniego, H., and M. Moses. 2008. Cities as Organisms: Allometric Scaling of Urban Road

Networks. *Journal of Transport and Land Use* 1 (1):21–39.

Schelling, T. C. 1969. Models of Segregation. *American Economic Review* 58:488–493.

Schlager, K. J. 1965. A Land Use Plan Design Model. *Journal of the American Institute of Planners* 31:103–111.

Sevtsuk, A. 2010. Path and Place: A Study of Urban Geometry and Retail Activity in Cambridge and Somerville, MA. PhD Dissertation, Urban Design and Planning. Cambridge, MA: MIT. http://www.cityform.net/publications. Accessed 17/10/2012.

Shannon, C. E. 1948. A Mathematical Theory of Communication. *Bell System Technical Journal* 27:379–423 and 623–656.

Shannon, C. E., and W. Weaver. 1949. *The Mathematical Theory of Communication*. Urbana, IL: University of Illinois Press.

Simon, H. A. 1955. On a Class of Skew Distribution Functions. *Biometrika* 42:425–440.

Simon, H. A. 1956. Rational Choice and the Structure of the Environment. *Psychological Review* 63:129–138.

Simon, H. A. 1960. *The New Science of Management Decision*. New York: Harper and Row.

Simon, H. A. 1962. The Architecture of Complexity. *Proceedings of the American Philosophical Society* 106:467–482.

Simon, H. A. 1969. *The Sciences of the Artificial*. Cambridge, MA: MIT Press.

Simon, H. A. 1977. *Models of Discovery and Other Topics in the Methods of Science*. Dordrecht, Netherlands: D. Reidel.

Simon, H. A. 1983. *Reason in Human Affairs*. Oxford, UK: Basil Blackwell.

Smeed, R. J. 1961. *The Traffic Problem in Towns*. Manchester, UK: Manchester Statistical Society.

Smith, T. E., and S.-H. Hsieh. 1997. Gravity-Type Interactive Markov Models—Part I: A Programming Formulation of Steady States. *Journal of Regional Science* 37:653–682.

Sornette, D. 2004. *Critical Phenomena in Natural Sciences, Chaos, Fractals, Self-organization and Disorder: Concepts and Tools*. Heidelberg, DE: Springer.

Sornette, D., and R. Cont. 1997. Convergent Multiplicative Processes Repelled from Zero: Power Laws and Truncated Power Laws. *Journal de Physique I* 7:431–444.

Stanley, H. E., and N. Ostrowsky, eds. 1985. *On Growth and Form: Fractal and Non-Fractal Patterns in Physics*. New York: Springer.

Steadman, J. P. 1983. *Architectural Morphology: Introduction to the Geometry of Building Plans*. London: Pion Press.

Steadman, P. 2008. *The Evolution of Designs: Biological Analogy in Architecture and the Applied Arts*. London: Routledge.

Steinitz, C. 2012. *A Framework for Geodesign: Changing Geography by Design*. Redlands, CA: ESRI Press.

Steinitz, C., P. Parker, and L. Jordan. 1976. Hand-Drawn Overlays: Their History and Prospective Uses. *Landscape Architecture* 66:444–455.

Stewart, J. Q. 1941. An Inverse Distance Variation for Certain Social Influences. *Science* 93:89–90.

Stewart, J. Q. 1947. Suggested Principles of Social Physics. *Science* 106:179–180.

Stiny, G. 2006. *Shape: Talking about Seeing and Doing.* Cambridge, MA: The MIT Press.

Sugiyama, K., S. Tagawa, and M. Toda. 1981. Methods for Visual Understanding of Hierarchical System Structures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 11: 109–125.

Taylor, D. G., and J. S. Coleman. 1979. Equilibrating Processes in Social Networks: A Model for Conceptualization and Analysis. In *Perspectives on Social Network Research*, ed. P. W. Holland and S. Leinhardt, 257–300. New York: Academic Press.

Teklenberg, J. A. F., H. T. P. Timmermans, and A. T. van Wagenberg. 1993. Space Syntax: Some Standard Integration Measures and Some Simulations. *Environment and Planning B* 20:347–357.

Theil, H. 1963. On the Symmetry Approach to the Committee Decision Problem. *Management Science* 9:380–393.

Theil, H. 1964. *Optimal Decision Rules for Government and Industry.* Amsterdam: North-Holland.

Theil, H. 1967. *Economics and Information Theory.* Amsterdam: North Holland.

Theil, H. 1972. *Statistical Decomposition Analysis.* Amsterdam, Netherlands: North Holland.

Theil, H. 1976. Disutility as a Probability: A Reconsideration of the Symmetry Approach to the Committee Decision Problem. *Management Science* 23:109–116.

Thompson, D. W. 1917. *On Growth and Form.* Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Thurstain-Goodwin, M., and M. Batty. 2002. The Sustainable Town Centre. In *Planning for a Sustainable Future*, ed. A. Layard, S. Davoudi, and S. Batty, 253–268. London: Routledge/Spon Press.

Timmermans, H. 2006. The Saga of Integrated Land Use and Transport Modeling: How Many More Dreams Before We Wake Up? In *Moving Through Nets: The Physical and Social Dimensions of Travel*, ed. K. W. Axhausen, 219–248. Oxford, UK: Elsevier.

Tobler, W. 1970. A Computer Movie Simulating Urban Growth in the Detroit Region. *Economic Geography* 46:234–240.

Tobler, W. R. 1976. Spatial Interaction Patterns. *Journal of Environmental Systems* 6 (4):271–301.

Tobler, W. R. 1981. A Model of Geographical Movement. *Geographical Analysis* 13:1–20.

Tobler, W. R. 1983. An Alternative Formulation for Spatial-Interaction Modeling. *Environment and Planning A* 15:693–703.

Tobler, W. R. 1987. Experiments in Migration Mapping by Computer. *American Cartographer* 14:155–163.

Tobler, W. R. 1995. Migration: Ravenstein, Thornthwaite, and Beyond. *Urban Geography* 16:327–343.

Tufte, E. 1983. *The Visual Display of Quantitative Information.* Cheshire, CT: Graphics Press.

Turner, A., M. Doxa, D. O'Sullivan, and A. Penn. 2001. From Isovists to Visibility Graphs: A Methodology for the Analysis of Architectural Space. *Environment and Planning B* 28:103–121.

Van den Bogaard, P. J. M., and J. Verslius. 1962. The Design of Optimal Committee Decisions.

Statistica Neerlandica 16:271–289.

Vicsek, T., A. Czirok, E. Ben-Jacob, I. Cohen, and O. Sochet. 1995. Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles. *Physical Review Letters* 75:1226–1229.

von Thunen, J. H. 1966. *Von Thunen's Isolated State*. Trans. C. M. Wartenberg, ed. P. Hall. Oxford, UK: Pergamon Press. Original work published 1826 as *Der Isolierte Staat in Beziehung auf Landwirtschaft und Nationaloekonomie*, Jena, Germany: Gustav Fischer.

Voogd, H. 1983. *Multicriteria Evaluation for Urban and Regional Planning*. London: Pion Press.

Wannop, U., ed. 1971. Coventry-Solihull-Warwickshire Subregional Planning Study: Supplementary Report 3: Alternatives. Coventry, UK: Coventry Corporation.

Ward, J. H. 1963. Hierarchical Grouping to Optimize an Objective Function. *Journal of the American Statistical Association* 58:236–244.

Wates, N. 1973. Tolmers Square: How a Property Developer Didn't Make £20m. *Community Action* 11:7–9.

Wates, N. 1975. The Tolmers Village Squatters. *New Society* 33:364–366.

Wates, N. 1976. *The Battle for Tolmers Square*. London: Routledge and Kegan Paul.

Watts, D. J. 1999. *Small Worlds: The Dynamics of Networks between Order and Randomness*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Watts, D. J. 2002. *Six Degrees: The Science of a Connected Age*. New York: W. W. Norton.

Watts, D. J., and S. H. Strogatz. 1998. Collective Dynamics of 'Small-World' Networks. *Nature* 393 (6684):440–442.

Weber, A. F. 1899. *The Growth of Cities in the Nineteenth Century*. New York: Macmillan.

Wegener, M. 2008. Multi-Scale Spatial Models: Linking Macro to Micro. Paper presented at the Centre for Advanced Spatial Analysis, University College London. http://www.spiekermann-wegener.de/pro/pdf/MW_CASA_090108.pdf. Accessed 17/9/2012.

Wegener, M., F. Gnad, and M. Vannahme. 1986. The Time Scale of Urban Change. In *Advances in Urban Systems Modeling*, ed. B. Hutchinson and M. Batty, 175–197. Amsterdam: North Holland.

West, G. B., J. H. Brown, and B. J. Enquist. 1997. A General Model for the Origin of Allometric Scaling Laws in Biology. *Science* 276:122–126.

Wikipedia. 2012. Squares of Savannah, Georgia. http://en.wikipedia.org/wiki/Squares_of_Savannah,_Georgia. Accessed 18/10/2012.

Wilson, A. G. 1970. *Entropy in Urban and Regional Modelling*. London: Pion Press.

Wilson, A. G. 1981. *Catastrophe Theory and Bifurcation; Applications to Urban and Regional Systems*. Berkeley, CA: University of California Press.

Wilson, A. G. 2008. Boltzmann, Lotka, and Volterra and Spatial Structural Evolution: An Integrated Methodology for Some Dynamical Systems. *Journal of the Royal Society, Interface* 5:865–871.

Wilson, A. G. 2009. The "Thermodynamics" of the City: Evolution and Complexity Science in Urban Modeling. In *Complexity and Spatial Networks*, ed. A. Reggiani and P. Nijkamp, 11–31. Berlin: Springer.

Wilson, A. G., Coelho, J., Macgill, S., and Williams, H. C. W. L. 1981. *Optimization in Land Use and Transport*. Chichester, UK: John Wiley and Sons Ltd.

Wolfe, P., and G. B. Dantzig. 1962. Linear Programming in a Markov Chain. *Operations Research* 10:702–710.

Wolfram, S. 2002. *A New Kind of Science*. Champaign, IL: Wolfram Media.

Wood, J., J. Dykes, and A. Slingsby. 2010. Visualization of Origins, Destinations and Flows with OD Maps. *Cartographic Journal* 47:117–129.

Wood, J., A. Slingsby, and J. Dykes. 2011. Visualizing the Dynamics of London's Bicycle Hire Scheme. *Cartographica* 46:239–251.

Xie, F., and D. M. Levinson. 2011. *Evolving Transportation Networks*. New York: Springer.

Yule, G. U. 1925. A Mathematical Theory of Evolution Based on the Conclusions of Dr. J.C. Willis, F.R.S. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London B* 213:21–87.

Zipf, G. K. 1949. *Human Behavior and the Principle of Least Effort*. Cambridge, MA: Addison-Wesley.

Zollman, K. R. 2012. Social Network Structure and the Achievement of Consensus. *Politics, Philosophy and Economics* 11:26–44.